Desarrollo de dinámica fundamental a partir de geometría diferencial

por
M. W. Evans,
Civil List Scientist,
Alpha Institute for Advanced Study.
(www.aias.us).

Traducción: Ing. Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen

Los parámetros fundamentales de la dinámica clásica, tales como posición, velocidad y aceleración, se expresan en términos de la tétrada de Cartan, y se utiliza la primera ecuación de estructura de Cartan para desarrollar la dinámica clásica. La velocidad se define como la derivada exterior covariante de la posición, y la aceleración se define como la derivada exterior covariante de la velocidad. Se analizan y clasifican los términos resultantes.

Palabras clave: Teoría ECE, dinámica clásica, aceleraciones.

1. Introducción

En el Documento 55 de la serie de documentos sobre la teoría ECE [1-10], se introdujeron novedosos conceptos en dinámica clásica mediante el desarrollo de los conceptos fundamentales de la dinámica en términos de las tétradas de Cartan como los elementos base de los vectores. Se utilizó la primer ecuación estructural de Cartan para producir una versión relativista de la ecuación de Euler, y se utilizó la identidad de Cartan Bianchi para producir aceleraciones relativistas de Coriolis y centrípeta. Es probable que estas nuevas ecuaciones de la dinámica y estas nuevas aceleraciones sean observables en cosmología, y en situaciones donde la dinámica de Newton y de Einstein no sean aplicables. Un ejemplo de esto es la galaxia en espiral, donde la relatividad general de Einstein falla completamente, pero donde la dinámica ECE ha tenido éxito recientemente en proporcionar una descripción básica sin el empleo de parámetros de ajuste tales como la "materia oscura". Esto es todo lo que se afirma a esta altura del desarrollo, pero el trabajo inicial [11,12] parece ser muy prometedor.

En la Sección 2, se proporciona el argumento fundamental para el empleo de la tétrada de Cartan como el elemento base para los parámetros fundamentales de la dinámica clásica, y para el empleo de la derivada exterior covariante de Cartan como el operador de derivada fundamental de la relatividad general. En la Sección 3, se definen las velocidades y aceleraciones fundamentales de la dinámica utilizando la primera ecuación estructural de Cartan. Hay cuarenta y ocho aceleraciones fundamentales, y éstas se clasifican en términos de conocidas aceleraciones de Newton y Euler dentro de límites establecidos.

2. Desarrollo del campo vectorial general

El vector posición en tres dimensiones puede desarrollarse [1-10] como:

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}^{(1)} + \boldsymbol{r}^{(2)} + \boldsymbol{r}^{(3)} \tag{1}$$

donde los indices son aquellos de la base circular compleja:

$a =$ (0) , (1), (2), (3)

La Ec. (1) puede expresarse como:

$$r^a_\mu = r q^a_\mu \tag{2}$$

donde q^a_μ es un tensor de índices mixtos que puede identificarse como la tétrada de Cartan. Esta última se define como:

$$V^a = q^a_\mu \, V^\mu \tag{3}$$

donde V es el campo vectorial [1-12]. En tres dimensiones:

$a = (1), (2), (3)$ (4)

$\mu = 1, 2, 3$ (5)

El índice a es aquel de la base circular compleja, y μ es aquel de cualquier otro conjunto de vectores base en tres dimensiones, tal como la base cartesiana, base polar esférica, base polar cilíndrica o base general curvilínea. Se ha demostrado [13-16] que el campo vectorial general en tres dimensiones siempre puede desarrollarse como:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}^{(1)} + \boldsymbol{V}^{(2)} + \boldsymbol{V}^{(3)} \tag{6}$$

y esto constituye una extensión del teorema de Helmholtz [17] . En tres dimensiones los vectores unitarios de la base circular compleja [1-10] pueden expresarse como sigue en términos de los vectores unitarios de la base cartesiana:

$$\boldsymbol{e}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{i} - i\, \mathbf{j}) \tag{7}$$
$$\boldsymbol{e}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{i} + i\, \mathbf{j}) \tag{8}$$
$$\boldsymbol{e}^{(3)} = \mathbf{k} \tag{9}$$

Así, $q_X^{(1)}, \ldots, q_Z^{(3)}$ son elementos escalares de q_μ^a . La existencia de los elementos base proviene del hecho de que un vector tal como el vector posición $\boldsymbol{r}$ puede expresarse de dos maneras diferentes:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r} &= r^{(1)}\boldsymbol{e}^{(1)} + r^{(2)}\boldsymbol{e}^{(2)} + r^{(3)}\boldsymbol{e}^{(3)} \\ &= r_X\, \mathbf{i} + r_Y\, \mathbf{j} + r_Z\, \mathbf{k} \end{aligned} \tag{10}$$

Esto constituye un ejemplo tridimensional del postulado de la tétrada según la geometría diferencial de Cartan en n dimensiones [1-10], el campo vectorial completo $\boldsymbol{r}$ en la Ec. (10) es el mismo. Los elementos $q_X^{(1)}, \ldots, q_Z^{(3)}$ son por lo tanto elementos de un conjunto base. Por ejemplo, los elementos escalares a partir de la definición de la base circular compleja, la Ec. (7), son:

$$e_X^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ , \quad e_Y^{(1)} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{11}$$

Habiendo identificado a estos elementos base como tétradas de Cartan, pueden utilizarse los principios de la geometría de Cartan para definir la forma de torsión a partir de la forma de la tétrada:

$$T^a = d \wedge q^a + \omega_b^a \wedge q^b \tag{12}$$

donde ω_b^a es la conexión de espín de Cartan. El lado derecho de la Ec. (12) es la derivada exterior covariante:

$$T^a = D \wedge q^a \tag{13}$$

que constituye la forma más general de derivada en la geometría diferencial de Cartan. La torsión de Cartan definida en la Ec. (12) es una propiedad fundamental en n dimensiones, y resulta por lo tanto una propiedad fundamental en tres dimensiones, así como en el espacio tiempo de cuatro dimensiones utilizado en relatividad. Si se aplica la derivada D ^ a la torsión, produce una suma cíclica de formas de curvatura de Cartan a través de la identidad de de Cartan Bianchi como sigue:

$$D \wedge T^a := R^a_b \wedge q^b \tag{14}$$

donde la forma de curvatura de Cartan se define [1-12] como:

$$R^a_b = D \wedge \omega^a_b \tag{15}$$

Los parámetros fundamentales en la geometría diferencial son la tétrada, la conexión de espín y la derivada covariante exterior. Éstas producen otras cantidades fundamentales, como la torsión y la curvatura.

3. Desarrollo de la dinámica clásica

Se desarrolla la dinámica clásica a partir de la geometría diferencial de Cartan. Al igual que en el Documento 55 de esta serie (www.aias.us), los parámetros fundamentales de la dinámica se expresan como:

$$Q^a_\mu = Q\, q^a_\mu \tag{16}$$

cada cantidad es un factor Q escalar multiplicado por una tétrada. El operador fundamental de la derivada en la dinámica es el operador fundamental de la derivada de la geometría diferencial, que es D ^. Por lo tanto la posición, la velocidad y la aceleración son tétradas, es decir son una-formas valuadas vectorialmente:

$$v^a_\mu = v\, q^a_\mu \quad , \tag{17}$$

$$a^a_\mu = a\, q^a_\mu \quad , \tag{18}$$

$$r^a_\mu = r\, q^a_\mu \tag{19}$$

La velocidad también puede expresarse como una dos-forma valuada vectorialmente, proporcional a la torsión de Cartan:

$$v^a_{\mu\nu} = c\, (D \wedge r^a)_{\mu\nu} \tag{20}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío. El motivo para la Ec. (20) es que la velocidad es la derivada de la tétrada de posición, y el operador de derivada debe ser D ∧ . Por lo tanto, la velocidad en notación tensorial es:

$$v^a_{\mu\nu} = c\,(\partial_\mu\, r^a_\nu - \partial_\nu\, r^a_\mu + \omega^a_{\mu b}\, r^b_\nu - \omega^a_{\nu b}\, r^b_\mu) \tag{21}$$

donde por definición:

$$v^a_{\mu\nu} = -\, v^a_{\nu\mu} \tag{22}$$

En el espaciotiempo de cuatro dimensiones de la relatividad general los índices son:

$$a = (0)\,,(1),(2),(3) \tag{23}$$

$$\mu = 0, 1, 2, 3 \tag{24}$$

Dado que $v^a_{\mu\nu}$ es antisimétrica debe de escribirse como:

$$v^a_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -\,v^a_X & -\,v^a_Y & -\,v^a_Z \\ v^a_X & 0 & -\,w^a_Z & w^a_Y \\ v^a_Y & w^a_Z & 0 & -\,w^a_X \\ v^a_Z & -\,w^a_Y & w^a_X & 0 \end{pmatrix} \tag{25}$$

por analogía con el tensor de campo antisimétrico en electrodinámica ECE. Dado que ECE es una teoría de campo unificado, las estructuras de la dinámica y de la electrodinámica se basan ambas en la misma geometría, de manera que cantidades tensoriales tales como (25) poseen la misma estructura. La tétrada de posición es:

$$r^a_\mu = (r^a_0, -\,\mathbf{r}^a\,) \tag{26}$$

y la derivada parcial en cuatro dimensiones es:

$$\partial_\mu = \left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\,,\ \nabla\right) \tag{27}$$

La conexión de espín en cuatro dimensiones es:

$$\omega^a_{\mu b} = (\omega^a_{0b}\,, -\boldsymbol{\omega}^a_b\,) \tag{28}$$

A partir de estas definiciones, la Ec. (21) deviene dos ecuaciones vectoriales. La Ec. (25) define las components espaciales de $v^a_{\mu\nu}$ como sigue:

$$\begin{aligned} v^a_X &= -\,v^a_{01} \quad , \quad v^a_{12} = -w^a_Z \quad , \\ v^a_Y &= -\,v^a_{02} \quad , \quad v^a_{13} = w^a_Y \quad , \\ v^a_Z &= -\,v^a_{03} \quad , \quad v^a_{23} = -w^a_X \quad . \end{aligned} \tag{29}$$

Dado que éstas son espaciales, entonces los índices a en la Ec. (29) también están restringidos a lo espacial:

$$a = (1), (2), (3) \tag{30}$$

La parte orbital de este desarrollo es:

$$v_{01}^a = c(\partial_0\, r_i^a - \partial_i\, r_0^a + \omega_{0b}^a\, r_i^b - \omega_{ib}^a\, r_0^b\,) \tag{31}$$

$i = 1,\ 2,\ 3$

y en notación vectorial la velocidad orbital es:

$$\boldsymbol{v}^a = v_{01}^a\, \boldsymbol{i} + v_{02}^a\, \boldsymbol{j} + v_{03}^a\, \boldsymbol{k} \tag{32}$$

En notación de componente vectorial, la Ec. (31) es:

$$v_X^a = \frac{\partial r_X^a}{\partial t} + c\,\frac{\partial r_0^a}{\partial t} + c\,\omega_{0b}^a r_X^b - c\,\omega_{Xb}^a r_0^b \tag{33}$$

y así sucesivamente. Por lo tanto:

$$\boldsymbol{v}^a = \frac{\partial \boldsymbol{r}^a}{\partial t} + c\,\nabla r_0^a + c\,\omega_{0b}^a \boldsymbol{r}^b - c\,r_0^b \boldsymbol{\omega}_b^a \tag{34}$$

Que en esta teoría es la expresión más general para velocidad orbital en dinámica clásica.

La parte del espín de la velocidad es:

$$v_{ij}^a = c(\,\partial_i r_j^a - \partial_j r_i^a + \omega_{ib}^a r_j^b - \omega_{jb}^a r_i^b\,) \tag{35}$$

y el vector de conexión de espín de la velocidad se describe como:

$$\boldsymbol{w}^a = w_{23}^a\, \boldsymbol{i} + w_{31}^a\, \boldsymbol{j} + w_{12}^a\, \boldsymbol{k} \tag{36}$$

En notación de componente vectorial, la Ec. (35) es:

$$\omega_z^a = c(\frac{\partial r_Y^a}{\partial X} - \frac{\partial r_X^a}{\partial Y} - \omega_{Yb}^a r_X^b + w_{Xb}^a r_Y^b\,) \tag{37}$$

y así sucesivamente. Por lo tanto:

$$\boldsymbol{w}^a = c(\nabla \times \boldsymbol{r}^a - \boldsymbol{\omega}_b^a \times \boldsymbol{r}^b\,) \tag{38}$$

Es la expresión más general para la velocidad de espín de la dinámica en esta teoría. Tal como se muestra en el Documento 55, esta expresión para la velocidad de espín es la generalización relativista de la ecuación de Euler. Esta última no pertenece a la relatividad general de Einstein debido a que ésta última se limita a la aceleración lineal.

Se ve que tanto $\boldsymbol{v}^a$ como $\boldsymbol{w}^a$ son vectores en tres dimensiones y constituyen los componentes espaciales de los cuatro vectores:

$$v_\mu^a = (v_0^a , -\boldsymbol{v}^a) \tag{39}$$

$$w_\mu^a = (w_0^a , -\boldsymbol{w}^a) \tag{40}$$

Sin embargo, sabemos que ambos vectores también son tétradas:

$$v_\mu^a = v\, q_\mu^a \quad , \tag{41}$$

$$w_\mu^a = w\, q_\mu^a \tag{42}$$

De manera que existen las cantidades temporales:

$$v_\mu^{(0)} = (v_0^{(0)} , \boldsymbol{0}) \tag{43}$$

$$w_\mu^{(0)} = (w_0^{(0)} , \boldsymbol{0}) \tag{44}$$

Las cuales en esta teoría poseen un significado en la dinámica clásica. Los escalares $v_0^{(0)}$ y $\omega_0^{(0)}$se relacionan con la energía. Generalizan el bien conocido concepto del cuatro-momento:

$$p_\mu = (\frac{E_n}{c} , -\boldsymbol{p}) \tag{45}$$

Análogamente, la aceleración se define a partir de las tétradas de velocidad (39) y (40) empleando la derivada *D* ^. Por lo tanto, existen dos tipos de dos-formas de aceleración:

$$a^a = c\, D \wedge v^a \tag{46}$$

y

$$\alpha^a = c\, D \wedge w^a \tag{47}$$

Por lo tanto hay cuatro formas de aceleración derivables a partir de las dos ecuaciones (46) y (47). Tanto a^a como α^a poseen partes orbitales y de espín como sigue:

$$a^a_{orbital} = \frac{\partial \boldsymbol{v}^a}{\partial t} + c\, \nabla v_0^a + c\, \omega_{0b}^a \boldsymbol{v}^b - c\, v_0^b\, \boldsymbol{\omega}_b^a \quad ,$$

$$a^a_{espin} = c(\nabla \times \boldsymbol{v}^a - \boldsymbol{\omega}_b^a \times \boldsymbol{v}^b)$$

$$\alpha^a_{orbital} = \frac{\partial \boldsymbol{w}^a}{\partial t} + c\, \nabla w_0^a + c\, \omega_{0b}^a \boldsymbol{w}^b - c\, w_0^b\, \boldsymbol{\omega}_b^a \quad ,$$

$$\alpha^a_{espin} = c(\nabla \times \boldsymbol{w}^a - \boldsymbol{\omega}^a_b \times \boldsymbol{w}^b) \tag{48}$$

donde:

$$\boldsymbol{v}^a = \frac{\partial \boldsymbol{r}^a}{\partial t} + c\ \nabla r^a_0 + c\ \omega^a_{0b}\boldsymbol{r}^b - c\ r^b_0\ \boldsymbol{\omega}^a_b\ , \tag{49}$$

y

$$\boldsymbol{w}^a = c(\nabla \times \boldsymbol{r}^a - \boldsymbol{\omega}^a_b \times \boldsymbol{r}^b) \tag{50}$$

De manera que, en general, hay cuarenta y ocho tipos de aceleración en esta teoría, dieciséis a partir de la Ec. (48a), dieciséis a partir de la Ec. (48c), ocho a partir de la Ec. (48b) y ocho a partir de la Ec. (48d).

Hay nuevas aceleraciones fundamentales que no aparecen en la dinámica de Newton o de Einstein, y hay aceleraciones que desarrollan dinámicas de Euler dentro de una teoría de relatividad general. Algunas de estas aceleraciones se han analizado en documentos previos de esta serie, y a partir de una inspección de las ecuaciones (48). A partir de la estructura de estas ecuaciones se observa que contienen, en ciertos límites (véase Documento 55) las bien conocidas aceleraciones de la dinámica clásica, tales como las aceleraciones de Coriolis y centrípeta, y tal como se ha mencionado en documentos recientes de esta serie [1-10] contienen las aceleraciones utilizadas en dinámica de fluidos. Estos términos se producen a partir de la estructura fundamental de la geometría diferencial, y pueden analizarse dentro de límites dados y clasificarse, desarrollando así un nuevo enfoque hacia el tema de la dinámica relativista en general. En especial, las nuevas aceleraciones se aplican en áreas donde se sabe que la dinámica de Newton y de Einstein no aplican, por ejemplo en galaxias de espiral en cosmología. También pueden aplicarse directamente en electrodinámica. A través de la prescripción mínima, el cuatro-momento es proporcional al potencial, y la fuerza dinámica es proporcional al campo de fuerzas electromagnético. Por lo tanto, en electrodinámica hay cuarenta y ocho tipos fundamentales de campos de fuerza en esta teoría. Se encuentran limitados por las leyes de antisimetría de la teoría ECE [1-10] y por la nueva propiedad de la geometría de Cartan descubierta en el Documento 142 de esta serie. Esta teoría se desarrollará sistemáticamente en los próximos documentos.

Agradecimientos

Se agradece al gobierno británico por la tensión civil vitalicia y el escudo de armas, y al grupo de científicos de AIAS por muchas discusiones interesantes. Se agradece a los grupos de Alex Hill y Horst Eckardt por las labores de tipografiado.

Referencias

[1] S. P. Carroll, “Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York, 2004).

[2] M. W. Evans, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis, Suffolk, a partir de 2005 en adelante), en seis volúmens, con el volume siete en preparación (www.aias.us).

[3] Los portales de ECE www.aias.us y www.atomicprecision.com con documentos y libros de varios autores sobre teoría ECE y otras relacionadas.

[4] K. Pendergast, “The Life of Myron Evans” (www.aias.us y Abramis, 2010).

[5] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis, 2007). Ver traducción castellana en la Sección en Español de www.aias.us .

[6] M. W. Evans, Ed., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York 2001, segunda edición, reimpreso como edición de e-libro).

[7] M. W. Evans and S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, reimpreso en 1993 y 1997, primera edición).

[8] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001).

[9] M. W. Evans and J.-P. Vigier, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002), en cinco volúmenes.

[10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory” (World Scientific. 1994).

[11] Documentos y animaciones por H. Eckardt sobre teoría ECE aplicada a galaxias en espiral, en www.aias.us.

[12] Documentos en volumen siete de “Generally Covariant Unified Field Theory” (Documentos 117 y 122 y sigs. en www.aias.us).

[13] D. Reed en ref. [6].

[14] H. E. Moses, SIAM J. Applied Mech., 21(1), 114 (1971).

[15] B. L. Silver, “Irreducible Tensor Methods” (Academic, Nueva York, 1976).

[16] M. W. Evans, Physica B, 182, 227 (1992).

[17] J. D. Jackson, “Classical Electrodynamics (Wiley, Nueva York, 3a edición, 1999).