LA LEY DE ANTISIMETRIA DE LA GEOMETRÍA DE CARTAN:

APLICACIONES EN ELECTROMAGNETISMO Y GRAVITACIÓN.

por

M. W. Evans, D. W. Lindstrom y H. Eckardt,

A.I.A.S. / T.G.A.

(www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.telesio-galilei.com)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

RESUMEN

Se desarrolla una novedosa ley de antisimetría en la geometría de Cartan a partir de la antisimetría fundamental del conmutador de derivadas covariantes actuando sobre cualquier tensor en cualquier espacio tiempo. La ley se ilustra con respecto a nuevas antisimetrías fundamentales de los tensores de curvatura y de torsión y de las formas de curvatura y de torsión. Estas leyes se expresan en formato vectorial y se desarrollan para su utilización en la teoría de le electrodinámica de Einstein, Cartan y Evans (ECE). Para una mayor facilidad de referencia, se resumen las leyes electrodinámicas de la teoría ECE. Sus estructuras duales de Hodge se desarrollan y también se resumen, y se agregan las propiedades fundamentales del potencial ECE al modelo de ingeniería ECE. Lindstrom y Eckardt desarrollan las limitaciones de antisimetría en la Sección 4 de este documento para su empleo en simulación computacional de nuevos dispositivos de energía y anti gravitacionales. Se reconoce como resonancia de Tesla a las diversas resonancias por conexión de espín del modelo ECE de ingeniería.

Palabras clave: antisimetría de conmutador, ley de antisimetría de la geometría de Cartan y teoría ECE, dualidad de Hodge, potencial electromagnético ECE, simulación computacional con teoría ECE y limitaciones de antisimetría.

1. INTRODUCCIÓN

En documentos recientes de esta serie {1-10} acerca de la teoría de campo de Einstein, Cartan y Evans (ECE), se han desarrollado novedosas leyes de antisimetría a partir de la bien conocida antisimetría del conmutador de derivadas covariantes actuando sobre cualquier tensor en cualquier espaciotiempo de cualquier dimensión{11} . Estas leyes son de una comprensión directa pero constituyen limitaciones significativas en el campo de la electrodinámica y de la gravitación. Nos muestran que las teorías de gravitación son fundamentalmente incorrectas si no contemplan la torsión del espaciotiempo, y que las teorías del electromagnetismo son incorrectas si se basan en la asimetría de gauge U(1). Estos documentos introducen una ley de antisimetría fundamentalmente nueva en la misma geometría de Cartan, y esto se desarrolla en la Sección 2 en forma diferencial y utilizando notación tensorial y vectorial. Se utiliza el formato vectorial de esta ley para resumir las leyes de termodinámica ECE, las cuales constituyen la base del modelo ECE de ingeniería {1-10}. Esta teoría es la única en electrodinámica capaz de describir la resonancia de Tesla {12}, una fuente útil de energía eléctrica. En la Sección 3 se resumen y repasan las estructuras duales de Hodge de la teoría de campo ECE, y se resumen las propiedades del potencial electromagnético ECE para su empleo con el Modelo de ingeniería. En la Sección 4, se desarrolla la restricción de Lindstrom del documento 133 para producir un problema completamente definido y bien planteado para su empleo en simulación computacional de dispositivos que utilizan energía eléctrica a partir del espaciotiempo a través de la resonancia de Tesla, y para la simulación computacional de dispositivos que producen antigravitación.

2. LEYES DE ANTISIMETRÍA GEOMÉTRICA Y SUS APLICACIONES EN FÍSICA.

Consideremos la acción del conmutador de derivadas covariantes sobre el vector V^ρ en cualquier espacio tiempo de cualquier número de dimensiones:

$$[D_\mu, D_\nu]\, V^\rho = D_\mu(D_\nu V^\rho) - D_\nu(D_\mu V^\rho) \tag{1}$$

Esta ecuación es idénticamente antisimétrica:

$$D_\mu(D_\nu V^\rho) - D_\nu(D_\mu V^\rho) := -\,(D_\nu(D_\mu V^\rho) - D_\mu(D_\nu V^\rho)) \tag{2}$$

es decir,

$$D_\mu(D_\nu V^\rho) - D_\nu(D_\mu V^\rho) := D_\mu(D_\nu V^\rho) - D_\nu(D_\mu V^\rho) \tag{3}$$

Q.E.D. Sus únicas soluciones posibles son:

$$D_\mu(D_\nu V^\rho) = -\,D_\nu(D_\mu V^\rho) \tag{4}$$

debido a antisimetría en μ y ν . A partir de fundamentos {1-11}:

$$D_\mu(D_\nu V^\rho) = \partial_\mu(\,\partial_\nu\, V^\rho) + (\,\partial_\mu\, \Gamma^\rho_{\nu\sigma})\, V^\sigma + \Gamma^\rho_{\nu\sigma}\partial_\mu\, V^\sigma - \Gamma^\lambda_{\mu\nu}\partial_\lambda\, V^\rho - \Gamma^\lambda_{\mu\nu}\Gamma^\rho_{\lambda\sigma}V^\sigma$$

$$+\, \Gamma^\rho_{\mu\sigma}\partial_\nu\, V^\sigma + \Gamma^\rho_{\mu\sigma}\Gamma^\sigma_{\nu\lambda}V^\lambda \tag{5}$$

Por lo tanto, cuando consideramos $D_\nu(D_\mu V^\rho)$, cada término a la derecha de la igualdad en la Ec. (5) debe cambiar de signo cuando:

$$\mu \longrightarrow \nu \;, \quad \nu \longrightarrow \mu \tag{6}$$

En el límite del espaciotiempo de Minkowski:

$$D_\mu(D_\nu V^\rho) \longrightarrow \partial_\mu(\,\partial_\nu\, V^\rho) \tag{7}$$

en cuyo caso:

$$\partial_\mu(\,\partial_\nu\, V^\rho) = -\,\partial_\nu(\,\partial_\mu\, V^\rho) \tag{8}$$

Sin embargo, en el espacio tiempo de Minkowski, por ortogonalidad de coordenadas:

$$\partial_\mu(\,\partial_\nu\, V^\rho) = \partial_\nu(\,\partial_\mu\, V^\rho) \tag{9}$$

Por lo tanto:

$$\partial_\mu(\partial_\nu V^\rho) = 0 \qquad (10)$$

Por ejemplo, consideremos el vector posición en dos dimensiones

$$\underline{V} = \underline{r} = \mathrm{X}\,\underline{i} + \mathrm{Y}\,\underline{j} \qquad (11)$$

En este caso:

$$\frac{\partial \underline{V}}{\partial X} = \underline{i} \quad , \quad \frac{\partial \underline{V}}{\partial Y} = \underline{j} \qquad (12)$$

y:

$$\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial \underline{V}}{\partial X}\right) = \frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial \underline{V}}{\partial Y}\right) = 0 \qquad (13)$$

Q.E.D. Reagrupando el álgebra de la Ec. (5):

$$[D_\mu, D_\nu]\, V^\rho = (\partial_\mu \Gamma^\rho_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma} + \Gamma^\rho_{\mu\lambda}\Gamma^\lambda_{\nu\mu} - \Gamma^\rho_{\nu\lambda}\Gamma^\lambda_{\mu\sigma})\, V^\sigma - (\Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\nu\mu})\, D_\lambda V^\rho$$

$$= R^\rho_{\sigma\mu\nu}\, V^\sigma - T^\lambda_{\mu\nu}\, D_\lambda V^\rho \qquad (14)$$

donde $R^\rho_{\sigma\mu\nu}$ es el tensor de curvatura de cualquier espaciotiempo en cualquier dimensión, y donde $T^\lambda_{\mu\nu}$ es su tensor de torsión. Por lo tanto:

$$\partial_\mu \Gamma^\rho_{\nu\sigma} = -\, \partial_\nu \Gamma^\rho_{\mu\sigma} \qquad (15)$$

$$\Gamma^\rho_{\mu\lambda}\Gamma^\lambda_{\nu\sigma} = -\, \Gamma^\rho_{\nu\lambda}\Gamma^\lambda_{\mu\sigma} \qquad (16)$$

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = -\, \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \qquad (17)$$

Si se supone que:

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} \neq -\, \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \qquad (18)$$

entonces se deduce que $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$ debe poseer una componente simétrica:

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} \tag{19}$$

debido a que cualquier matriz asimétrica con índices inferiores μ y ν es por definición la suma de una parte simétrica (S) y una parte antisimétrica (A):

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}\ (\mathrm{S}) + \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}\ (\mathrm{A})$$

$$= \frac{1}{2}(\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} + \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu}) - \frac{1}{2}(\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu}) \tag{20}$$

La conexión no es un tensor debido a que no se transforma como un tensor bajo la transformación general de coordenadas{1-11}, pero sus dos índices inferiores definen una matriz para cada μν . Sin embargo, si:

$$\mu = \nu \tag{21}$$

entonces:

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} = 0 \tag{22}$$

de manera que la Ec. (18) resulta incorrecta, Q.E.D. Por lo tanto:

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = -\Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} \tag{23}$$

Las Ecs.(15) y (16) se demuestran en la misma forma y también son en forma directa el resultado de la antisimetría del conmutador:

$$[D_{\mu}, D_{\nu}]\, V^{\rho} = -[D_{\nu}, D_{\mu}]\, V^{\rho} \tag{24}$$

No existe una parte simétrica para el conmutador, lo cual significa que si los índices μ y ν son iguales, el conmutador desaparece, y también lo hacen TODOS los términos a la derecha de la igualdad en las Ecs. (5) y (14).

El modelo comúnmente aceptado de la física {11} supone incorrectamente que sólo ciertas sumas o restas de términos son antisimétricas, es decir, supone:

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = -R^{\rho}_{\sigma\nu\mu} \qquad , \qquad T^{\lambda}_{\mu\nu} = -T^{\lambda}_{\nu\mu} \tag{25}$$

donde $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$ es la suma de cuatro términos y $T^{\lambda}_{\mu\nu}$ es la diferencia de dos términos. El modelo comúnmente aceptado complica aún más estos errores al asumir que:

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = ?\ \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} \tag{26}$$

Esto constituye un error serio porque se supone que μ es igual que ν, en cuyo caso desaparece el conmutador, así como también lo hacen todos los términos a la derecha de la igualdad en la Ec. (14).

La antisimetría correcta del tensor de torsión idénticamente distinto de cero es:

$$T^{\lambda}_{\mu\nu} = -T^{\lambda}_{\nu\mu} : \neq 0 \tag{27}$$

en donde la conexión es idénticamente antisimétrica. Las antisimetrías correctas del tensor de curvatura son:

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = -R^{\rho}_{\sigma\nu\mu} \tag{28}$$

$$\partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} = -\partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} \tag{29}$$

$$\Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} = -\Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} \tag{30}$$

Transformando todo a notación vectorial:

$$\underline{\nabla} \times \underline{R}^{\rho}_{\sigma 1} = \underline{0} \qquad , \qquad \partial \underline{R}^{\rho}_{\sigma 2} / \partial t = 0 \tag{31}$$

donde

$$\underline{R}^{\rho}_{\sigma 1} = \underline{R}^{\rho}_{\sigma 01}\ \underline{i} + \underline{R}^{\rho}_{\sigma 02}\ \underline{j} + \underline{R}^{\rho}_{\sigma 03}\ \underline{k} \tag{32}$$

$$\underline{R}^{\rho}_{\sigma 2} = \underline{R}^{\rho}_{\sigma 23}\ \underline{i} + \underline{R}^{\rho}_{\sigma 31}\ \underline{j} + \underline{R}^{\rho}_{\sigma 12}\ \underline{k}$$

Por lo tanto existe la novedosa identidad de la geometría de Riemann:

$$\underline{\nabla} \times \underline{R}^{\rho}_{\sigma 1} + \frac{1}{c}\frac{\partial \underline{R}^{\rho}_{\sigma 2}}{\partial t} := 0 \tag{33}$$

El vector $\underline{R}^{\rho}_{\sigma 1}$ es irrotacional y el vector $\underline{R}^{\rho}_{\sigma 2}$ es independiente del tiempo.

Sea:

$$R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} := A^{\rho}_{\sigma\mu\nu} + B^{\rho}_{\sigma\mu\nu} \tag{34}$$

donde:

$$A^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma} - \partial_{\nu}\Gamma^{\rho}_{\mu\sigma} \tag{35}$$

$$B^{\rho}_{\sigma\mu\nu} = \Gamma^{\rho}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\rho}_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma} \tag{36}$$

Entonces para cada ρ y σ:

$$A_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\Gamma_{\nu} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu} \tag{37}$$

$$B_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu} - \Gamma_{\nu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\mu} \tag{38}$$

Las antisimetrías orbitales son, para cada ρ y σ:

$$A_{0i} = \partial_{0}\Gamma_{i} - \partial_{i}\Gamma_{0} \tag{39}$$

$$B_{0i} = \Gamma_{0\lambda}\Gamma^{\lambda}_{i} - \Gamma_{i\lambda}\Gamma^{\lambda}_{0} \tag{40}$$

Definiendo los cuatro vectores de la conexión para cada ρ y σ:

$$\left.\begin{aligned} \Gamma_{\mu} &= (\Gamma_{0}\,, -\underline{\Gamma}\,) \\ \Gamma_{\mu\lambda} &= (\Gamma_{0\lambda}\,, -\underline{\Gamma_{\lambda}}) \\ \Gamma^{\lambda}_{\mu} &= (\Gamma^{\lambda}_{0}\,, -\underline{\Gamma^{\lambda}}\,) \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

y los siguientes sectores para cada ρ y σ :

$$\left.\begin{aligned} \underline{A}_{1} &= \underline{A}_{01}\,\underline{\mathrm{i}} + \underline{A}_{02}\,\underline{\mathrm{j}} + \underline{A}_{03}\,\underline{\mathrm{k}} \\ \underline{A}_{2} &= \underline{A}_{23}\,\underline{\mathrm{i}} + \underline{A}_{31}\,\underline{\mathrm{j}} + \underline{A}_{12}\,\underline{\mathrm{k}} \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Entonces:

$$\underline{A}_1 = -\,\underline{\nabla}\,\Gamma_0 - \frac{1}{c}\frac{\partial \underline{\underline{\Gamma}}}{\partial t} \tag{43}$$

$$\underline{A}_2 = \underline{\nabla} \times \underline{\Gamma} \tag{44}$$

La ley de antisimetría significa que:

$$\underline{\nabla}\,\Gamma_0 = \frac{1}{c}\frac{\partial \underline{\underline{\Gamma}}}{\partial t} \tag{45}$$

Por lo tanto:

$$\underline{\nabla} \times \underline{A}_1 = \frac{1}{c}\frac{\partial \underline{A}_2}{\partial t} = 0 \tag{46}$$

Análogamente:

$$\underline{\nabla} \times \underline{B}_1 = \frac{1}{c}\frac{\partial \underline{B}_2}{\partial t} = 0 \tag{47}$$

donde, para cada ρ y σ :

$$\left.\begin{array}{l} \underline{B}_1 = \underline{B}_{01}\,\underline{\mathrm{i}} + \underline{B}_{02}\,\underline{\mathrm{j}} + \underline{B}_{03}\,\underline{\mathrm{k}} \\ \underline{B}_2 = \underline{B}_{23}\,\underline{\mathrm{i}} + \underline{B}_{31}\,\underline{\mathrm{j}} + \underline{B}_{12}\,\underline{\mathrm{k}} \end{array}\right\} \tag{48}$$

y donde para cada ρ y σ :

$$\left.\begin{array}{l} \underline{B}_1 = -\,\Gamma_{0\lambda}\,\underline{\Gamma}^{\lambda} + \underline{\Gamma}_{\lambda}\,\Gamma^{\lambda}_{0} \\ \underline{B}_2 = \underline{\Gamma}_{\lambda} \times \underline{\Gamma}^{\lambda} \end{array}\right\} \tag{49}$$

Restableciendo los índices ρ y σ recuperamos las Ecs. (31) y (33). Estas son las ecuaciones fundamentales de la geometría de Riemann en formato vectorial, en donde se incluyen las restricciones de antisimetría previamente desarrolladas.

Análogamente, la antisimetría geométrica resulta de fundamental importancia para la geometría de Cartan, en especial para la primera ecuación de estructura de Cartan Maurer:

$$T^a = \mathrm{d} \wedge q^a + \omega^a_b \wedge q^b \qquad (50)$$

y para la segunda ecuación de estructura de Cartan Maurer:

$$R^a_b = \mathrm{d} \wedge \omega^a_b + \omega^a_c \wedge \omega^c_b \qquad (51)$$

expresadas en forma de notación diferencial tradicional {11}. Aquí, T^aes la forma de torsion, d ^ es la derivada exterior, q^a es la forma de la tétrada, ω^a_b es la forma de conexión de espín y R^a_b es la forma de curvatura. Considerando la torsión, la Ec. (50) en notación tensorial es:

$$T^a_{\mu\nu} = \partial_\mu q^a_\nu - \partial_\nu q^a_\mu + \omega^a_{\mu b} q^b_\nu - \omega^a_{\nu b} q^b_\mu \qquad (52)$$

donde por definición {11}:

$$\omega^a_{\mu\nu} = \omega^a_{\mu b} q^b_\nu \qquad (53)$$

Para transformar la Ec.(52) a notación vectorial, se analiza la torsión en términos de su componente orbital:

$$T^a_{0i} = \partial_0 q^a_i - \partial_i q^a_0 + \omega^a_{0b} q^b_i - \omega^a_{ib} q^b_0 \qquad (54)$$

$$i = 1, 2, 3$$

y su componente de espín:

$$T^a_{ij} = \partial_i q^a_j - \partial_j q^a_i + \omega^a_{ib} q^b_j - \omega^a_{jb} q^b_i \qquad (55)$$

$$j = 1, 2, 3$$

Definiendo los vectores:

$$\underline{T}^a\,_{(\text{orb.})} = T^a_{01}\,\underline{\mathrm{i}} + T^a_{02}\,\underline{\mathrm{j}} + T^a_{03}\,\underline{\mathrm{k}} \qquad (56)$$

$$\underline{T}^a{}_{(\text{sp.})} = T^a_{23}\,\underline{\mathrm{i}} + T^a_{31}\,\underline{\mathrm{j}} + T^a_{12}\,\underline{\mathrm{k}} \tag{57}$$

Se define la torsión en términos de la tétrada y de la conexión de espín, que son en ambos casos cuatro-vectores, como sigue:

$$q^a_\mu = (q^a_0 \,, -\,\underline{q}^a) \tag{58}$$

$$\omega^a_{\mu b} = (\omega^a_{0b} \,, -\,\underline{\omega}^a_b\,) \tag{59}$$

en un espaciotiempo de cuatro dimensiones. La cuatro derivada se define con un cambio de signo de la siguiente manera:

$$\partial_\mu = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t} \,, \underline{\nabla}\,\right) \tag{60}$$

Resulta así que:

$$\underline{T}^a{}_{(\text{orb.})} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \underline{q}^a}{\partial t} - \underline{\nabla}\, q^a_0 - \omega^a_{0b}\underline{q}^b + \underline{\omega}^a_b\, q^b_0 \tag{61}$$

y

$$\underline{T}^a{}_{(\text{sp.})} = \underline{\nabla} \times \underline{q}^a - \underline{\omega}^a_b \times \underline{q}^b \tag{62}$$

que constituye la primera ecuación de estructura de Cartan Maurer en términos vectoriales.

En el documento 133 de la serie ECE (www.aias.us) se mostró que el postulado fundamental de la tétrada de la geometría de Cartan {1-11} puede expresarse como:

$$\Gamma^a_{\mu\nu} = \partial_\mu\, q^a_\mu + \omega^a_{\mu\nu} \tag{63}$$

La antisimetría fundamental (23) implica por lo tanto que:

$$\partial_\mu\, q^a_\nu + \omega^a_{\mu\nu} = -\,(\partial_\nu\, q^a_\mu + \omega^a_{\nu\mu}\,) \tag{64}$$

es decir:

$$\partial_\mu \, q^a_\nu + \ \partial_\nu \, q^a_\mu + \omega^a_{\mu b} q^b_\nu + \omega^a_{\nu b} q^b_\mu = 0 \tag{65}$$

que constituye una restricción novedosa y fundamental sobre la primera ecuación de estructura de Cartan Maurer:

$$T^a_{\mu\nu} = \ \partial_\mu \, q^a_\nu - \partial_\nu \, q^a_\mu + \omega^a_{\mu b} q^b_\nu - \omega^a_{\nu b} q^b_\mu \tag{66}$$

La identidad de Cartan Bianchi {1-11} en notación de forma diferencial es:

$$\mathrm{d} \wedge T^a \ : = j^a \tag{67}$$

donde la corriente j^a se define como:

$$j^a = \ R^a_b \wedge q^b \ - \omega^a_b \wedge T^b \tag{68}$$

En notación tensorial, la Ec. (67) es:

$$\partial_\mu \, T^a_{\nu\rho} + \partial_\rho \, T^a_{\mu\nu} + \partial_\nu \, T^a_{\rho\mu} = \ j^a_{\mu\nu\rho} + j^a_{\rho\mu\nu} + j^a_{\nu\rho\mu} \tag{69}$$

donde:

$$j^a_{\mu\nu\rho} = R^a_{\mu\nu\rho} - \omega^a_{\mu b} \, T^b_{\nu\rho} \tag{70}$$

y así sucesivamente. En notación vectorial, la Ec. (69) se expresa como dos ecuaciones:

$$\underline{\nabla} \cdot \ \underline{T}^a \,_{\text{(sp.)}} = \ j^a_0 \tag{71}$$

y

$$\underline{\nabla} \times \underline{T}^a{}_{\text{(orb.)}} + \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{T}^a(sp.)}{\partial t} = j^a \tag{72}$$

donde la parte temporal de la corriente es:

$$j^a_0 = -\left(j^a_{123} + j^a_{312} + j^a_{213} \right) \tag{73}$$

y donde la parte especial es:

$$\underline{j}^a \ = \ j^a_X \ \underline{\mathrm{i}} \ + \ j^a_Y \ \underline{\mathrm{j}} \ + \ j^a_Z \ \underline{\mathrm{k}} \tag{74}$$

donde

$$j_X^a = -\,(j_{012}^a + j_{201}^a + j_{120}^a\,) \tag{75}$$

y así sucesivamente. Para cada valor de a :

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & T_{01} & T_{02} & T_{03} \\ T_{10} & 0 & T_{12} & T_{13} \\ T_{20} & T_{21} & 0 & T_{23} \\ T_{30} & T_{31} & T_{32} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & T_X(\text{orb.}) & T_Y(\text{orb.}) & T_Z(\text{orb.}) \\ -T_X(\text{orb.}) & 0 & -T_Z(\text{sp.}) & T_Y(\text{sp.}) \\ -T_Y(\text{orb.}) & T_Z(\text{sp.}) & 0 & -T_X(\text{sp.}) \\ -T_Z(\text{orb.}) & -T_Y(\text{sp.}) & T_X(\text{sp.}) & 0 \end{pmatrix} \tag{76}$$

Las ecuaciones homogéneas de campo de la electrodinámica ECE, y del modelo de ingeniería ECE, se basan directamente en esta geometría {1-11}. También se sabe a partir del trabajo reciente que las ecuaciones de campo deben verse restringidas por antisimetría (Ec. (65) en notación tensorial). La hipótesis básica de ECE es:

$$F_{\mu\nu}^a = A^{(0)}\, T_{\mu\nu}^a \tag{77}$$

donde c$A^{(0)}$ tiene las unidades de voltios y en teoría ECE constituye una propiedad básica del vacío observable en las correcciones radiativas y también en resonancia de Tesla. En general, las ecuaciones homogéneas de campo son:

$$\partial_\mu\, \tilde{F}^{\mu\nu} = \tilde{J}^\nu /\, \varepsilon_0 \tag{78}$$

donde $\tilde{F}^{\mu\nu}$es el tensor de campo electromagnético, y donde $\tilde{J}^\nu$ es la densidad de cuatro corriente magnética u homogénea. No existe razón geométrica por la que $\tilde{J}^\nu$ debiera ser igual a cero en general. A partir de datos experimentales de laboratorio, se afirma que:

$$\tilde{J}^\nu = 0 \tag{79}$$

Si aceptamos esta afirmación, resulta que las ecuaciones de campo homogéneas en notación vectorial son:

$$\underline{\nabla} \times \underline{E}^a + \frac{\partial \underline{B}^a}{\partial t} = 0 \qquad (80)$$

y:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B}^a = 0 \qquad (81)$$

Para cada valor de a , el tensor de campo $\tilde{F}^{\mu\nu}$ es:

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -cB_X & -cB_Y & -cB_Z \\ cB_X & 0 & E_Z & -E_Y \\ cB_Y & -E_Z & 0 & E_X \\ cB_Z & E_Y & -E_X & 0 \end{pmatrix} \qquad (82)$$

y es el dual de Hodge de

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_X & -E_Y & -E_Z \\ E_X & 0 & -\mathrm{c}B_Z & \mathrm{c}B_Y \\ E_Y & -E_Z & 0 & -\mathrm{c}B_X \\ E_Z & E_Y & \mathrm{c}B_Y & 0 \end{pmatrix} \qquad (83)$$

La dualidad de Hodge entre estos tensores se define (ver Sección 3) como:

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\ \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\ F_{\rho\sigma} \qquad (84)$$

donde $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$es el tensor unitario en cuatro dimensiones totalmente antisimétrico definido por:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon^{0123} = -\varepsilon^{1230} = \varepsilon^{2301} = -\varepsilon^{3012} = 1 \\ \varepsilon^{1023} = -\varepsilon^{2130} = \varepsilon^{3201} = -\varepsilon^{0312} = -1 \\ \varepsilon^{1032} = -\varepsilon^{2103} = \varepsilon^{3210} = -\varepsilon^{0321} = 1 \\ \varepsilon^{1302} = -\varepsilon^{2013} = \varepsilon^{3120} = -\varepsilon^{0231} = -1 \end{array}\right\} \quad (85)$$

etc.

3. DUALIDAD DE HODGE, ECUACION DE CAMPO HOMOGÉNEA Y POTENCIAL ELECTROMAGNÉTICO.

La dualidad de Hodge (84) significa que para cada a , los elementos del tensor de campo y su dual de Hodge se relacionan de la siguiente forma:

$$\tilde{F}^{01} = F^{23} \quad ; \quad \tilde{F}^{02} = F^{31} \quad ; \quad \tilde{F}^{03} = F^{12} \quad (86)$$

$$\tilde{F}^{12} = F^{30} \quad ; \quad \tilde{F}^{31} = F^{20} \quad ; \quad \tilde{F}^{23} = F^{10} \quad (87)$$

se observa que esto es un reordenamiento de un tensor antisimétrico de cuatro dimensiones para dar otro tensor antisimétrico de cuatro dimensiones. Los índices en la Ec.(86) siguen una permutación cíclica:

$$0123\ ,\ 0231\ ,\ 0312 \quad (88)$$

así como aquellos en la Ec. (87):

$$1230\ ,\ 3120\ ,\ 2310 \quad (89)$$

Las Ecs. (86) y (87) significan que hay dos formas de escribir un tensor antisimétrico en cuatro dimensiones. Los tensores básicos de campo del modelo de ingeniería ECE están relacionados por lo tanto a través de las Ecs. (86) y (87) y están definidos por las Ecs.(82) y (83).

Consideremos la estructura del conmutador fundamental de la geometría de Riemann:

$$[D_\mu \; , \, D_\nu] \, V^\rho \;\; = \;\; R^\rho_{\sigma\mu\nu} \;\, V^\sigma \;\; - \, T^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\rho \tag{90}$$

Elevando los índices término por término nos da:

$$[D^\mu , \; D^\nu \,] \, V^\rho \;\; = \;\; R^{\rho\sigma\mu\nu} \, V^\sigma \;\; - T^{\lambda\mu\nu} D_\lambda V^\rho \tag{91}$$

Los duales de Hodge de los términos que aparecen en esta ecuación se definen como sigue:

$$[D_\mu \; , D_\nu]_{\mathbf{HD}} \, V^\rho \;\; = ½ \, \|g\|^{½} \, \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} [D^\alpha , D^\beta] \, V^\rho \tag{92}$$

$$\widetilde{R}^\rho_{\sigma\mu\nu} = ½ \, \|g\|^{½} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \, R^{\rho\alpha\beta}_\sigma \tag{93}$$

$$\widetilde{T}^\lambda_{\mu\nu} = ½ \, \|g\|^{½} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \, T^{\lambda\alpha\beta} \tag{94}$$

donde $\|g\|^{½}$ es la raíz cuadrada del módulo o valor positivo del determinante de la métrica {1-11}. Éste constituye un factor de ponderación utilizado para definir el dual de Hodge en el espacio general de cuatro dimensiones. En la Ec. (91), sin embargo, se cancela. Por definición {1-11}, el tensor antisimétrico en las Ecs. (92) a (94) es el tensor del espacio tiempo de Minkowski.

Por lo tanto:

$$[D_\mu \; , \, D_\nu]_{\mathsf{HD}} \, V^\rho = \widetilde{R}^\rho_{\sigma\mu\nu} \, V^\sigma - \, \widetilde{T}^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\rho \tag{95}$$

Resulta a partir de la Ec. (90). Por ejemplo, si consideramos:

$$[D_2 \; , \, D_3] \, V^\rho = R^\rho_{\sigma 23} \, V^\sigma - T^\lambda_{23} D_\lambda V^\rho \tag{96}$$

entonces:

$$[D_0 \; , \, D_1]_{\mathsf{HD}} \, V^\rho = \widetilde{R}^\rho_{\sigma 01} \, V^\sigma - \, \widetilde{T}^\lambda_{01} D_\lambda V^\rho \tag{97}$$

y se ha reordenado el conmutador. Se han cambiado sus índices de 2,3 a 0,1 utilizando un tensor unitario antisimétrico. Por lo tanto:

$$[D_0\ ,\ D_1]_{\mathbf{HD}} = [D_2\ ,\ D_3]$$
$$[D_0\ ,\ D_2]_{\mathbf{HD}} = [D_3\ ,\ D_1]$$
$$[D_0\ ,\ D_3]_{\mathbf{HD}} = [D_1\ ,\ D_2] \tag{98}$$
$$[D_1\ ,\ D_2]_{\mathbf{HD}} = [D_3\ ,\ D_0]$$
$$[D_3\ ,\ D_1]_{\mathbf{HD}} = [D_2\ ,\ D_0]$$
$$[D_2\ ,\ D_3]_{\mathbf{HD}} = [D_1\ ,\ D_0]$$

Y la Ec. (95) es un ejemplo de la Ec. (90). Esto significa que los tensores $\widetilde{R}^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$ y $\widetilde{T}^{\lambda}_{\mu\nu}$ están relacionados entre sí de la misma manera en que lo están los tensores $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$ y $T^{\lambda}_{\mu\nu}$.

La forma en que están relacionados entre sí $R^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$ y $T^{\lambda}_{\mu\nu}$ vienen dada por la identidad de Cartan Bianchi:

$$D \wedge T^a := R^a_b \wedge q^b \tag{99}$$

De manera que $\widetilde{R}^{\rho}_{\sigma\mu\nu}$ y $\widetilde{T}^{\lambda}_{\mu\nu}$ están relacionados entre sí mediante la identidad:

$$D \wedge \tilde{T}^a := \widetilde{R}^a_b \wedge q^b \tag{100}$$

que es la identidad de Cartan Evans. En notación tensorial, la Ec. (99) deviene la ecuación de campo homogénea de la teoría ECE, y la Ec. (100) deviene la ecuación de campo inhomogénea. Estas son, respectivamente:

$$D_\mu \tilde{T}^{a\mu\nu} := \widetilde{R}^{a\mu\nu}_{\mu} \tag{101}$$

y

$$D_\mu \, T^{a\mu\nu} := R_\mu^{a\mu\nu} \tag{102}$$

Para cada valor de a en estas ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{lll} \tilde{T}^{01} = T^{23} \quad ; & \tilde{T}^{02} = T^{31} \quad ; & \tilde{T}^{03} = T^{12} \\ \tilde{T}^{12} = T^{30} \quad ; & \tilde{T}^{31} = T^{20} \quad ; & \tilde{T}^{23} = T^{10} \end{array}\right\} \tag{103}$$

y para cada valor de a y b:

$$\left.\begin{array}{lll} \tilde{R}^{01} = R^{23} \quad ; & \tilde{R}^{02} = R^{31} \quad ; & \tilde{R}^{03} = R^{12} \\ \tilde{R}^{12} = R^{30} \quad ; & \tilde{R}^{31} = R^{20} \quad ; & \tilde{R}^{23} = R^{10} \end{array}\right\} \tag{104}$$

En notación tensorial, y utilizando la hipótesis fundamental de ECE (77), estas ecuaciones definen la ecuación de campo homogénea de la electrodinámica ECE:

$$\partial_\mu \, \tilde{F}^{a\mu\nu} = \tilde{J}^{a\nu} / \, \varepsilon_0 \tag{105}$$

y la ecuación de campo inhomogénea:

$$\partial_\mu \, F^{a\mu\nu} = J^{a\nu} / \, \varepsilon_0 \tag{106}$$

Si se acepta la afirmación experimental acerca de la ausencia de una cuatro densidad de corriente magnética, entonces:

$$\partial_\mu \, \tilde{F}^{a\mu\nu} = 0 \tag{107}$$

y

$$\partial_\mu \, F^{a\mu\nu} = J^{a} / \, \varepsilon_0 \tag{108}$$

En notación vectorial:

$$\left.\begin{aligned} \underline{\nabla} \cdot \underline{B}^a &= 0 \\ \underline{\nabla} \times \underline{E}^a + \frac{\partial \underline{B}^a}{\partial t} &= 0 \\ \underline{\nabla} \cdot \underline{E}^a &= \rho^a / \varepsilon_0 \\ \underline{\nabla} \times \underline{B}^a - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{E}^a}{\partial t} &= \mu_0 J^a \end{aligned}\right\} \qquad (109)$$

Nótese especialmente que la notación vectorial asume la existencia de la métrica. Esta última no se conoce en general debido a que las ecuaciones no están escritas en un espaciotiempo de Minkowski. Están escritas en un espaciotiempo general. La métrica se utiliza para elevar y descender índices {1-11} como es costumbre, de manera que debe cuidarse de utilizar un esquema consistente de cálculo en toda su extensión. Véanse las notas anexas al documento 134 para más detalles.

Al igual que en trabajos anteriores, los campos eléctrico y magnético se relacionan con el cuatro vector potencial y el cuatro vector de conexión de espín, produciendo los siguientes resultados:

$$\underline{E}^a = - c\, \underline{\nabla}\, A_0^a - \frac{\partial \underline{A}^a}{\partial t} - c\, \omega_{0b}^a \underline{A}^b + c\, A_0^b\, \underline{\omega}_b^a \qquad (110)$$

y

$$\underline{B}^a = \underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b \qquad (111)$$

El cuatro vector potencial de la teoría ECE es un una-forma valuada vectorialmente, es decir un tensor de rango dos con índice mixto que es un una-forma para cada valor de a :

$$A^a_\mu = (A^a_0 \;, - \underline{A}^a) \tag{112}$$

Y la conexión de espín es un una-forma valuado tensorialmente que es un una-forma para cada valor de a y b :

$$\omega^a_{\mu b} = (\, \omega^a_{0b} \;, - \underline{\omega}^a_b \,) \tag{113}$$

Por lo tanto, para cada valor de a, Φ^aes el potencial temporal valuado escalarmente en voltios, y para cada valor de a, $\underline{A}^a$ es el potencial espacial valuado vectorialmente. Por definición:

$$\Phi^a = c\, A^a_0 \tag{114}$$

y A^a_0 es valuado escalarmente para cada valor de a. Cantidades tales como A^a_i , i = 1,2,3 son componentes de la parte de tres-vector espacial del cuatro-vector A^a_μ para cada valor de a. Si se utiliza la base circular compleja, entonces por definición desaparecen los siguientes componentes:

$$A^{(1)}_Z = A^{(2)}_Z = A^{(3)}_X = A^{(3)}_Y = 0 \tag{115}$$

Por definición, los campos eléctrico y magnético son tres-vectores espaciales, en los que:

$$a = (1), (2), (3) \tag{116}$$

Análogamente, el vector potencial es un tres-vector espacial, que asume los índices a definidos en la Ec. (116). Por lo tanto:

$$\underline{E}^{(0)} = \underline{B}^{(0)} = \underline{A}^{(0)} = \underline{0} \tag{117}$$

y:

$$E_i^{(0)} = B_i^{(0)} = A_i^{(0)} = 0 \tag{118}$$

donde:

$$A_\mu^{(0)} = \left(\frac{\Phi^{(0)}}{c} , \underline{0} \right) \tag{119}$$

El campo magnético del modelo de ingeniería ECE es, por lo tanto:

$$\underline{B}^a = \underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega_b^a} \times \underline{A}^b \tag{120}$$

$$a \, , b = (1), (2), (3)$$

y el campo eléctrico del modelo de ingeniería ECE es, por lo tanto:

$$\underline{E}^a = - \underline{\nabla} \, \Phi^a - \frac{\partial \underline{A}^a}{\partial t} - c\,\omega_{0b}^a \underline{A}^b + c A_0^b \, \underline{\omega_b^a} \tag{121}$$

$$a = (1), (2), (3) \qquad ; \qquad b = (0), (1), (2), (3)$$

En la definición del campo eléctrico aparecen los componentes A_0^a. Son temporales y de valor escalar para todo valor de a . En resumen:

$$\left.\begin{array}{ll} A_\mu^a = \left(\dfrac{\Phi^a}{c} , \underline{A}^a \right) \quad , & a = (1), (2), (3) \\ & \\ A_\mu^{(0)} = \left(\dfrac{\Phi^{(0)}}{c} , \underline{0} \right) & \end{array}\right\} \tag{122}$$

Por lo tanto $\Phi^{(0)}$ es el potencial escalar de una onda escalar y $\Phi^{(i)}$ son potenciales escalares para ondas de polarizaciones:

$$(i) = (1), (2), (3) \tag{123}$$

en la siguiente sección se aplicarán las leyes de antisimetría a este modelo de ingeniería con el objeto de definir un problema bien planteado para la simulación computacional de dispositivos.

4. ECUACIONES ELECTROMAGNÉTICAS ADECUADAS PARA EL ANÁLISIS NUMÉRICO.

En la sección anterior, se presentaron ecuaciones generales en un formato vectorial para la porción electromagnética de la teoría ECE. Existe un conjunto completamente especificado de ecuaciones para la porción electromagnética de la teoría ECE si uno restringe el modelo a aquel de una única polarización. Las ecuaciones pueden expresarse utilizando un formato compacto y elegante si uno restringe la solución a aquella especificada por la restricción de Lindstrom {5}. En este caso, el conjunto completo de ecuaciones para una única polarización es:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B} = 0 \qquad (116)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} + \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} = 0 \qquad (117)$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E} = \rho / \varepsilon_0 \qquad (118)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = \mu_0 \underline{J} \qquad (119)$$

con las intensidades de campo definidas mediante:

$$\underline{E} = -\underline{\nabla}\Phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \omega_0 \underline{A} + \underline{\omega}\, \Phi \qquad (120)$$

$$\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{A} - \underline{\omega} \times \underline{A} \qquad (121)$$

La componente eléctrica de la ecuación de antisimetría para una polarización única es:

$$\underline{\nabla}\Phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \omega_0 \underline{A} - \underline{\omega}\, \Phi = 0 \qquad (122)$$

y la relación de antisimetría magnética limitada por la restricción de Lindstrom es:

$$\underline{\nabla} \times \underline{A} = - \ \underline{\omega} \times \underline{A} \tag{123}$$

Si aplicamos las ecuaciones de antisimetría (122) y (123) a las intensidades de campo E y B vemos dos definiciones independientes para E y una única definición para B, o sea

$$\underline{E} = -\ 2 \ \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - 2 \ \omega_0 \underline{A} \tag{124}$$

o

$$\underline{E} = -\ 2 \ \underline{\nabla} \Phi + 2 \ \underline{\omega} \ \Phi \tag{125}$$

y

$$\underline{B} = 2 \ \underline{\nabla} \times \underline{A} \tag{126}$$

B resulta obviamente compatible con la Ley de Gauss, la Ec. (116).

Aplicando las dos ecuaciones alternativas (124) y (125) para E, y (126) para B, a la Ley de Faraday, la Ec. (117) da para ambos casos:

$$\underline{\nabla} \times \ (\underline{\omega} \ \Phi + \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}) = 0 \tag{127}$$

$$\underline{\nabla} \times (\ \omega_0 \underline{A} \ ) = 0 \tag{128}$$

Nótese que si calculamos el rotacional de la Ec.(122) y aplicamos la Ec. (128) obtenemos la Ec. (127) queriendo significar que la Ec.(127) no contiene información nueva que no haya sido ya provista por la componente eléctrica de las ecuaciones de antisimetría.

Ahora calculamos tres formulaciones alternativas para las ecuaciones de campo en su formulación con potencial y conexión de espín. Utilizando las Ecs.(125) y (126) e insertándolas en la Ley de Faraday (117), la Ley de Coulomb (118) y la Ley de Ampere-Maxwell (119) obtenemos:

$$\boxed{\begin{aligned} &\underline{\nabla} \times (\underline{\omega}\, \Phi) - \frac{\partial}{\partial t} (\underline{\omega} \times \underline{A}) = 0 && (129) \\ &- \nabla^2 \Phi + \underline{\nabla} \cdot (\underline{\omega}\, \Phi) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \rho && (130) \\ &- \underline{\nabla} \times (\underline{\omega} \times \underline{A}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\underline{\nabla}\Phi - \underline{\omega}\, \Phi) = \frac{1}{2} \mu_0 \underline{J} && (131) \end{aligned}}$$

La Ec. (130) es la bien conocida forma de la ley resonante de Coulomb. Las Ecs. (129-131) representan un conjunto de siete ecuaciones para siete incógnitas ω, A, Φ , pero según el Apéndice A, las leyes de Coulomb y de Ampere-Maxwell no son independientes entre sí. Esto también puede observarse a partir de:

Calcúlese la divergencia de la Ec. (131):

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (- \nabla^2 \Phi + \underline{\nabla} \cdot (\underline{\omega}\, \Phi)) = \frac{1}{2} \mu_0 \underline{\nabla} \cdot \underline{J} \qquad (132)$$

La integración en función del tiempo de esta ecuación nos da:

$$- \nabla^2 \Phi + \underline{\nabla} \cdot (\underline{\omega}\, \Phi) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \rho \qquad (133)$$

con

$$\rho = \int \underline{\nabla} \cdot \underline{J}\, \mathrm{dt} \qquad (134)$$

De manera que existe una conexión entre la densidad de corriente y de carga (ecuación de continuidad) que debe de respetarse para obtener una dependencia lineal de las Ecs. (130) y (131). Si ambas cantidades se eligen en forma independiente, normalmente se lleva a cabo para el modelado de sistemas reales, todas las ecuaciones resultan linealmente independientes. Nótese que esta consideración no puede transferirse a las leyes de Gauss y Faraday, ya que no hay términos de densidad a la derecha de la igualdad.

Calculamos una segunda versión del conjunto de ecuaciones comenzando con las Ecs. (124) y (126). La Ley de Faraday (117) se lee entonces como

$$\underline{\nabla} \times \left(-2 \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - 2\, \omega_0 \underline{A} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial t} \left(\underline{\nabla} \times \underline{A} \right) = 0 \qquad (135)$$

Que puede simplificarse a

$$\underline{\nabla} \times (\omega_0 \underline{A}) = 0 \qquad (136)$$

Y resulta idéntica a la Ec. (128). Las Leyes de Coulomb y de Ampere-Maxwell adoptan la forma

$$\underline{\nabla} . \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \underline{\nabla} . (\omega_0 \underline{A}) = \frac{1}{2\varepsilon_0} \rho \qquad (137)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{\nabla} \times \underline{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\omega_0 \underline{A}) = \frac{1}{2}\, \mu_0 \underline{J} \qquad (138)$$

La Ec. (137) es compatible con la Ec. (136) y nos dice que $\omega_0 A$ representa un campo de pura fuente. Las Ecs. (137) y (138) representan cuatro ecuaciones para cuatro variables ω_0, A. Tal como se discutió anteriormente, estas ecuaciones son independientes si la carga y la densidad de corriente se eligen de manera que no estén relacionadas. Esta forma de las ecuaciones de campo electromagnético es muy sencilla y puede compararse con otras conocidas ecuaciones de física. La Ec. (138) es una ecuación de onda en tres dimensiones con soluciones transversal y longitudinal. Esto trasciende el campo de la electrodinámica maxwelliana. La Ec. (137) es una ecuación de difusión no lineal. La no linealidad viene provocada por la conexión de espín, indicando que hay un flujo de potencial por añadidura a lo señalado por la teoría tradicional. Podría considerarse a esto como representando una interacción con un vacío circundante (o espaciotiempo) el cual constituye una fuente de energía en el caso de efectos de resonancia.

Ahora calculamos la tercera versión del conjunto de ecuaciones. Aún cuando no es necesario, la Ec. (128) significa que podemos escribir

$$\omega_0 \underline{A} = -\frac{\partial}{\partial t}\,(\underline{\nabla}\,\psi) \tag{139}$$

Donde la derivada en función del tiempo sólo se ha introducido por elegancia. Se muestra en el Apéndice A que la Ley de Coulomb (118) y la Ley de Maxwell–Ampere (119) se reducen a tres ecuaciones independientes. Si sustituimos la Ec. (124) y (126) en la (118) y (119), obtenemos

$$\underline{\nabla}.\,\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \underline{\nabla}.\,(\omega_0 \underline{A}\,) = -\frac{1}{2\varepsilon_0}\,\rho \tag{140}$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{\nabla} \times \underline{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial t^2} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\,(\omega_0 \underline{A}\,) = \frac{1}{2}\;\mu_0\,\underline{J} \tag{141}$$

Utilizando la identidad vectorial

$$\underline{\nabla} \times \underline{\nabla} \times \underline{A} = \underline{\nabla}\,(\,\underline{\nabla}\,.\,\underline{A}\,) - \nabla^2 \underline{A} \tag{142}$$

Integrando la Ec. (140) en función del tiempo, y sustituyendo la expresión para $\underline{\nabla}\,.\,\underline{A}$ en la

Ec. (141) obtenemos inmediatamente

$$(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}) (\underline{A} + \int \omega_0 \underline{A} \, dt) = \frac{1}{2} \mu_0 \underline{J} + \frac{1}{2} \int \frac{\nabla\rho}{\varepsilon_0} dt \qquad (143)$$

Utilizando la Ec. (139), esto puede expresarse de un modo más elegante como

$$(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}) (\underline{A} - \underline{\nabla} \Phi) = \frac{1}{2} \mu_0 \underline{J} + \frac{1}{2\varepsilon_0} \int \underline{\nabla}\rho \, dt \qquad (144)$$

Utilizando la Ec. (124) encontramos que

$$\int \underline{E} \, dt = - 2 \underline{A} - 2 \int \omega_0 \underline{A} \, dt = - 2 \underline{A} + 2 \underline{\nabla} \psi \qquad (145)$$

Cuyo término aparece en la Ec. (144). Alternativamente, la Ec. (145) es según la Ec. (125):

$$\int \underline{E} \, dt = - 2 \int \underline{\nabla} \Phi \, dt + 2 \int \underline{\omega} \Phi \, dt \qquad (146)$$

Sustituyendo esta forma alternativa de la Ec. (145) en la Ec. (144), obtenemos

$$(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})(\int \underline{\nabla} \Phi \, dt - \int \underline{\omega} \Phi \, dt) = \frac{1}{2} \mu_0 \underline{J} + \frac{1}{2\varepsilon_0} \int \underline{\nabla}\rho \, dt \qquad (147)$$

O luego de calcular la derivada temporal:

$$(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})(\underline{\nabla} \Phi - \underline{\omega} \Phi) = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{\partial \underline{J}}{\partial t} + \frac{1}{2\varepsilon_0} \underline{\nabla}\rho \qquad (148)$$

En total, las Ecs. (139), (144) y (148) representan nueve ecuaciones con nueve incógnitas:

$$\omega_0\underline{A} = -\frac{\partial}{\partial t}(\underline{\nabla}\ \psi) \tag{149}$$

$$(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})(\ \underline{A} - \underline{\nabla}\psi\ ) = \frac{1}{2}\ \mu_0\ \underline{J} + \frac{1}{2\varepsilon_0}\int \underline{\nabla}\rho\ dt \tag{150}$$

$$(-\nabla^2 + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})(\ \underline{\nabla}\ \Phi - \underline{\omega}\ \Phi\ ) = \frac{1}{2}\ \mu_0\frac{\partial \underline{J}}{\partial t} + \frac{1}{2\varepsilon_0}\ \underline{\nabla}\rho \tag{151}$$

Las ecuaciones son totalmente independientes, de manera que representan un conjunto equilibrado.

Es interesante hacer notar cómo pueden surgir singularidades en el escenario de las soluciones. Por ejemplo, si uno toma el producto vectorial de la porción eléctrica de la ecuación de antisimetría (120) con A, uno obtiene

$$\underline{\nabla}\ \Phi \times \underline{A} - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \times \underline{A} - \omega_0\underline{A} \times \underline{A} - \Phi\ \underline{\omega} \times \underline{A} = 0 \tag{152}$$

Suponiendo que la derivada temporal de $\underline{A}$ es paralela a $\underline{A}$, esto se simplifica a

$$\underline{\nabla}\ \Phi \times \underline{A} = \Phi\ \underline{\omega} \times \underline{A} \tag{153}$$

La Ec. (123) puede finalmente utilizarse para eliminar $\underline{\omega} \times \underline{A}$:

$$\underline{\nabla} \times \underline{A} = -\frac{1}{\Phi}\ \underline{\nabla}\ \Phi \times \underline{A} \tag{154}$$

Se producen singularidades en aquellos casos en que Φ es cero y $\underline{\nabla}\ \Phi$ y $\underline{A}$ son distintos de cero. Acoplado con las resonancias obvias en las Ecs. (150) y (151), se vuelven disponibles una abundante provisión de soluciones no lineales.

Finalmente, quisiéramos mencionar que el modelo de ingeniería se reduce a la teoría electromagnética tradicional si la restricción de la Ec. (122) se formula de una manera más limitada; véase el Apéndice B. esto explica el surgimiento del factor de 2 entre la teoría ECE y la teoría tradicional.

APÉNDICE A – DEPENDENCIA DE LAS LEYES DE COULOMB Y DE GAUSS RESPECTO DE LAS LEYES DE AMPERE-MAXWELL Y DE FARADAY.

Se ofrece aquí una demostración de que la Ley de Coulomb y la Ley de Maxwell-Ampere se reducen a tres ecuaciones independientes dado que existe una conservación de carga. Si escribimos la Ley de Coulomb con conservación de carga, y la Ley de Maxwell-Ampere en forma matricial, tenemos

$$\text{(A–1)}\quad \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & -\frac{\partial}{\partial x} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} - \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \mu_0 \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{pmatrix}$$

$$\text{(A–2)}\quad \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \nabla . \underline{J}\ \mathrm{dt}$$

Si en la Ec. A-1, calculamos $\frac{\partial}{\partial x}$ para la primera fila, $\frac{\partial}{\partial y}$ para la segunda fila, y $\frac{\partial}{\partial z}$ para la tercera fila, obtenemos

$$
\text{(A–3)} \quad \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} - \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial^2}{\partial y \partial t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \mu_0 \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} J_x \\ \frac{\partial}{\partial y} J_y \\ \frac{\partial}{\partial z} J_z \end{pmatrix}
$$

Si sumamos a la fila 1 la suma de las filas 2 y 3, se transforma en

$$
\text{(A–4)} \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} - \frac{1}{c^2} \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} & \frac{\partial^2}{\partial t \partial y} & \frac{\partial^2}{\partial t \partial z} \\ 0 & \frac{\partial^2}{\partial t \partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial^2}{\partial t \partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} =
$$

$$
= \mu_0 \begin{pmatrix} \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} \\ \frac{\partial J_y}{\partial y} \\ \frac{\partial J_z}{\partial z} \end{pmatrix}
$$

Observamos que la ecuación dada por la fila 1 es simplemente la ecuación de Coulomb (A-2). Así, el conjunto de cuatro ecuaciones se ha reducido a tres ecuaciones independientes. Es decir, la Ley de Coulomb no agrega nada a la ecuación de Maxwell-Ampere dado que aplica la conservación de carga.

Puede utilizarse un argumento similar para el par de ecuaciones dadas por la Ley de Gauss y la Ley de Faraday, reduciendo el número de ecuaciones de cuatro a tres.

APÉNDICE B – DERIVACIÓN DE LA TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA TRADICIONAL A PARTIR DE RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS DE ANTISIMETRÍA.

Mostramos que la restricción magnética de Lindstrom más una solución particular para la restricción eléctrica reduce el modelo de ingeniería II a la teoría electromagnética tradicional. Al comparar la teoría electromagnética ECE con la teoría electromagnética tradicional, se ha observado que si la conexión de espín se reduce a cero en la teoría ECE, entonces las definiciones de los campos eléctrico y magnético en términos de los potenciales eléctrico y magnético se reducen a aquellas de la teoría electromagnética tradicional, es decir:

(B-1), $$\underline{E} = -\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \underline{\nabla}\,\Phi$$

(B-2) $$\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{A}$$

Estas formas violan las condiciones de antisimetría de la teoría ECE, y al hacerlo invalidan en forma general la teoría electromagnética tradicional.

Apliquemos las siguientes soluciones particulares a las ecuaciones de antisimetría, es decir:

(B-3) $$\omega\,\Phi = -\frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$$

(B-4) $$\omega_0 \underline{A} = \nabla\,\Phi$$

(B-5) $$\underline{\omega} \times \underline{A} = -\underline{\nabla} \times \underline{A}$$

Estas ecuaciones satisfacen las ecuaciones de antisimetría, las cuales ahora aplicaremos al modelo de ingeniería ECE para una polarización única, denominado modelo II.

Utilizando las ecuaciones (B-3) a (B-5) el campo eléctrico y magnético del modelo II de ingeniería devienen

(B-6) $$\underline{E} = -2\,\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - 2\,\underline{\nabla}\,\Phi$$

(B-7) $$\underline{B} = 2\,\underline{\nabla} \times \underline{A}$$

La teoría electromagnética tradicional (Jackson) define el potencial eléctrico y magnético a través del empleo de las leyes de Gauss y de Faraday, o sea dado que

(B-8) $$\nabla \cdot \underline{B} = 0$$

podemos escribir

(B-9) $$\underline{B} = \nabla \times \underline{a}$$

Comparando (B-9) con (B-7) vemos que

(B-10) $$\underline{a} = 2\,\underline{A}$$

Sustituyendo (B-9) en la ecuación de Faraday

(B-11) $$\nabla \times \underline{E} + \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} = 0$$

que da

(B-12) $$\underline{\nabla} \times \underline{E} = -\,\underline{\nabla} \times \frac{\partial \underline{a}}{\partial t}$$

que tiene

(B-13) $\underline{E} = -\frac{\partial \underline{a}}{\partial t} - \underline{\nabla}\,\Phi$

como única solución. Nótese que utilizaremos símbolos en minúscula para la teoría electromagnética tradicional.

Comparando (B-13) con (B-6) nos da

(B-14) $\Phi = 2\,\Phi$

Esto demuestra que las ecuaciones del modelo de ingeniería II se reducen a las ecuaciones electromagnéticas tradicionales cuando suceden las restricciones (B-3) a (B-5), las cuales constituyen una solución particular para las ecuaciones de antisimetría.

En este ejemplo en particular, la comparación fundamental no establece la conexión de espín igual a cero, sino que establece

(B-15) $\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{a} = \underline{\nabla} \times \underline{A} - \underline{\omega} \times \underline{A} = 2\,\underline{\nabla} \times \underline{A}$

e impone las soluciones particulares (B-3) a (B-5).

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Gobierno Británico por la pensión vitalicia para MWE y a TGA por las medallas de oro para MWE y HE. Se agradece a los colegas a nivel internacional por muchas discusiones interesantes.

REFERENCIAS

{1} M. W. Evans, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis, 2005 en adelante), en seis volúmenes a la fecha.

{2} L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis 2007), traducido al idioma español por Alex Hill et al., (www.aias.us).

{3} K .Pendergast, “The Life of Myron Evans” (www.aias.us), guión para una película a ser dirigida por Ken Russell.

{4} F. Fucilla (Director), “The Universe of Myron Evans” (2008, advances en youtube).

{5} M. W. Evans et al., 134 documentos acerca de la teoría ECE (www.aias.us).

{6} Artículos, reseñas y libros acerca de la teoría ECE por parte de otros autores (www.aias.us).

{7} M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific 2001).

{8} M. W. Evans (recop.), “Modern Non-Linear Optics” (segunda edición, Wiley Interscience, 2001, circa 2,500 páginas) con reseñas sobre teoría B(3) theory y electrodinámica O(3) .

{9} M. W. Evans y J. P. Vigier, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, 1994 a 2002, encuadernación dura y blanda), en cinco volúmenes.

{10} M. W. Evans y S. Kielich (recop.), primera edición de ref. (8) (1992, 1993, 1997, encuadernación dura y blanda.

{11} S. P. Carroll, “Spacetime and Geometry: and Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York, 2004).