

Métricas para la gravitación y el electromagnetismo en un espaciotiempo esférico y cilíndrico.

Por

M. W. Evans,
H. M. Civil List

y

H. Eckardt,
AIAS and UPITEC

(www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org, www.et3m.net)

Traducción: Ing. Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen

Se utiliza simetría esférica y cilíndrica del espaciotiempo para desarrollar métricas para la gravitación y el electromagnetismo, así como para la interacción de la gravitación y el electromagnetismo. Se utilizan las métricas para definir el lagrangiano y el hamiltoniano, las ecuaciones de movimiento y las ecuaciones orbitales. En una temprana aproximación, se muestra que la métrica electrodinámica se reduce correctamente a la prescripción mínima, a la ecuación relativista de Hamilton Jacobi y a la ecuación de Dirac para una interacción de un electrón con un cuatro potencial en la prescripción mínima. Se ofrecen algunos datos computacionales acerca del efecto de términos sucesivos en la aproximación de la métrica para un espaciotiempo esféricamente simétrico. Este desarrollo se basa en un concepto básico de la teoría ECE, el cual expresa que las ecuaciones para la dinámica y para la electrodinámica poseen el mismo formato.

Palabras clave: teoría ECE, métrica, gravitación, electrodinámica, interacción de la gravitación y el electromagnetismo, ecuación relativista de Hamilton Jacobi, ecuación de Dirac.

1. Introducción

En este documento, el 152º en una serie de documentos [1–10] que desarrollan la teoría de Einstein, Cartan y Evans (ECE), se desarrolla un nuevo análisis métrico de la gravitación y de la electrodinámica con el objeto de brindar una descripción coherente de estos campos fundamentales a partir de la estructura básica del espaciotiempo, y con el objeto de demostrar en forma directa que hay energía electrodinámica en el espaciotiempo. Esta energía puede deducirse directamente a partir de la métrica mediante la construcción del lagrangiano y el hamiltoniano, utilizando métodos bien conocidos para la gravitación. Es bien conocido y bien aceptado [11, 12] que el lagrangiano y el hamiltoniano de la gravitación pueden obtenerse directamente a partir de la métrica, de manera que se concluye que el hamiltoniano y el lagrangiano para el electromagnetismo también puede obtenerse directamente a partir de la métrica. Tanto la gravitación como el electromagnetismo son manifestaciones de la métrica que representa el espaciotiempo esférico o el espaciotiempo de alguna otra simetría seleccionada, tal como la simetría cilíndrica. Desde hace mucho tiempo se acepta que el hamiltoniano de la gravitación se debe a la métrica, y por ende el hamiltoniano del electromagnetismo y del campo unificado también se obtienen directamente a partir de la misma métrica en la teoría ECE del campo unificado. El hamiltoniano se conserva, como es bien sabido, de manera que la teoría conserva la energía total como una constante de movimiento. La teoría también conserva el momento lineal y el angular como las otras constantes de movimiento. Por lo tanto, energía electromagnética puede obtenerse a partir del espaciotiempo en tanto se conserva a la vez la energía y el momento.

En la Sección 2, se utiliza la suposición de un espaciotiempo esféricamente simétrico para deducir el formato general de la métrica para la gravitación, el electromagnetismo y el campo unificado. Se utilizan aproximaciones sucesivas de la métrica general para deducir el hamiltoniano, el lagrangiano, las ecuaciones de movimiento y las ecuaciones orbitales. Se ofrecen algunas consideraciones respecto de una métrica para un espaciotiempo cilíndricamente simétrico. En la Sección 3, se recupera correctamente la prescripción mínima a partir de la métrica electrodinámica y se la utiliza para deducir la ecuación relativista de Hamilton Jacobi, así como la ecuación de Dirac de la teoría de campo cuántico a partir de la métrica en una primera aproximación. Se concluye que la ecuación de Dirac es una primera aproximación de una ecuación más precisa hasta ahora desconocida. El problema de la interacción entre el electromagnetismo y la gravitación también puede enfocarse utilizando el método de la métrica. En la Sección 4 se ofrecen algunos resultados numéricos relacionados con el efecto de la suma de términos sucesivos para la aproximación de la métrica para un espaciotiempo esféricamente simétrico.

2. Métricas para un espaciotiempo esférico y cilíndrico.

Para un espaciotiempo esféricamente simétrico, comenzamos con la métrica [1–10]:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = e^{-r_0/r} c^2 dt^2 - e^{r_0/r} dr^2 - r^2 d\varphi^2 \quad (1)$$

en coordenadas cilíndricas polares en el plano XY. Pueden utilizarse métricas aún más generales del espaciotiempo esférico, pero la Ec. (1) es manejable analíticamente. Es una

solución del Teorema Orbital para el espaciotiempo esféricamente simétrico desarrollada en el documento UFT 111 (www.aias.us de la Biblioteca Nacional de Gales y los Archivos Nacionales Británicos www.webarchive.org.uk). Para la gravitación en la Ec. (1):

$$r_0 = \frac{2MG}{c^2} \quad (2)$$

donde M es la masa de un objeto atractor, G es la constante de Newton y c es la velocidad de la luz en el vacío. Para el electromagnetismo en la Ec. (1):

$$r_0 = 2 \frac{e_1}{m} \frac{e_2}{4\pi c^2 \epsilon_0} \quad (3)$$

donde e_1 es la carga de un objeto atraído, e_2 es la carga del objeto atractor, y ϵ_0 es la permitividad en el vacío en unidades S.I.. Para el campo unificado:

$$r_0 = 2 \left(\frac{MG}{c^2} + \frac{1}{m} \frac{e_1 e_2}{4\pi c^2 \epsilon_0} \right) \quad (4)$$

Para los tres tipos de campo el hamiltoniano H se conserva y es el invariante, definido como igual a la mitad de la energía en reposo [11,12] tal como es bien conocido en relatividad generalizada:

$$H = \mathcal{L} = T = \frac{1}{2} mc^2 = \frac{m}{2} \left(e^{-r_0/r} c^2 \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 - e^{r_0/r} \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 \right) \quad (5)$$

En la Ec. (5) \mathcal{L} es el lagrangiano y T es la energía cinética. Como es bien conocido, no hay energía potencial en la teoría de la relatividad generalizada. En consecuencia, los conceptos clásicos de atracción, energía potencial, energía potencial efectiva, repulsión centrífuga y demás se encuentran todos incluidos en, y dados por, la métrica. Sin embargo, estos conceptos clásicos son tan ampliamente enseñados y resultan tan familiares que en relatividad generalizada aún se hace referencia a un "potencial efectivo". Newton no supo qué cosa provocaba la "atracción", pero sabía cómo ésta funcionaba en el contexto de su propia era. En relatividad generalizada, el concepto se ve sustituido por las propiedades de la métrica. En la teoría ECE aplican las mismas reglas para el electromagnetismo y el campo unificado. En el modelo comúnmente aceptado, la electrodinámica es inconsistentemente un concepto impuesto sobre el espaciotiempo plano, la así llamada simetría del sector U(1). La teoría ECE ha demostrado [1–10] que el modelo comúnmente aceptado posee profundos errores en varios aspectos. El documento UFT 150 de esta serie, por ejemplo, muestra que el famoso (o infame) cálculo de la desviación de la luz de Einstein posee profundos errores. Ya no es posible aceptar en forma acrítica cualquier aspecto del modelo comúnmente aceptado de la física.

La ecuación de movimiento de Euler Lagrange:

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\mu} \quad (6)$$

cuando se aplica al lagrangiano definido en la Ec. (5) produce las siguientes tres constantes de

movimiento: la energía total E , el momento lineal p y el momento angular L . En relatividad general [11, 12] se define el hamiltoniano como igual a la mitad de la energía en reposo, de manera que H y E se definen en forma diferente. Sin embargo, ambos se conservan. En este documento respetamos estas definiciones tradicionales pero generalizamos la teoría de la relatividad mucho más allá que lo habitual hasta el momento. Las constantes de movimiento se obtienen a partir de la Ec. (6) y son:

$$E = mc^2 e^{-r_0/r} \frac{dt}{d\tau} , \quad (7)$$

$$p = me^{r_0/r} \frac{dr}{d\tau} , \quad (8)$$

$$L = mr^2 \frac{d\varphi}{d\tau} . \quad (9)$$

De manera que utilizando estas definiciones:

$$H = \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \left(e^{r_0/r} \frac{E^2}{mc^2} - e^{-r_0/r} \frac{p^2}{m} - \frac{L^2}{mr^2} \right) . \quad (10)$$

Resulta de utilidad al inicio comprobar la Ec. (10), recuperando de la misma resultados bien conocidos. En el límite:

$$\frac{r_0}{r} \longrightarrow 0 \quad (11)$$

el hamiltoniano deviene:

$$H = \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{E^2}{mc^2} - \frac{p^2}{m} - \frac{L^2}{mr^2} \right) . \quad (12)$$

Si no hay momento angular en el sistema:

$$L = 0 \quad (13)$$

entonces:

$$H = \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{E^2}{mc^2} - \frac{p^2}{m} \right) \quad (14)$$

la cual es la ecuación de Einstein para la relatividad restringida:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 . \quad (15)$$

Como es bien sabido, esta ecuación se cuantiza a la ecuación de Klein Gordon, corregida a la ecuación de Dirac [13, 14]. En documentos de esta serie [1–10] la ecuación de Dirac ha sido

deducida a partir del postulado geométrico de la tétrada y simplificado a una ecuación en matrices de 2×2 , algo que durante muchos años fue considerado imposible. De manera que se utilizaron las matrices de Dirac de 4×4 . Una vez más, estas matrices de 4×4 se enseñan tan ampliamente y resultan tan familiares que las utilizamos en este documento por simple cuestión de referencia.

En la notación de Minkowski:

$$p^\mu = \left(\frac{E}{c}, \mathbf{p} \right) \quad (16)$$

$$p_\mu = \left(\frac{E}{c}, -\mathbf{p} \right) \quad (17)$$

el hamiltoniano de la Ec. (14) es la bien conocida invariante [1–10]:

$$H = \frac{1}{2m} p^\mu p_\mu \quad . \quad (18)$$

Utilizando los métodos de documentos recientes de UFT (www.aias.us), la ecuación general orbital a partir de la métrica (1) es:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{b^2} - e^{-r_0/r} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right)^{-1/2} \quad . \quad (19)$$

De manera que, por ejemplo, la desviación de la luz por causa de la gravitación es (UFT 150):

$$\Delta \varphi = 2 \int_{R_0}^{\infty} \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{b^2} - e^{-r_0/r} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right) \right)^{-1/2} dr \quad . \quad (20)$$

Ahora utilizamos la bien conocida serie de Maclaurin:

$$e^{-r_0/r} = 1 - \frac{r_0}{r} + \frac{1}{2!} \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{r_0}{r} \right)^3 + \dots \quad (21)$$

El primer nivel de aproximación es:

$$e^{-r_0/r} \longrightarrow 1 \quad (22)$$

que nos da la métrica de Minkowski. El segundo nivel de aproximación es:

$$e^{-r_0/r} \sim 1 - \frac{r_0}{r} \quad (23)$$

que nos da la métrica gravitacional con la Ec. (2), y su equivalente para el electromagnetismo con la Ec. (3). Su equivalente para el campo unificado viene dado por la Ec. (4). Todas estas son soluciones del Teorema Orbital de UFT 111. En la teoría ECE, se descarta la ecuación de campo de Einstein debido a que se demuestra fácilmente su error debido a la no consideración de la torsión del espaciotiempo [1–10], o en forma equivalente, el empleo incorrecto de una

conexión simétrica. La correspondencia biunívoca entre el conmutador y la conexión (UFT 139) significa que cualquier conexión en geometría de Cartan debe ser antisimétrica. La aproximación (23) en gravitación es capaz de describir las órbitas relativistas keplerianas en el sistema solar, pero es totalmente incapaz de describir galaxias en espiral. En el obsoleto modelo tradicional de la física la aproximación (23) se conoce incorrectamente como la métrica de Schwarzschild, aun cuando puede observarse fácilmente, mediante la forma más sencilla de acción académica (una búsqueda bibliográfica) que Schwarzschild no la dedujo [1–10]. Este tipo de incongruencia nos demuestra que el modelo tradicional de la física resulta irracional en algunos aspectos clave y que dicho modelo se ha degenerado hacia un dogmatismo.

El siguiente nivel de aproximación es:

$$e^{-r_0/r} = 1 - \frac{r_0}{r} + \frac{1}{2!} \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \quad (24)$$

y para gravitación se ha demostrado en documentos de UFT que este tipo de métrica es capaz de describir la acción en espiral hacia adentro y la elipse en precesión de un pulsar binario sin el empleo de la así llamada "radiación gravitacional". Las métricas que producen la así llamada "radiación de Hawking", resultan obviamente incorrectas debido a la no consideración de la torsión, y esta incorrección se ha demostrado con gran detalle [1–10] mediante el empleo de álgebra computacional.

Mediante una bien conocida observación, la órbita de las estrellas en una galaxia en espiral se aproxima mediante un formato de espiral [1–10] tal como la espiral logarítmica:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \xi r \quad (25)$$

de manera que para una galaxia en espiral:

$$e^{-r_0/r} = \left(\frac{1}{b^2} - \frac{\xi^2}{r^2}\right) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2}\right)^{-1} \quad (26)$$

Una métrica de tipo (1) es capaz de describir todas las órbitas conocidas bajo límites dados, y sin el empleo de la ficticia y poco científica "materia oscura" tal como sucede en el modelo tradicional de la física. En la Sección 4 se incluyen algunos cálculos utilizando esta métrica. En documentos previos acerca de la teoría ECE referidos a galaxias en espiral, éstas se explicaban utilizando un sencillo concepto de momento angular constante en el espacio tiempo. La métrica (1) es consistente con este concepto, como se describe a continuación. La forma de espiral de una galaxia puede explicarse aún en la aproximación de Minkowski (22) utilizando:

$$\frac{E^2}{mc^2} - mc^2 = m \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{L^2}{mr^2} \quad (27)$$

la cual expresa la ecuación orbital del espaciotiempo de Minkowski:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{1}{r} \left(\left(\frac{v}{\omega r} \right)^2 - 1 \right)^{-1/2} \quad (28)$$

donde la velocidad viene definida por:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\tau} \right)^2 \quad (29)$$

y la velocidad angular por:

$$\omega = \frac{d\varphi}{d\tau} \quad (30)$$

En una galaxia en espiral se observa que, a medida que:

$$r \longrightarrow \infty \quad (31)$$

la velocidad se vuelve constante. Este resultado se explica en forma directa a partir de la órbita de Minkowski como sigue. A partir de UFT 151 (www.aias.us) se sabe que la órbita de Minkowski se describe mediante:

$$\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} = \frac{1}{b^2} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2} \right) = \left(\frac{v}{c} \right)^2 \frac{1}{b^2} = \left(\frac{v}{r^2 \omega} \right)^2 \quad (32)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} b &= c \frac{L}{E} = r^2 \frac{\omega}{c} \quad , & \omega &= \frac{d\varphi}{d\tau} \quad , \\ \gamma &= \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} \quad , & d\tau &= \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) dt \quad . \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Por lo tanto

$$\frac{v}{r^2 \omega} = \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right)^{-1/2} \quad (34)$$

es una constante de movimiento de la órbita de Minkowski. El momento angular:

$$L = m r^2 \omega = m r^2 \frac{d\varphi}{d\tau} = \gamma m r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2} m r^2 \frac{d\varphi}{dt} \quad (35)$$

también es constante en el límite:

$$r \longrightarrow \infty \quad (36)$$

de manera que la velocidad v es constante. Así, en la Ec. (28):

$$\frac{v}{r\omega} = \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)^{-1/2} r \quad . \quad (37)$$

Definiendo:

$$B := \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2}\right)^{-1/2} \quad (38)$$

entonces la órbita es:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{1}{r} (B^2 r^2 - 1)^{-1/2} \quad (39)$$

es decir

$$\frac{d\varphi}{dr} \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} \frac{1}{Br^2} \quad (40)$$

Esta es la ecuación de la espiral hiperbólica, que se utilizó en la Fig. (6.7) del quinto volumen en la referencia [1] para ajustarse al patrón observado de estrellas en una galaxia en espiral. En consecuencia, la métrica (1) explica las principales características de una galaxia en espiral en el límite:

$$\frac{r_0}{r} \longrightarrow 0$$

siendo el momento angular una constante de movimiento de la métrica.

En el límite opuesto:

$$e^{-r_0/r} \longrightarrow 0 \quad , \quad \frac{r_0}{r} \longrightarrow \infty \quad , \quad (42)$$

hay una masa muy pesada M en el centro de la galaxia, y la distancia r es tal que:

$$r_0 \gg r \quad . \quad (43)$$

En este límite la órbita en la Ec. (19) deviene:

$$\frac{d\varphi}{dr} \longrightarrow \frac{b}{r^2} \quad (44)$$

la cual es nuevamente la espiral hiperbólica.

Habiendo evaluado la métrica (1) en esta forma para todas las órbitas conocidas de la teoría gravitacional, puede aplicarse la Ec. (3) a la electrodinámica, y la Ec. (4) al campo unificado.

Consideremos por ejemplo el átomo de H, en el cual un electrón con carga:

$$e_1 = |e| = e \quad (45)$$

orbita alrededor de un protón de carga:

$$e_2 = e \quad (46)$$

En este ejemplo:

$$r_1 = \frac{e^2}{2m\pi c^2 \epsilon_0} = 5.636 \times 10^{-15} \text{ m} \quad , \quad r_2 = \frac{2MG}{c^2} = 2.262 \times 10^{-84} \text{ m} \quad (47)$$

El electromagnetismo y la gravitación pueden describirse en términos de los radios:

$$r_1 \gg r_2 \quad (48)$$

Su efecto combinado se describe mediante:

$$r_0 = r_1 + r_2 \quad (49)$$

Para el átomo de H la interacción del electrón y el protón está dominada íntegramente por la interacción electrodinámica, normalmente incorporada en la ecuación de Schroedinger a través de la ley de Coulomb [14]. Sin embargo, en la escala cosmológica opuesta, r_1 se ve influido en general por r_2 en una teoría del campo unificado. Se observa que r_1 es del orden del radio del protón, cuya mejor estimación actual es:

$$r (\text{protón}) = (0.8 - 0.86) \times 10^{-15} \text{ m} \quad (50)$$

Por lo tanto, r_2 se encuentra claramente dentro del tamaño del radio del protón. Éste es un experimento mental, donde hasta el momento no se han considerado efectos cuánticos, un experimento mental diseñado para estimar la importancia relativa de la interacción electrostática y gravitacional en el átomo de H. A partir de la métrica (1), la ecuación del movimiento del sistema electrón-protón a nivel clásico es:

$$m \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{E^2}{mc^2} - e^{-r_0/r} \left(mc^2 + \frac{L^2}{mr^2} \right) \quad (51)$$

que en la aproximación (23) deviene

$$m \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{E^2}{mc^2} - \left(1 - \frac{r_0}{r} \right) \left(mc^2 + \frac{L^2}{mr^2} \right) \quad (52)$$

es decir:

$$\frac{E^2}{mc^2} - mc^2 = m \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 - \frac{r_0}{r} mc^2 - \frac{r_0}{r} \frac{L^2}{mr^2} + \frac{L^2}{mr^2} \quad (53)$$

Adoptando la nomenclatura tradicional [11, 12] el “potencial efectivo” es:

$$V = \frac{-(r_1 + r_2)}{r} \left(mc^2 + \frac{L^2}{mr^2} \right) + \frac{L^2}{mr^2} \quad (54)$$

y la “atracción del cuadrado de la inversa” es:

$$V(\text{cuad. inv.}) = \frac{-(r_1 + r_2)}{r} mc^2 = - \frac{e_1 e_2}{4\pi r \epsilon_0} - \frac{mMG}{r} \quad (55)$$

que es una combinación lineal de las energías potenciales atractiva de Coulomb y de Newton. La métrica provee estas leyes y además correcciones centrífugas y relativistas. Éste es un modelo clásico relativista que consiste de una masa cargada que está en órbita alrededor de otra. Se observa que a este nivel de aproximación, no existe "término cruzado", es decir no hay una contribución a la energía potencial de atracción a partir del efecto combinado de la gravitación y la electrostática.

En una aproximación más precisa:

$$\exp\left(\frac{-(r_1 + r_2)}{r}\right) \sim 1 - \frac{(r_1 + r_2)}{r} + \frac{1}{2} \left(\frac{r_1 + r_2}{r}\right)^2 \quad (56)$$

el electromagnetismo influye sobre la gravitación. El potencial efectivo cambia, y su parte del cuadrado de la inversa es:

$$V(\text{cuad. inv.}) = - \frac{e_1 e_2}{4\pi r \epsilon_0} - \frac{mMG}{r} + \frac{mc^2}{4} \left(\frac{r_1 + r_2}{r}\right)^2 \quad (57)$$

El término cruzado es:

$$V(\text{término cruzado}) = \frac{mc^2}{2} \frac{r_1 r_2}{r^2} = \left(\frac{mG}{r^2}\right) \left(\frac{e_1 e_2}{2\pi c^2 \epsilon_0}\right) \quad (58)$$

y tiene un valor positivo o repulsivo, oponiéndose a la atracción gravitacional.

Este sencillo cálculo muestra que la electrodinámica podría utilizarse para disminuir la atracción de la gravitación, produciendo toda una gama de nuevas industrias. En las unidades:

$$e_1 = e_2 = r = m = M = 1 \quad (59)$$

la atracción coulombica es $-(4\pi\epsilon_0)^{-1}$, y el término cruzado es $G/(2\pi c^2\epsilon_0)$, del orden de 10^{-27} más pequeño. El problema de ingeniería, obviamente, es la maximización de la influencia del electromagnetismo sobre la gravitación, y varios documentos de la teoría ECE previos (www.aias.us) se han referido a este problema en términos de resonancia de conexión de espín. Éste cálculo sólo busca demostrar que esta influencia podría existir en la naturaleza, utilizando la métrica (1) como un nuevo enfoque. La influencia opuesta de la gravitación sobre el electromagnetismo se conoce a partir de la desviación de la luz por causa de la gravitación, y nuevamente se ve descrita mediante la métrica (1) en términos de la masa del fotón (UFT 150).

La métrica electrodinámica definida por las Ecs. (1) y (23) produce la ecuación de movimiento:

$$H = \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} \left(\left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \frac{E^2}{mc^2} - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1} \frac{p^2}{m} - \frac{L^2}{mr^2} \right) \quad (60)$$

en donde el término:

$$V = - \frac{e_1 e_2}{4\pi r \epsilon_0} \left(1 + \left(\frac{L}{mc}\right)^2 \frac{1}{r^2} \right) + \frac{L^2}{2mr^2} \quad (61)$$

se conoce tradicionalmente en relatividad general gravitacional como "la energía potencial efectiva", aun cuando no existe el concepto de energía potencial en la relatividad general. Adoptando esta nomenclatura tradicional puede observarse que el potencial de Coulomb se corrige a:

$$V(\text{Coulomb}) = - \frac{e_1 e_2}{4\pi r \epsilon_0} \left(1 + \left(\frac{L}{mc}\right)^2 \frac{1}{r^2} \right) \quad (62)$$

en donde $L/(mc)$ es una constante. Si no hay momento angular en el sistema:

$$L = 0 \quad (63)$$

entonces no existe corrección por relatividad general a la ley de Coulomb. Es bien sabido que la ley de Coulomb es la más precisa en el campo de la física, de manera que cualquier corrección a la misma deberá observarse mediante un experimento muy bien diseñado. En el átomo de H [14], sin embargo, hay un momento angular cuantizado presente en el potencial efectivo de la ecuación de Schroedinger del átomo de H:

$$V(\text{H}) = - \frac{e^2}{4\pi r \epsilon_0} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \quad (64)$$

y por tanto esto se corrige en relatividad general a:

$$V(\text{H}) = - \frac{e^2}{4\pi r \epsilon_0} \left(1 + l(l+1) \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 \frac{1}{r^2} \right)_{\mu \sim m} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2} \quad (65)$$

en donde la longitud de onda de Compton al cuadrado es:

$$\left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 = 1.4912 \times 10^{-25} \text{ m}^2 \quad . \quad (66)$$

La corrección relativista tendrá un efecto sobre el espectro atómico del H y esto constituye un problema que puede abordarse mediante la adopción de paquetes de química cuántica.

Finalmente, en esta sección, se dedica cierta atención al espaciotiempo cilíndrico con el objeto de demostrar que la teoría presentada en este documento es aplicable a cualquier simetría del espaciotiempo y que la teoría puede desarrollarse en muchas direcciones. Una posible métrica con simetría cilíndrica es:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = e^{-Z_0/Z} c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\varphi^2 - e^{Z_0/Z} dZ^2 \quad (67)$$

cuyo hamiltoniano y lagrangiano se definen mediante la energía cinética (la mitad de la energía en reposo):

$$\mathcal{L} = H = T = \frac{1}{2} m c^2 = \frac{1}{2} m (e^{-Z_0/Z} c^2 \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 - \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)^2 - e^{Z_0/Z} \left(\frac{dZ}{d\tau}\right)^2). \quad (68)$$

A partir de esta definición se obtiene la siguiente ecuación de movimiento:

$$m \frac{d\alpha^2}{d\tau^2} = \frac{E^2}{mc^2} - e^{-Z_0/Z} \left(m c^2 + \frac{L^2}{mr^2} \right) \quad (69)$$

donde

$$d\alpha^2 = dZ^2 + e^{-Z_0/Z} dr^2 \quad . \quad (70)$$

La ecuación orbital es:

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{b^2} - e^{-Z_0/Z} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{Z^2} \right) \right)^{-1/2} \quad (71)$$

y la desviación de la luz por causa de la gravitación en este espaciotiempo cilíndrico es:

$$\Delta \varphi = 2 \int_{R_0}^{\infty} \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{b^2} - e^{-Z_0/Z} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{Z^2} \right) \right)^{-1/2} d\alpha \quad (72)$$

Con el objeto de volver a esta expresión analíticamente manejable, se supone que r es proporcional a Z :

$$r = \beta Z \quad (73)$$

de manera que la desviación de la luz por causa de la gravedad puede calcularse como sigue

en términos de los parámetros:

$$\Delta \varphi = 2 \int_{R_0}^{\infty} \frac{1}{Z^2} \left(\frac{1}{b^2} - e^{-Z_0/Z} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{Z^2} \right) \right)^{-1/2} (1 + \beta e^{-Z_0/Z})^{1/2} dZ \quad (74)$$

3. Métrica, prescripción mínima y ecuación de Dirac.

Consideremos el efecto del término r_0/r en la Ec.(14). El hamiltoniano cambia a:

$$H = \frac{1}{2} m c^2 = \frac{1}{2} \left(\left(\exp \left(\frac{r_0}{2r} \right) \frac{E}{c} \right)^2 - \left(\exp \left(\frac{-r_0}{2r} \right) p \right)^2 \right) \quad (75)$$

En la aproximación:

$$\exp \left(\frac{r_0}{2r} \right) = 1 + \frac{r_0}{2r} \quad , \quad (76)$$

$$\exp \left(\frac{-r_0}{2r} \right) = 1 - \frac{r_0}{2r} \quad (77)$$

el cambio en el hamiltoniano puede representarse mediante:

$$E \longrightarrow E + \left(\frac{r_0}{2r} \right) E \quad , \quad (78)$$

$$p \longrightarrow p - \left(\frac{r_0}{2r} \right) p \quad . \quad (79)$$

Esta es la bien conocida prescripción mínima:

$$p^\mu \longrightarrow p^\mu - e A^\mu \quad (80)$$

donde el cuatro potencial del electromagnetismo es:

$$A^\mu = \left(\frac{\varphi}{c} , \mathbf{A} \right) \quad . \quad (81)$$

Resulta entonces que:

$$\varphi = - \frac{e_2}{4\pi r \epsilon_0} \left(\frac{E}{m c^2} \right) \quad (82)$$

$$A = \frac{e_2}{4\pi r c \epsilon_0} \left(\frac{p}{m c} \right) \quad . \quad (83)$$

Para una partícula en reposo:

$$\varphi = - \frac{e_2}{4\pi r \epsilon_0} , \quad (84)$$

$$A = 0 \quad (85)$$

y consistentemente, el problema es de tipo electrostático, con el potencial de Coulomb (83) y sin potencial vectorial. Con las definiciones (81,82) la métrica produce la bien conocida ecuación relativista de Hamilton Jacobi y la ecuación de Dirac correcta [13] para el electrón en un cuatro potencial electromagnético:

$$(\gamma^\mu (p_\mu - e A_\mu) - mc) \Psi = 0 \quad (86)$$

La ecuación de Dirac da el factor g del electrón, la precesión de Thomas, la correcta estructura fina e hiperfina en los espectros atómicos, RSE, RMN, IRM, RFR y antipartículas. Por lo tanto, estos resultados bien conocidos pueden todos obtenerse a partir de la métrica (1) en la aproximación (23). Esto sugiere que la ecuación de Dirac misma es una aproximación de una ecuación hasta ahora desconocida y con una validez más general, deducible a partir de la métrica (1) sin el empleo de aproximaciones. En trabajos previos en la teoría ECE el concepto de la ecuación de Dirac se simplificó utilizando matrices de 2×2 [1-10] , y deduciendo la ecuación de Dirac directamente a partir de la geometría.

4. Estudios numéricos del efecto del empleo de aproximaciones de la métrica (1) en la desviación de la luz.

Se ha demostrado en forma directa en la forma exponencial del factor de la métrica (Ec.(1)) es derivable. Otras simétricas bien conocidas han resultado aproximaciones de expansión en serie de este factor hasta cierto grado. La expansión de Maclarin (21) con $r_0 = 1$ se ha representado gráficamente hasta un tercer orden en la Fig. 1. Para el segundo orden, la asíntota de $r \rightarrow 0$ está equivocada. A partir del tercer orden la diferencia con el valor exacto resulta mínima para $r > 1$. Prácticamente no existe desviación desde los valores exactos para $r > 10$ para todos los grados de aproximación. El ángulo de desviación de la luz para el sol se ha calculado siguiendo lo expuesto en el documento 150:

$$\Delta\varphi = 2 \int_0^{1/R_0} \left(\frac{1}{r_0^2} - \exp(-r_0 u) \left(\frac{1}{R_0^2} + u^2 \right) \right) du \quad (87)$$

donde R_0 es el radio del Sol y r_0 es el así llamado radio de Schwarzschild. La integral da el bien conocido valor de orden 10^{-6} ya para el orden 0, como puede apreciarse en la Fig. 2.

En el procedimiento de integración para la desviación de la luz operamos en la región $r \gg r_0$, ya que R_0 es mayor que r_0 por cinco órdenes de magnitud. Por lo tanto la desviación de la luz no constituye un buen experimento para la determinación de la verdadera forma física del factor de la métrica, como se observa en la Fig. 1. Este resultado se corrobora mediante el descubrimiento incluido en el documento 150, respecto de la dependencia hacia u del integrando no posee efecto práctico alguno sobre el resultado. Éste último se obtiene a

partir de la parte constante $1/r_0^2$ con una muy buena aproximación.

Para observar cualquier efecto del orden de aproximación de la Ec. (21), el radio de integración R_0 debe modificarse drásticamente. La masa del fotón es proporcional a r_0/R_0 según la Ec. (60) del documento 150. Por lo tanto, un valor de R_0 variable conduce a una variación en la masa fotónica que sólo resulta significativa para límites estrechos debido a que la masa del fotón es una masa en reposo. De cualquier manera, hemos variado el valor de R_0 para estudiar este efecto. Esto sólo es visible cuando R_0 es del mismo orden de magnitud que el radio de Schwarzschild. Puede que éste sea el caso para estrellas de neutrones (u otras estrellas muy compactas). A partir de la Fig. 2, puede observarse que el orden de aproximación sólo es importante si R_0 se aproxima al valor de r_0 . Orden igual a cero significa una métrica de Minkowski, en tanto que un orden 4 representa la función exponencial exacta. Se obtiene un claro resultado en cuanto a que para el Sol la métrica de Minkowski produce excelentes resultados, en tanto que para estrellas de neutrones el resultado se encuentra significativamente equivocado. Un resultado en particular es que para $R_0 < r_0$ el integrando es negativo y, por lo tanto, no es posible una desviación de la luz. Esto conduce a una nueva interpretación del radio de Schwarzschild, pudiéndose denominar como un "hoyo negro" en este caso debido a que no hay luz reflejada, pero esto nada nos dice acerca de la luz que proviene directamente desde el centro. El máximo ángulo de desviación es de aproximadamente 5.2 radianes, menos que un círculo completo el cual sería de 2π . Evidentemente, todo esto resulta válido en tanto las suposiciones de extrapolación sean válidas.

En una galaxia en espiral las estrellas se encuentran distribuidas según una espiral logarítmica

$$r(\varphi) = r_0 \exp(\xi \varphi) \quad (88)$$

donde ξ se define a partir de la métrica mediante la ecuación

$$e^{-r_0/2r} = \frac{\frac{1}{b^2} - \frac{\xi^2}{r^2}}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2}} \quad (89)$$

(documento 151, Ecs. (31-34)). La Ec. (89) puede resolverse para $\xi(r)$, que resulta en

$$\xi = \frac{1}{ab} e^{-r_0/2r} \sqrt{a^2 r^2 e^{r_0/r} - b^2 r^2 - a^2 b^2}. \quad (90)$$

Para una verdadera espiral, ξ debiera ser constante. Si esto es posible, ello puede observarse a partir de la Fig. 3 donde se ha representado gráficamente $\xi(r)$ para $b = r_0 = 1$ y para varios valores de a . Obviamente ξ es constante a lo largo de una amplia gama de valores de r para $a = 0.8$.

La última gráfica es un ejemplo para la métrica cilíndrica descrita en la Sección 2 de este documento. La desviación de la luz para semejante ejemplo de la métrica viene dada por la Ec. (73). Reexpresada para la coordenada $u = 1/z$ resulta

$$\Delta\varphi = 2 \int_0^{1/R_0} \left(\frac{1}{b^2} - e^{-z_0 u} \left(\frac{1}{a^2} + u^2 \right)^{-1/2} (1 + \beta e^{-z_0 u})^{1/2} \right) du \quad . \quad (91)$$

El integrando para esta ecuación se representa en la Fig. 4 con todas las constantes iguales a la unidad con la excepción de a . Para $a = 0.5$ la integral diverge. Para $a = 1$ se observa una singularidad para $u = 0$ pero el valor de la integral existe. Para $a = 2$ el integrando es regular y la integral existe. A partir de estos ejemplos puede observarse al menos la posible existencia de combinaciones físicamente significativas de parámetros para esta métrica cilíndrica.

Finalmente, hemos verificado la corrección relativista de la ecuación de Schroedinger dada en la Ec. (65). Es una corrección de momento angular para el potencial de Coulomb que es del orden de $1/c^2$. Por lo tanto, se espera que sea muy pequeña. Sumamos el término correspondiente al programa de solución para el átomo de hidrógeno que ya se había utilizado en los documentos 63 y sigs. La corrección del potencial es mayor cerca del núcleo ($r = 0$). Sin embargo, los únicos orbitales que poseen una densidad de probabilidad que no desaparece para $r = 0$ son los orbitales s, para los cuales resulta $l = 0$, es decir que no se ven afectados por la corrección relativista. Los orbitales más bajos posibles de verse afectados son los orbitales 2p, pero el efecto sobre los niveles de energía es menor que 10^{-5} Ryd, lo cual está por debajo del nivel de precisión del programa de cómputo. Este resultado concuerda con el hecho de que el efecto es del orden de $1/c^2$ y, por lo tanto, extremadamente pequeño.

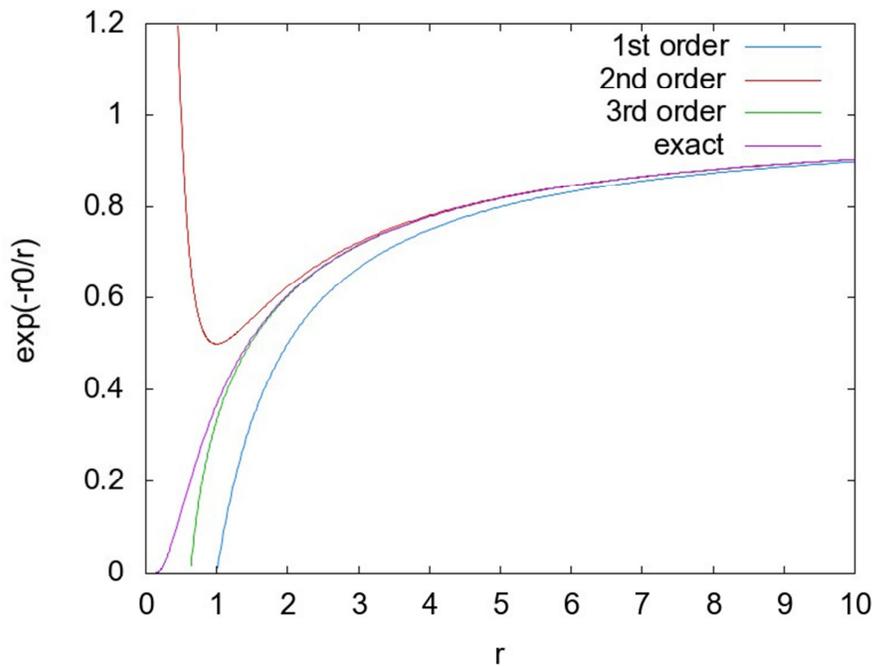


Fig. 1. Diferentes grados de aproximación para la función $\exp(-r_0/r)$ con $r_0=1$.

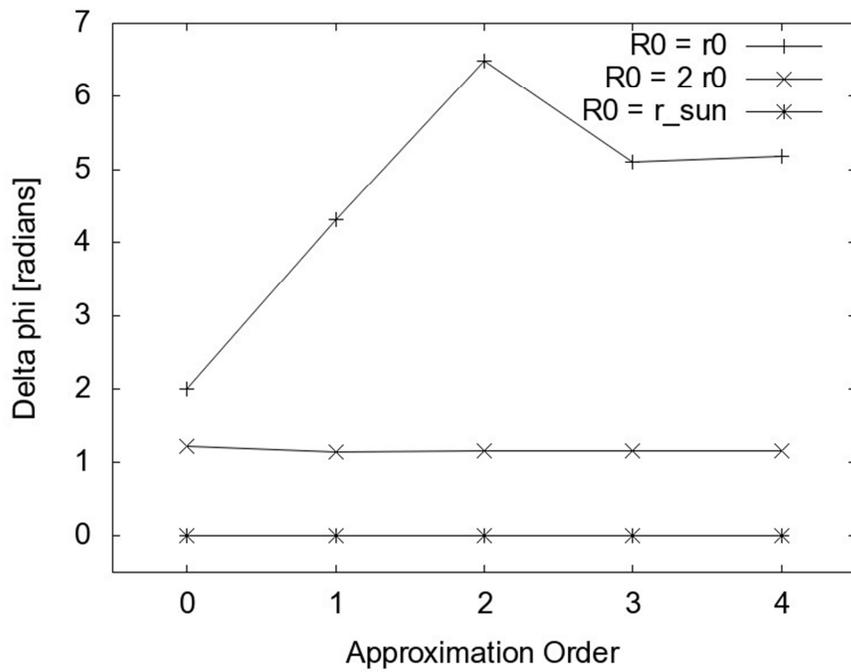


Fig. 2. Diferentes órdenes de aproximación para el ángulo de desviación de la luz $\Delta\phi$. Se ha variado el radio R_0 de la estrella.

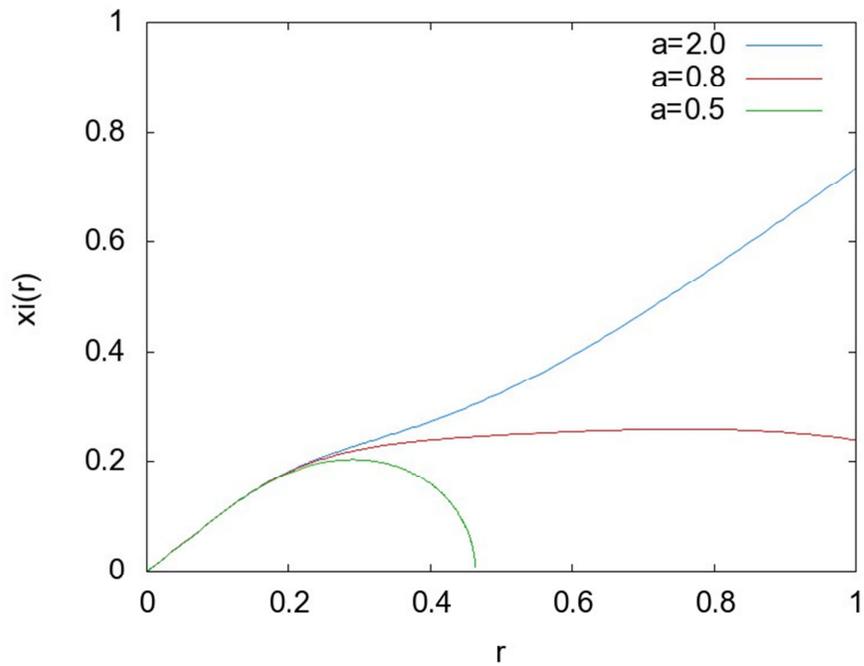


Fig. 3. Parámetro de espiral $\xi(r)$ para diferentes parámetros de a .

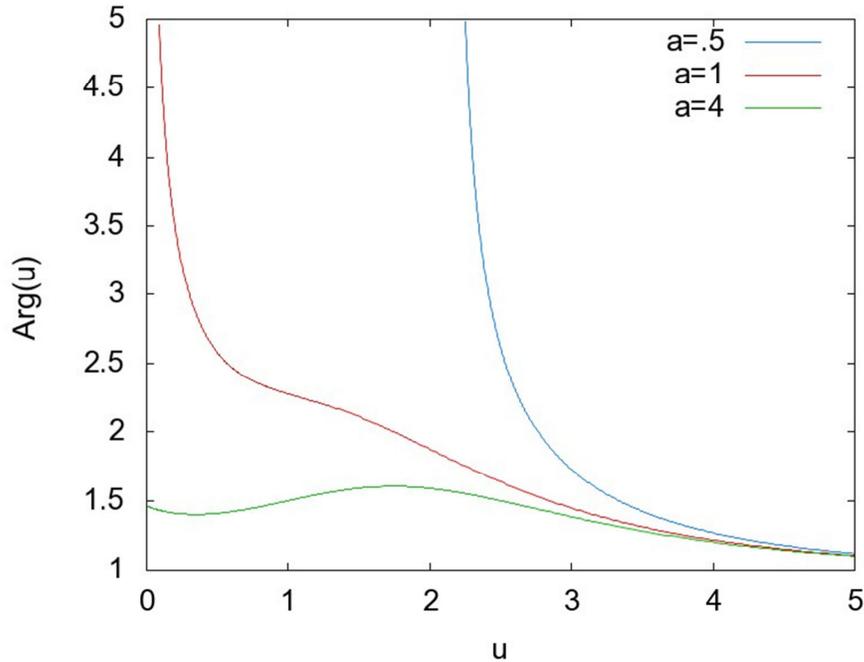


Fig. 4. Argumento de la integral de la Ec. (73) para diferentes parámetros de a .

Agradecimientos

Se agradece al Gobierno Británico por el otorgamiento de una Pensión Vitalicia a MWE, a Alex Hill y colegas por las traducciones y el tipografiado, y a David Burleigh por su publicación en www.aias.us y en el sitio de los Archivos Nacionales www.webarchive.org.uk. Se agradece a los colegas alrededor del mundo por muchas discusiones interesantes.

Referencias

- [1] M. W. Evans et alii, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis Academic, Suffolk, 2005 en adelante), en siete volúmenes a la fecha.
- [2] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticism of the Einstein Field Equation” (Abramis 2010 en prensa).
- [3] Los sitios de ECE www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org y

www.et3m.net . También a la Biblioteca Nacional de Gales y al sitio de los Archivos Nacionales Británicos www.webarchive.org.uk.

- [4] K .Pendergast, “The Life of Myron Evans” (Abramis Academic 2010, en prensa).
- [5] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis Academic 2007).
- [6] M. W. Evans et al., documentos sobre teoría ECE en “Foundations of Physics Letters”, “Physica B”, “Acta Physica Polonica” y dos documentos de conferencias plenarias.
- [7] M. W. Evans, ed., “Modern Non-Linear Optics” (Wiley Interscience 2001 y libro e, segunda edición), en tres volúmenes.
- [8] M. W. Evans y S. Kielich (eds.), *ibid.*, primera edición (Wiley Interscience, 1992, 1993, reimpresso en formato de bolsillo 1997), en tres volúmenes.
- [9] M. W. Evans y J.-P. Vigiér, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, 1994 a 2002), en cinco volúmenes.
- [10] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001).
- [11] S. P. Carroll, “Spacetime and Geometry” (Addison Wesley, Nueva York, 2004).
- [12] R. M. Wald, “General Relativity” (Chicago, 1984).
- [13] L. H. Ryder, “Quantum Field Theory” (Cambridge, 1996, 2ª ed.).
- [14] P. W. Atkins, “Molecular Quantum Mechanics” (Oxford, 1983, 2ª ed. y ediciones subsiguientes).