

## Capítulo 1 Relatividad restringida

La teoría de la relatividad se encuentra íntimamente conectada con la teoría del espacio y el tiempo. Por lo tanto, comenzaré con una breve investigación acerca del origen de nuestras ideas sobre el espacio y el tiempo, aun cuando al hacerlo soy consciente de estar introduciendo un tema que genera controversia. El objetivo de toda ciencia, sea ciencia natural o psicología, es la coordinación de nuestras experiencias y el reunir las dentro de un sistema lógico.

Albert Einstein<sup>1</sup>

### Relatividad y teoría cuántica

En 1905 Einstein publicó los trabajos que eventualmente cambiaron toda la física. Uno de los trabajos utilizó la hipótesis cuántica<sup>2</sup> de Planck para explicar el efecto fotoeléctrico, y constituyó un paso importante en el desarrollo de la teoría cuántica. Este tema se discute en el Capítulo 3. El otro trabajo estableció la relatividad restringida. La relatividad restringida en sus primeras etapas consistía básicamente en una teoría de la electrodinámica - es decir el movimiento de los campos eléctrico y magnético.

El postulado básico de la relatividad restringida es que no existen marcos especiales de referencia y que ciertas cantidades físicas son invariantes. Sea cual fuere la velocidad o dirección en que viaja cualquier observador, las leyes de la física son las mismas y ciertas mediciones debieran de producir siempre el mismo resultado numérico.

Las mediciones de la velocidad de la luz (ondas electromagnéticas) en el vacío darán siempre los mismos resultados. Este concepto se alejaba de la física newtoniana.

Para que las mediciones de la velocidad de la luz fuesen independientes del marco de referencia, se volvía necesario redefinir el concepto de la naturaleza del espacio y del tiempo, a fin de reconocerlos como espaciotiempo - una entidad única.

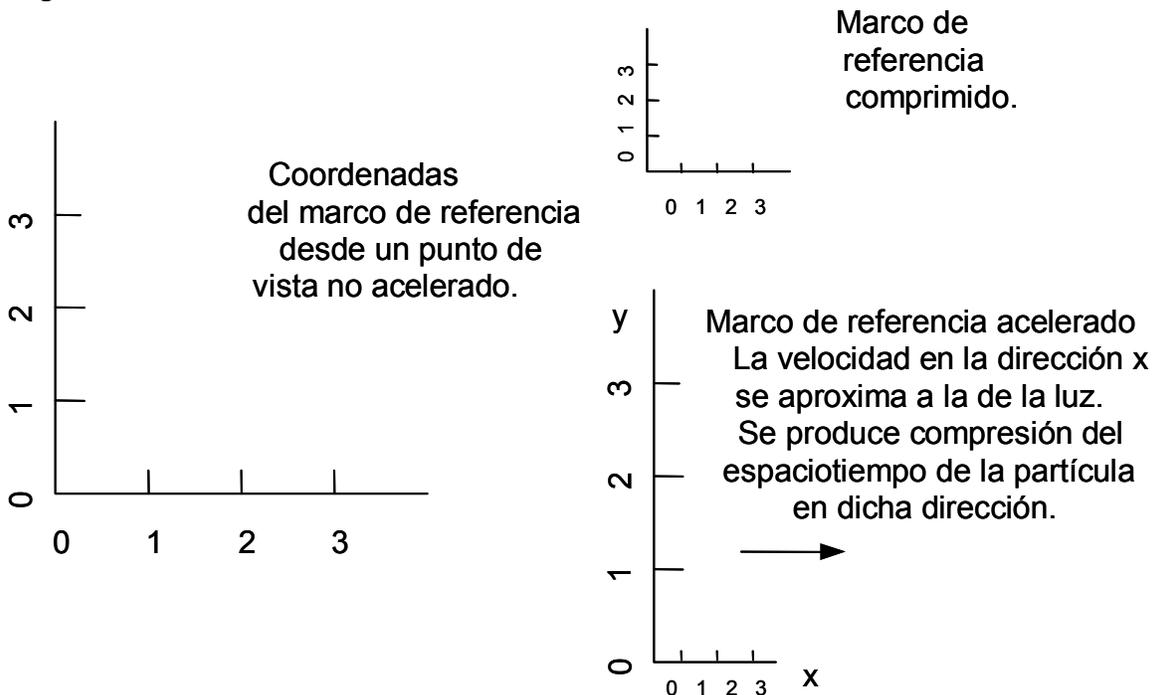
Un marco de referencia es un sistema, como lo es una partícula, una nave espacial, o un laboratorio sobre la superficie terrestre, que puede distinguirse claramente debido a su velocidad o al campo gravitacional. Una partícula individual, como un fotón, o un punto sobre una curva también pueden actuar como un marco de referencia.

---

<sup>1</sup> La mayoría de las citas de Einstein provienen de su libro, *The Meaning of Relativity*, Princeton University Press, 1921, 1945, Esta cita en particular se encuentra en la página 1.

<sup>2</sup> Hay muchos términos utilizados aquí que no tienen definición en el texto. Muchos de ellos pueden encontrarse en el Glosario. Las referencias están al final del libro, y las máquinas de búsqueda de la red de Internet suelen resultar muy útiles para ampliar la información sobre las mismas.

Figura 1 -1 Marcos de Referencia



La Figura 1-1 nos muestra en forma gráfica el concepto básico de los marcos de referencia. El espaciotiempo cambia en función de la densidad de energía - velocidad o gravitación. En la relatividad restringida, sólo se considera a la velocidad. Desde el interior de un marco de referencia, no puede observarse cambio alguno en el espaciotiempo debido a que todos los instrumentos de medición también cambian con el espaciotiempo. Desde afuera de dicho marco, o sea desde un marco de referencia con una densidad de energía mayor o menor, el espaciotiempo de otro marco puede observarse como diferente a medida que se vea sujeto a una compresión o expansión.

La idea original newtoniana es que las velocidades se suman linealmente. Si uno está caminando a una velocidad de 2 Km./hr sobre un tren y en la misma dirección del movimiento del tren, el cual se mueve a 50 Km./hr con respecto a las vías, entonces nuestra velocidad es de 52 Km./hr respecto de las vías. Si uno camina en dirección contraria a la del tren, entonces la velocidad respecto de las vías será de 48 Km./hr. Esto es verdad, o al menos cualquier diferencia resulta imperceptible para bajas velocidades, pero no es verdad para el caso de velocidades que se aproximan a la velocidad de la luz. En el caso de la luz, siempre que se la mida se tendrá el mismo resultado, sea cual fuere la velocidad del observador- experimentador. Esto se expresa como  $V_1 + V_2 = V_3$  para la física newtoniana, pero  $V_3$  nunca podrá ser en realidad mayor que  $c$ , tal como nos muestra la relatividad restringida.

Sea que uno esté viajando a alta velocidad dentro de una nave espacial o inmerso en un campo gravitacional elevado, las leyes de la física serán las mismas. Uno de los primeros fenómenos explicados por Einstein fue la constancia de la velocidad de la luz, la

cual es una constante en el vacío desde el punto de vista de cualquier marco de referencia.

Con el objeto de que la velocidad de la luz sea constante, tal como se observa en los experimentos, las longitudes de los objetos y el paso del tiempo deben de modificarse para aquellos observadores ubicados en diferentes marcos de referencia.

El espaciotiempo es una construcción matemática que nos dice que el espacio y el tiempo no son entes separados, tal como se creía antes de la aparición de la relatividad restringida. La relatividad nos habla acerca de la forma del espaciotiempo. Las ecuaciones describen con toda claridad la compresión del espaciotiempo debido a altos valores de densidad de energía, lo cual fue corroborado mediante experimentos. Los físicos y los matemáticos tienden a utilizar el término "curvatura" en lugar de "compresión". Son el mismo concepto, con sólo una diferencia de connotación. En relatividad restringida, "contracción" es un término más habitual.

Entre las implicaciones de la relatividad restringida se tiene que masa = energía. Aún cuando no son idénticas, las partículas y la energía son ínter convertibles cuando se ejerce la acción adecuada.  $E = mc^2$  probablemente sea la ecuación más famosa en todo el mundo (pero no necesariamente la más importante). Quiere decir que la energía y la masa son ínter convertibles; no quiere decir que sean idénticas, porque claramente no lo son, al menos en los niveles de energía de la existencia cotidiana.

Como una primera definición aproximada, podemos afirmar que las partículas = energía comprimida u ondas estacionarias de muy alta frecuencia, y carga = electrones. En relatividad restringida, se considera que las partículas se mueven dentro del espaciotiempo<sup>3</sup>. También son ínter convertibles. Si aceptamos la Gran Explosión (Big Bang) y las leyes de conservación, así como la idea de que el universo entero fue comprimido en alguna ocasión hasta transformarlo en una región homogénea del tamaño de Planck ( $1.6 \times 10^{-35}$  mts), entonces resulta claro que todos los diferentes aspectos de la existencia que ahora observamos como diferentes fueron entonces idénticos. El actual universo de diferentes partículas, energía, y vacío de espaciotiempo, todos estos elementos se originaron a partir de la misma neuz primordial. Se supone que inicialmente eran idénticos.

Los diferentes aspectos de la existencia poseen características que los definen. Entre ellos se encuentran el espín, la masa y la polarización. Clásicamente (no en forma cuántica) una partícula con espín se comportará como una pequeña barra imantada. La polarización del fotón es la dirección de su campo eléctrico. Véase Espín en el Glosario.

Si bien la relatividad restringida está primariamente involucrada con una velocidad constante, la relatividad general extiende los conceptos a aceleración y gravitación. Se necesita de las matemáticas para explicar los experimentos y efectuar predicciones. No podemos observar el espaciotiempo o el vacío. Sin embargo, podemos calcular órbitas y fuerzas gravitacionales, y luego observar cuando viajan la masa o los fotones, a fin de demostrar que la matemática estaba en lo correcto.

---

<sup>3</sup> Luego de vernos expuestos a las ecuaciones de Evans y a sus implicaciones, el lector comenzará a comprender que los entes aparentemente individuales son todos, en realidad, diferentes versiones del espaciotiempo.

La teoría cuántica es una teoría relativista restringida. No puede manejar los efectos de la gravitación. Supone que el espaciotiempo es plano - es decir, contraído sin los efectos de la gravitación. Esto nos indica que la teoría cuántica tiene un problema - se desconocen los efectos de la gravitación sobre las fuerzas electromagnéticas, así como sobre las fuerzas nucleares débiles y las fuerzas nucleares fuertes.

## Relatividad restringida

Tal como se afirmó anteriormente, el postulado básico de la relatividad restringida es que las leyes de la física son las mismas en todos los marcos de referencia. Sea cual fuere la velocidad a la que una partícula o una nave espacial se está moviendo, ciertos procesos resultan invariantes. Uno de ellos es la velocidad de la luz. La masa y la carga eléctrica son constantes - éstas forman parte de nuestra existencia básica, resultando entonces las leyes de conservación ya que éstas deben de conservarse. El espaciotiempo cambia dentro del marco de referencia a fin de mantener iguales dichas constantes. A medida que aumenta la energía dentro de un marco de referencia, la distancia en el espaciotiempo disminuye<sup>4</sup>.

La causa de la invariancia es la naturaleza del espaciotiempo. La relatividad restringida nos brinda los resultados de lo que sucede cuando aceleramos una partícula o una nave espacial (marco de referencia) a valores cercanos a la velocidad de la luz:

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - (v/c)^2} \quad (1)$$

Esta es la contracción de Lorentz-Fitzgerald, una sencilla fórmula pitagórica. Véase la Figura 1-2. Se elaboró para el campo de la electrodinámica y la relatividad restringida recurre a esta contracción para obtener explicaciones.

$\gamma$  es la letra griega gama, v es la velocidad del marco de referencia, digamos una partícula, y c es la velocidad de la luz, aproximadamente 300,000 kilómetros por segundo.

Sea X la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Supongamos que uno de los lados sea X multiplicado por v/c; y sea X' el tercer lado del triángulo.

Entonces,  $X' = X$  multiplicada por  $\sqrt{1 - (v/c)^2}$ .

Si dividimos la ecuación (1) por  $\sqrt{1 - (v/c)^2}$ , obtenemos el valor de gama.

Si  $v = .87 c$ , entonces  
 $(v/c)^2 = .76$      $1 - .76 = .24$     y  $\sqrt{.24} =$  alrededor de  $.5$

$X' = X$  multiplicada por  $\sqrt{1 - (v/c)^2} = X$  multiplicada por  $.5$

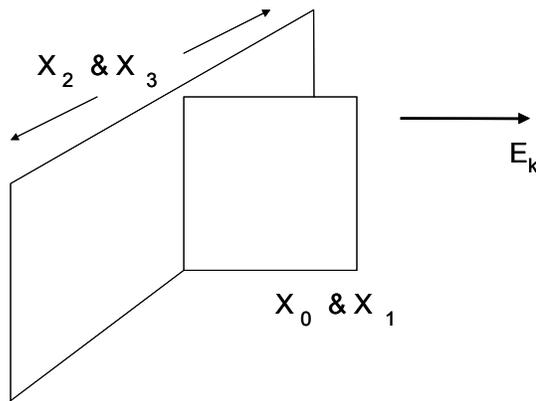
---

<sup>4</sup> C. del T.: Cuando se observa dicha distancia desde otro marco de referencia que posea una densidad de energía diferente al primero.

La distancia, tal como se observa desde fuera del marco de referencia, se encogerá hasta .5 de su valor original. Al parámetro de tiempo se lo trata de la misma manera.  $t'$ , o sea el tiempo experimentado por la persona que viaja a  $.87 c$ , =  $t$ , el tiempo experimentado por la persona que permanece inmóvil, multiplicado por  $\sqrt{1-(v/c)^2}$ . El tiempo que transcurra para el observador acelerado es la mitad de aquel experimentado por el observador que se mueve a baja velocidad.

Si una varilla de medición tiene una longitud de un metro y la aceleramos hasta que alcance el 87% de la velocidad de la luz, se volverá más corta para quienes la observan desde nuestro marco de referencia de baja densidad de energía. Parecerá tener sólo .5 metros de longitud. Si viajásemos junto a la varilla (un "marco de referencia acompañante") y utilizásemos la varilla para medir la velocidad de la luz obtendríamos un valor que sería el mismo que obtendríamos si nos mantuviéramos inmóviles. Estaríamos acelerados y nuestros cuerpos, nave, etc., se encogería en la misma proporción que cualquier instrumento de medición.

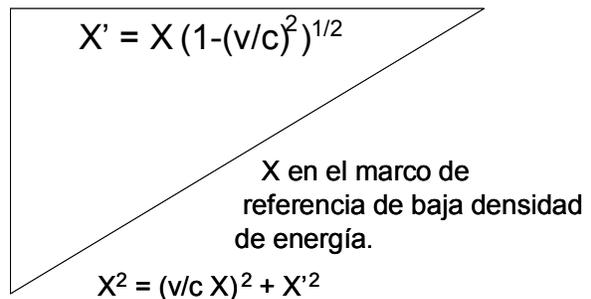
Figura 1-2 La contracción de Lorentz-Fitzgerald



A medida que una partícula, aumenta su energía cinética. deviene "más corta en la dirección del viaje- en lo espacial o en lo temporal.

$X'$  se refiere a  $X_0$  y  $X_1$   
 $X'$  está en el marco de referencia de densidad de alta energía.

La matemática para hallar el  $X(v/c)$  tamaño de una dimensión - una longitud o el tiempo - es simplemente la de un triángulo, como se muestra a la derecha.

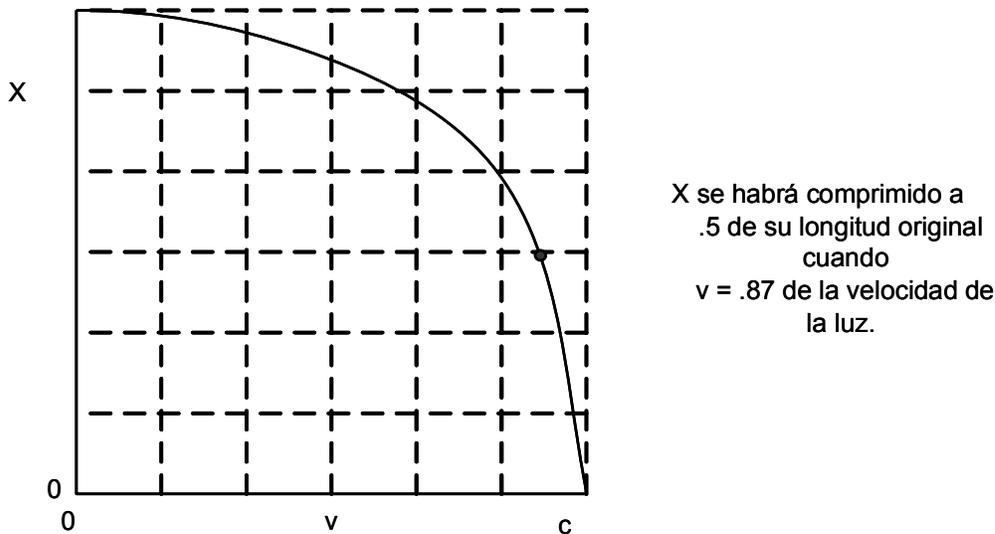


El Marco de Referencia de Densidad de Alta Energía es el marco acelerado. El Marco de referencia de baja densidad de energía es el marco el "normal", no acelerado y en reposo.

Véase la Figura 1-3 donde se ha representado una gráfica de la disminución en distancia con respecto a la velocidad, tal como se observaría desde un marco de referencia de una baja densidad de energía junto. El marco de referencia con alta densidad de energía se comprime; esto es común tanto a la relatividad restringida como a la relatividad general.

Debido a la compresión del espaciotiempo de un sistema de alta densidad de energía, la velocidad de la luz medida será igual para cualquier observador. Los efectos de un campo gravitacional son similares. La gravitación cambia la geometría del espaciotiempo local y, en consecuencia, produce efectos relativistas.

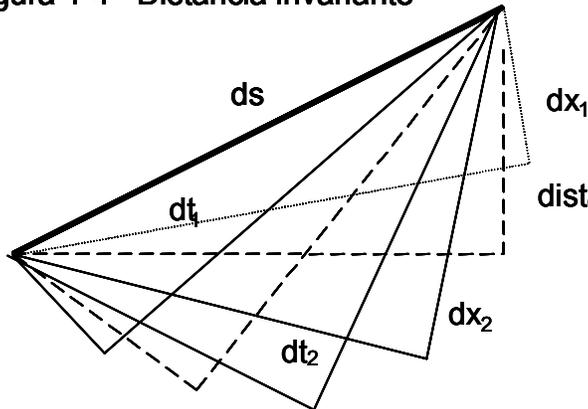
Figura 1-3 Gráfica de la Energía de Tensión en función de la Compresión debida a la velocidad.



### Distancia invariante

Estos cambios no pueden observarse desde adentro del marco de referencia del observador, y por lo tanto utilizamos modelos matemáticos y experimentos para develar la naturaleza verdadera del espaciotiempo. Al utilizar el concepto de marcos de referencia de densidad de energía, evitamos caer en confusiones. El marco de alta densidad de energía (una partícula de alta velocidad o el espacio próximo a un agujero negro) experimenta una contracción tanto en espacio como en tiempo. El espaciotiempo o variedad (*manifold*) que se utiliza en relatividad restringida es el de Minkowski. En el espaciotiempo de Minkowski existe la distancia invariante. La distancia entre dos eventos está compuesta por tiempo y por espacio. Un observador muy lejano puede que observe un destello de luz mucho después de otro. Un observador que viaja a una alta velocidad puede que tenga su tiempo dilatado. Sean cuales fueren las distancias o las velocidades relativas, la distancia invariante siempre será medida como siendo la misma en cualquier marco de referencia. Debido a este descubrimiento, se definió el concepto de espaciotiempo. El tiempo y el espacio forman parte de la misma variedad (*manifold*) de cuatro dimensiones; se trata de un espacio plano (no hay campos gravitacionales), pero no es euclidiano. En la Figura 1-4 se observa un ejemplo. La hipotenusa de un triángulo es invariante cuando se trazan varios ángulos rectos. La distancia invariante en relatividad restringida sustrae tiempo de las distancias espaciales (o viceversa). El espaciotiempo de la relatividad restringida se denomina espaciotiempo de Minkowski, o también la métrica de Minkowski. Es plano, pero posee una métrica, a diferencia del espacio newtoniano.

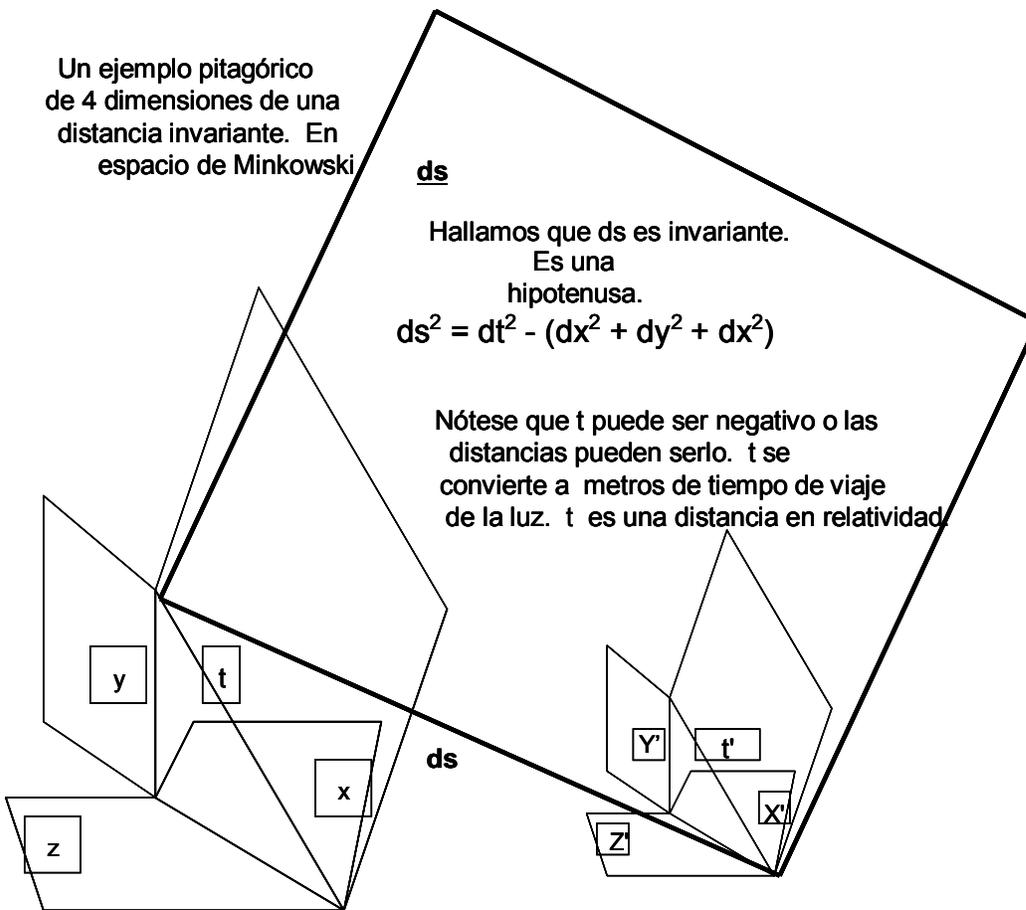
Figura 1-4 Distancia invariante



Esto es un ejemplo de una distancia invariante,  $ds$ , en una simple situación pitagórica.

La distancia  $ds$  se describe aquí como una distancia de 2 dimensiones con  $dy$  and  $dz$  suprimidas. En 4 dimensiones, la distancia entre dos eventos, A y B, es una constante. Mientras que  $dt$  y  $dx$  varían, la suma de sus cuadrados no lo hace.

Un ejemplo pitagórico de 4 dimensiones de una distancia invariante. En espacio de Minkowski



Los tensores producen el mismo efecto para objetos multidimensionales.

La variable del tiempo en la Figura 1-4 puede escribirse de dos maneras diferentes, ya sea como  $t$ , o como  $ct$ . Como  $ct$  significa que el tiempo en segundos se ha multiplicado por la velocidad de la luz, a fin de que la ecuación sea correcta. Si dos segundos de viaje a la velocidad de la luz separan dos eventos, entonces  $t$  en la fórmula es en realidad 2 segundos  $\times$  300,000 kilómetros/segundo = 600,000 kilómetros. En relatividad, el tiempo se mide en metros de viaje de un fotón. Todos los tiempos se transforman en distancias. Cuando uno ve escrito el parámetro  $t$ , se comprende que en realidad se trata de  $ct$ .

El tiempo adecuado es el tiempo (distancia que viaja la luz durante una duración) que se mide desde adentro del marco móvil de referencia. Será diferente para el observador ubicado en la Tierra y el rayo cósmico que se aproxima a la atmósfera de la Tierra. En relatividad restringida, se aplica en la contracción de Lorentz.

En relatividad general es más frecuente utilizar  $\tau$ , tau, que significa el tiempo adecuado. Este tiempo adecuado es el tiempo (distancia) tal como se mide en el marco de referencia de la partícula en movimiento o del campo gravitatorio - el marco de referencia de alta densidad de energía. El tiempo que se mide desde una posición relativamente estacionaria no es aplicable a la partícula de alta velocidad.

La transformación que utiliza la fórmula de contracción de Lorentz-Fitzgerald puede aplicarse a posición, momento, tiempo, energía, o momento angular.

La fórmula de Newton para el momento era  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ . La fórmula de Einstein de relatividad restringida es  $\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}$ , con  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ . Dado que  $\gamma = 1$  cuando  $v = 0$ , esto da como resultado la fórmula de Newton en el "límite débil", o en el espacio euclidiano a bajas velocidades.

## Principio de correspondencia

El principio de correspondencia establece que cualquier teoría general avanzada debe de reproducir los mismos resultados que la teoría anterior más específica. En particular, la relatividad de Einstein debía producir las bien conocidas y establecidas teorías de Newton a la vez que explicaba nuevos fenómenos. Aún cuando la fórmula de contracción funcionaba para altas velocidades, debía predecir los mismos resultados que Newton para bajas velocidades. Cuando Einstein desarrolló la relatividad general, la relatividad restringida debía de poder derivarse de ella.

Las ecuaciones de Evans son nuevas para la relatividad general. Para que se les considere válidas, debe de ser posible derivar de las mismas todas las ecuaciones conocidas de la física. Para justificar la afirmación de que se trata de una teoría unificada, debe de ser posible derivar claramente tanto la relatividad general como la mecánica cuántica. Para que las ecuaciones posean un valor espectacular, deben de poder explicar más, e incluso cambiar la comprensión de las teorías ya establecidas.

No es posible alcanzar una completa apreciación de la física sin las matemáticas. Muchas de las explicaciones en el campo de la física son muy difíciles de explicar en palabras, pero resultan muy sencillas en matemáticas. De hecho, en las ecuaciones de Evans, la física es geometría diferencial. Esta teoría completaría la visión de Einstein.

## Vectores

Los vectores con forma de flecha son líneas que apuntan desde un evento hacia otro. Poseen un valor numérico y una dirección. En relatividad, se utilizan vectores de cuatro dimensiones. Nos dan la distancia entre dos puntos. " $\Delta t$ " significa "delta t", que representa la diferencia en el tiempo.

Podemos utilizar como ejemplo el movimiento de un automóvil. El automóvil viaja a 100 kilómetros por hora. El valor de  $\Delta t$  es de una hora,  $\Delta x$  es igual a 100 kilómetros. Estos valores son escalares. Al dar también la dirección, digamos hacia el norte, tenemos una velocidad que es un vector. Por lo tanto, un escalar sólo suministra una magnitud, en tanto que el vector suministra tanto una magnitud como una dirección.

También vemos algunas veces " $dt$ ", que significa "diferencia entre el tiempo uno y el tiempo dos", y " $\partial t$ ", que significa lo mismo cuando hay dos variables involucradas. Un vector no es un escalar debido a que posee dirección y magnitud. Un escalar es simplemente un número.

En la física existen muchas formas abreviadas, pero una vez que se comprende la definición, se desmitifica una porción muy significativa de esta disciplina.

$\mathbf{A}$  es el símbolo para un vector denominado  $A$ . Podría ser, por ejemplo, la velocidad del automóvil  $A$ , en tanto que otro vector,  $\mathbf{B}$ , representa la velocidad del automóvil  $B$ . Típicamente, un vector se representa con una **letra minúscula en negrita**. Un tensor, en cambio, puede representarse tanto mediante una letra en negrita mayúscula como minúscula, de manera que uno debe estar atento al contexto.

Para un resumen de las clases de productos de vectores y matrices, véase el Glosario bajo "Productos".

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  es el producto punto<sup>5</sup>, y geoméricamente significa que multiplicamos el valor de la proyección de  $\mathbf{a}$  sobre  $\mathbf{b}$  multiplicado por  $\mathbf{b}$  para obtener un número escalar. Típicamente, se trata de una distancia invariante y, por lo general, no se incluye el punto.

El producto punto se denomina un producto interior en cuatro dimensiones.

$\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  se denomina el producto cruz<sup>6</sup>. Si  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  son vectores que forman dos dimensiones, el producto vectorial entre ellos da como resultado un vector en una tercera dimensión<sup>7</sup>. Generalizando a cuatro dimensiones, si  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  son vectores en el volumen  $xyz$ , entonces el vector  $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$  será perpendicular u "ortogonal" al volumen  $xyz$ . En relatividad restringida, un caso semejante es el tiempo. En relatividad general, se trata de una dimensión espacial. Mientras que la relatividad restringida representa a la cuarta

---

<sup>5</sup> C. del T.: También denominado producto escalar.

<sup>6</sup> C. del T.: También denominado producto vectorial.

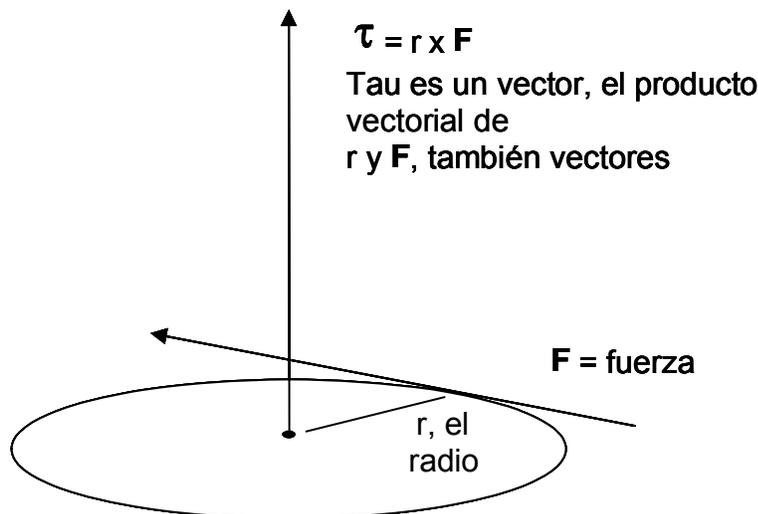
<sup>7</sup> C. del T.: Y que, obviamente, resulta perpendicular al plano formado por los dos vectores multiplicados.

dimensión como el parámetro tiempo, la relatividad general la trata de igual modo o como una dimensión espacial.

El producto cuña sería como un producto cruz en cuatro dimensiones. En el Capítulo 4 se le describe con más detalle, junto con más información acerca de los vectores.

Los cálculos de una fuerza de palanca constituyen un ejemplo de productos cruz<sup>8</sup>. El valor resultante  $\tau$ <sup>9</sup>, la palanca, es la fuerza que gira. Se representa mediante un vector que apunta directamente hacia arriba. La Figura 1-5 muestra una representación del vector palanca. Apunta en la tercera dimensión aún cuando las acciones parecen estar limitadas sólo a las otras dos dimensiones. Al principio esto nos puede resultar extraño, ya que el vector del momento se encuentra ubicado en las dos dimensiones del círculo. Sin embargo, para que la palanca pueda traducirse a otras entidades en el plano de giro, su vector debe hallarse fuera de éstas.

Figura 1-5 Palanca como ejemplo de un producto cruz o vectorial



Imaginemos un trompo que gira sobre una mesa. Existe un momento angular proveniente de la masa que gira en cierta dirección. El valor del momento se calcularía utilizando el producto cruz, o vectorial.

En relatividad, los índices expresados con letras griegas indican las cuatro dimensiones - 0,1,2,3 , como a menudo se les etiqueta, comprendiéndose que se trata de los parámetros t, x, y, z. Una letra romana indica los tres índices espaciales o dimensiones. Estas son las convenciones.

<sup>8</sup> Para una buena demostración en movimiento del producto cruz o vectorial en tres dimensiones, véase el curso interactivo en JAVA <http://www.phy.syr.edu/courses/java-suite/crosspro.html>

<sup>9</sup>  $\tau$  se utiliza para representar tanto al tiempo adecuado como a la palanca (*N. del T.: Se utiliza la misma letra porque la palanca se traduce como torque en idioma inglés*). El contexto distingue entre ambos.

Los tensores y la t etraza utilizan una matemática similar a la empleada con los vectores.

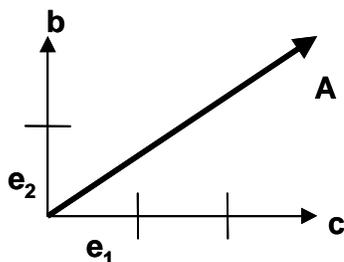
El producto vectorial de  $r$  y  $F$  es la palanca. Se encuentra en un espacio vectorial y puede mov rsele a otra ubicación para ver los resultados. Los tensores se comportan en una forma similar. Cuando se mueve un tensor de un marco de referencia a otro, las distancias (y otros valores) calculados permanecerán invariantes.

Discutiremos la t etraza en capítulos posteriores. La t etraza, que como veremos constituye un elemento fundamental en las ecuaciones de Evans, posee un índice en letras latinas y un índice en letras griegas. La "a" de la t etraza se refiere al espacio tangencial euclidiano y representa en forma genérica a las variables  $t, x, y$  y  $z$  en nuestra distancia invariante. El  ndice " $\square$ " se refiere a las cuatro dimensiones del universo. La t etraza es una matriz formada por vectores.

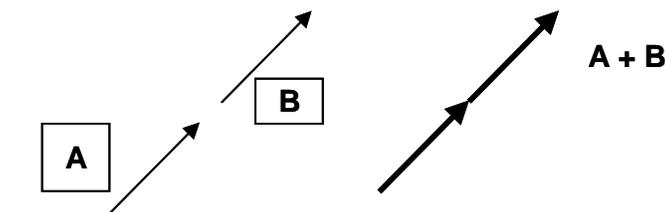
La Figura 1-6 nos muestra la idea básica de los vectores, en tanto que la Figura 1-7 nos muestra más acerca de los vectores base,  $e$ .

Figura 1-6 Vectores

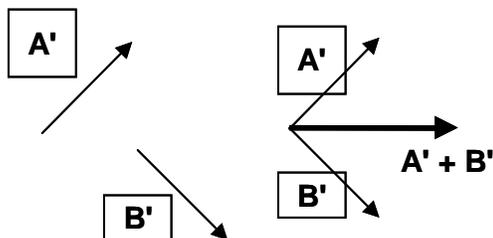
Vector y Vectores Base,  $e$



El vector  $A$  con componentes  $b$  y  $c$ , que son vectores rectangulares que suman  $A$ . Los dos componentes tienen longitud unitaria  $e$ , para fines de medición.  $e_1$  y  $e_2$  no tienen necesariamente la misma longitud.



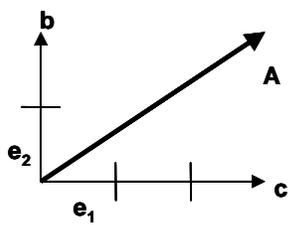
El sumar  $A$  y  $B$  da un vector del doble de longitud y que posee la misma dirección.



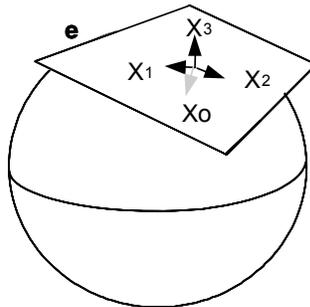
El sumar  $A'$  y  $B'$  da un vector que se muestra a la izquierda. Cambia de dirección y su longitud es una función de los vectores originales.

<sup>10</sup> C. del T.: Aun cuando el resultado no es otro vector de cuatro dimensiones.

Figura 1-7 Vectores Base, e

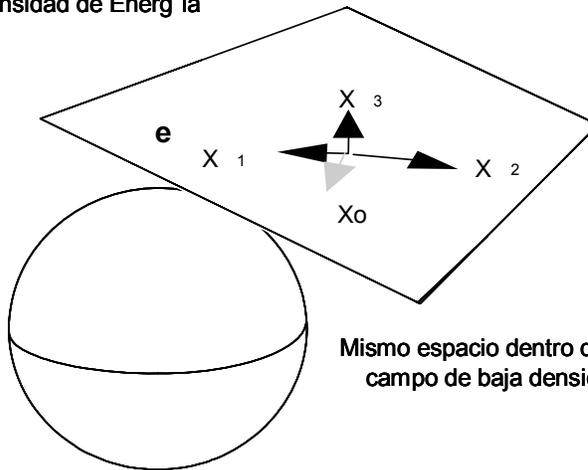
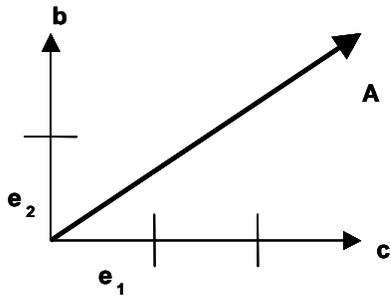


Marco de Referencia Uno - Alta Densidad de Energía ía



Espacio curvo con un punto de vector -4 y un plano tangencial.

Marco de Referencia Dos - Baja Densidad de Energía ía



Mismo espacio dentro de un campo de baja densidad de energía ía

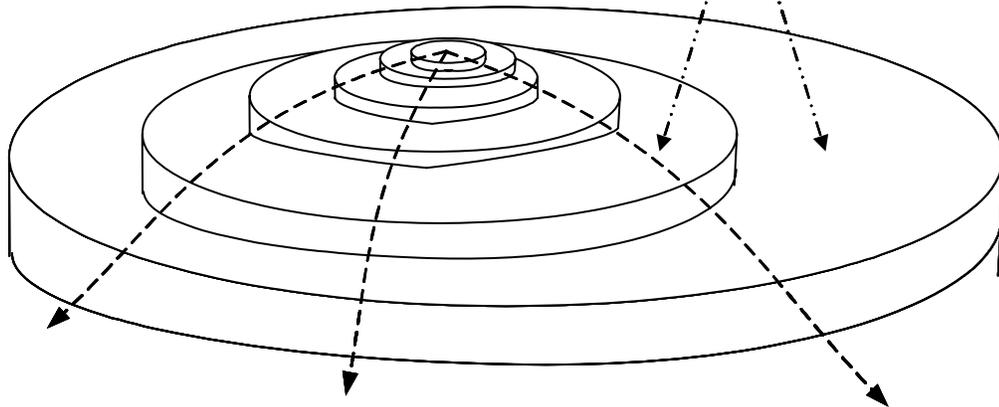
Los vectores base son medidores. Pueden ser movidos de un marco de referencia a otro. Los vectores normales no pueden ser movidos sin perder sus proporciones. Los vectores en el nuevomarco de referencia se forman a partir de las bases. Todas las proporciones serán correctas.

Existe otro tipo de vector que se utiliza extensivamente en relatividad general – la *1-forma*. Se presenta en la Figura 1-8 y en el Glosario puede encontrarse más información. Todos los vectores presentes en un patrón complicado y que tienen el mismo valor, son como una *1-forma*. Dado que son valores discretos, son también como eigenvalores, o valores cuantizados. Más sobre este tema, en los próximos capítulos.

En relatividad y en teoría cuántica, se utilizan vectores para analizar propiedades del espaciotiempo, las masas, eventos y el estado de cualquier partícula. Se utilizan e interpretan en forma diferente, pero la matemática es siempre la misma.

Figura 1-8 Ejemplo de 1-forma

Una 1-forma define los valores constantes de una función. Las mismas bandas de elevación en un mapa topográfico son 1-formas.



Un vector puede existir en sí mismo. Esto le transforma en un “objeto geométrico”. No debe de referirse necesariamente a un espacio vectorial en particular, o puede colocársele en cualquier espacio. Suponemos que hay espacios matemáticos en nuestra imaginación. Las coordenadas, en cambio, siempre se refieren a un espacio específico, como la región cercana a un agujero negro o a un átomo. Los vectores pueden definir tales coordenadas.

## La métrica

La métrica en relatividad restringida es la métrica de Minkowski. Una métrica es un mapa en un espaciotiempo que define la distancia y también algunas funciones matemáticas del espaciotiempo, tales como la simple suma y multiplicación. Si uno mira alrededor en la región en la que uno se encuentra, existe una métrica. Es la realidad dentro de la cual uno se encuentra, y se trata de un simple mapeo. Establecer una distancia desde cada punto a cada otro punto.

En relatividad, la métrica se designa, típicamente, como  $\eta_{\square\square} = (-1, 1, 1, 1)$  y se la multiplica por distancias. En algunas ocasiones aparece como  $(+1, -1, -1, -1)$  Por ejemplo,  $(dt^2, dx^2, dy^2, dz^2)$  nos da el cuadrado de las distancias entre dos puntos en cuatro dimensiones. Entonces,  $\eta_{\square\square}(dt^2, dx^2, dy^2, dz^2) = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$ . La distancia invariante es  $ds$ , donde

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (2)$$

Por otro lado, si permitimos que  $dx$  represente tanto a  $dx$  como a  $dy$  y a  $dz$  combinados, entonces obtenemos que  $ds^2 = dx^2 - dt^2$ .

Esta distancia se denomina algunas veces el "elemento lineal". En relatividad - tanto restringida como general - la métrica del espaciotiempo se define como ya se explicó más arriba. Cuando se calculan varias cantidades, tales como distancias o momento o energía, etc., debe considerarse a la métrica. El movimiento a través del tiempo cambia las cantidades, de la misma forma en que lo hace el movimiento a través del espacio.

Veremos el empleo de la ecuación  $g(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  o simplemente  $g$ . Se trata del tensor de la métrica y es una función de dos vectores. Todo lo que significa es el producto punto (o más precisamente el producto interior) de los dos vectores combinados con la métrica del espaciotiempo. El resultado es una distancia de cuatro dimensiones, tal como se muestra en la Figura 1-9, donde se utiliza en la figura geometría curvilínea de Riemann en lugar de la geometría euclidiana. (Véase el Glosario bajo *Tensor de la Métrica*).

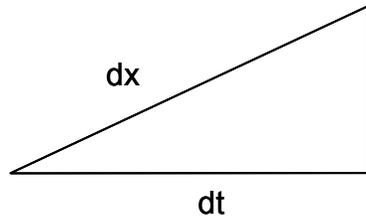
La naturaleza de la métrica se vuelve muy importante a medida que uno se traslada hacia la relatividad general y la teoría del campo unificado. La métrica de la teoría cuántica es la misma que se utiliza en relatividad restringida. Es un buen modelo matemático para realizar aproximaciones, pero no es la métrica de nuestro verdadero universo. No puede describirse con ella la gravitación. De la misma manera, la geometría

de Riemann describe curvaturas gravitacionales, pero no permite el giro de la métrica. Para ello, se requiere de la geometría de Cartan.

Figura 1-9 La métrica y la distancia invariante,  $ds$

$$ds^2 = dx^2 - dt^2$$

$dx$  representa  $dx, dy, dz$ ,  
la distancia tridimensional.



$ds$ , es la distancia invariante

$dx$  es la distancia entre  
dos eventos, p.ej. dos destellos  
de luz.

$dt$  es el tiempo transcurrido  
entre ambos eventos.

Sea cual fuere la compresión del  
espaciotiempo del marco de refe-  
rencia de cualquier observador, el cálculo  
de  $ds$  es el mismo. Las distancias  
espaciales y temporales serán diferentes  
en marcos de referencia con diferente  
densidad energética; sin embargo, la  
diferencia es siempre la misma.

## Resumen

La relatividad restringida nos mostró que el espacio y el tiempo forman parte de la misma construcción física, el espaciotiempo. El espaciotiempo es una construcción física real, en tanto que los marcos de referencia constituyen la descripción matemática.

El espaciotiempo de una partícula o de cualquier marco de referencia se expande y se comprime con su densidad de energía, a medida que varía su velocidad. La velocidad de la luz (cualquier onda electromagnética) en el vacío es una constante, sea cual fuere el marco de referencia a partir del cual se efectuaron las mediciones. Ello se debe a la métrica de la variedad (o manifold) del espaciotiempo.

El ejemplo de la palanca nos muestra vectores en dos dimensiones que generan un vector en una tercera dimensión. A partir de este ejemplo podemos generalizar a vectores en "espacios vectoriales" utilizados para describir acciones en nuestro universo.

La naturaleza del espaciotiempo es el concepto esencial que presenta Evans. De la misma manera en que el espaciotiempo de Minkowski sustituyó al espaciotiempo newtoniano, y Riemann sustituyó a Minkowski, así el espaciotiempo de Evans (la variedad o manifold de la geometría diferencial) sustituye a Riemann. La geometría diferencial permite que la métrica se curve y que gire. Estos dos fenómenos deben formar parte del espaciotiempo mismo. No es posible que el espaciotiempo posea sólo curvaturas y que extrañamente se haya olvidado de la torsión.