Resonancia de Euler Bernoulli en un espaciotiempo con simetría esférica: aplicación a contra-gravitación.

por

M. W. Evans,
H. M. Civil List

(www.aias.us, , www.atomicprecision.com, www.upitec.org, www.et3m.net)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen

La resonancia de Euler Bernoulli se desarrolla como un tema de relatividad general en un espaciotiempo con simetría esférica. Las ecuaciones del movimiento de la dinámica y de la electrodinámica se obtienen a partir de la métrica y del hamiltoniano definido con precisión, demostrando así que el espaciotiempo posee tanto energía gravitacional como electromagnética. Se ofrecen detalles acerca del enfoque correcto hacia el límite newtoniano, el Teorema Orbital generalizado y una verificación efectuada sobre la serie de Maclaurin utilizada para la descripción del espaciotiempo en aproximaciones sucesivas. El potencial vectorial de la electrodinámica se define a partir de la métrica, la cual se define en términos de las tétradas de Cartan. El significado fundamental de la tétrada se desarrolla como una matriz de transformación, y se presentan ejemplos sencillos de ecuaciones de resonancia con utilidad práctica en circuitos contra-gravitacionales.

Palabras clave: Einstein Cartan Evans (teoría ECE), resonancia de Euler Bernoulli, ecuaciones del movimiento, dinámica, electrodinámica, métrica, tétrada de Cartan, matriz de rotación, contra-gravitación.

1. Introducción

En esta serie de 153 documentos a la fecha, referidos a la teoría del campo unificado de Einstein, Cartan y Evans (ECE) , se ha demostrado la disponibilidad de energía gravitacional y electromagnética provenientes del hamiltonano de la métrica del espacio tiempo. Por definición, el hamiltoniano se conserva. En relatividad general, se define el hamiltoniano como igual a la mitad de la energía en reposo de una partícula de masa m. Energía en reposo es la conocida mc^2, donde c es la velocidad de la luz en el vacío, y de esta manera el hamiltoniano se conserva debido a que, para una dada masa m la energía en reposo no cambia con la dinámica, o sea se dice que "se conserva". Nótese cuidadosamente que la relatividad general es diferente fundamentalmente en filosofía respecto de la física clásica, en la que el hamiltoniano es la suma de la energía cinética (T) y la energía potencial (V). La relatividad general utiliza la energía cinética, y no considera el concepto de energía potencial. Esta última se sustituye mediante geometría. En relatividad general, el hamiltoniano H es energía cinética pura, y por lo tanto es igual al lagrangiano, por definición. La energía gravitacional electromagnética puede transferirse desde el hamiltoniano H del espaciotiempo en la teoría general de la relatividad, utilizado en dispositivos de gran importancia potencial. Se ha demostrado [1-10] en documentos previos que una implementación práctica de contra-gravitación es un dispositivo electromagnético cuyo efecto sobre el campo electromagnético se ve maximizado mediante resonancia de Euler Bernoulli. Esta última proviene de ecuaciones de fuerza en dinámica que conservan la energía total clásica [11] como es bien sabido. En la Sección 2 se definen las condiciones bajo las cuales se produce esta contra-gravitación mediante amplificación o resonancia en un espaciotiempo con simetría esférica definida por la métrica [12]. Se deducen ecuaciones de dinámica y electrodinámica a partir de la métrica en la Sección 3, la cual brinda todos los detalles y discute el enfoque correcto para el límite newtoniano en dinámica. Se generaliza el Teorema Orbital de UFT 111 de esta serie [1-10], y se lleva a cabo una verificación acerca de la validez de la serie de Maclaurin utilizada para aproximaciones sucesivas a la métrica del espaciotiempo esférico. Estas aproximaciones sucesivas contienen nueva física. El potencial vectorial electromagnético se deduce a partir de la métrica y se demuestra que contiene componentes no rotacionales y no divergentes definidos por la métrica. Estos componentes permiten deducir el Teorema de Helmholtz a partir de la métrica. Esta última se define en términos de las tétradas de Cartan [1-10], las cuales se demuestran como definidas en términos de matrices de transformación desde un sistema de coordenadas a otro. Se definen ecuaciones de campo y de onda de ECE mediante las tétradas, de manera que se diseña un método para obtenerlas a partir de la métrica. Finalmente, en la Sección 4, se discuten ejemplos sencillos de estructuras con resonancia de Euler Bernoulli en dinámica y en teoría de circuitos. Esta teoría conduce al diseño de circuitos que maximizan, al alcanzar la resonancia, el efecto de la electrodinámica sobre la gravitación, produciendo dispositivos contra-gravitacionales a bordo de una aeronave o nave espacial.

2. Espaciotiempo esférico y resonancia de Euler Bernoulli.

En el límite no relativista, lineal y clásico en dinámica, la resonancia de Euler Bernoulli se origina [11] en la ecuación del oscilador forzado:

$$m\ddot{r} + 2\beta\dot{r} + \mathrm{k}\, r = F_0 \cos(\omega \mathrm{t}) \qquad (1)$$

donde r es el desplazamiento, m es la masa, β es el coeficiente de fricción, k es la constante de la ley de Hooke, y donde el lado derecho de la ecuación es una fuerza impulsora variable con el tiempo. Si se omite el término de fricción, la estructura resonante más sencilla es:

$$m\ddot{r} + \mathrm{k}\, r = F_0 \cos(\omega \mathrm{t}) \qquad (2)$$

que puede re-expresarse como:

$$m\ddot{r} + \omega_0^2\, r = A \cos(\omega \mathrm{t}) \qquad (3)$$

donde la frecuencia característica viene definida por:

$$\omega_0^2 = \frac{\mathrm{k}}{m} \;, \quad A = \frac{F_0}{m} \;. \qquad (4)$$

La solución para esta ecuación es:

$$r(t) = \left(\frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \cos(\omega \mathrm{t}) \qquad (5)$$

y la resonancia de energía cinética y de amplitud [11] se producen cuando:

$$\omega = \omega_0 \qquad (6)$$

Esta teoría puede traducirse [11] a teoría de circuitos, tal como se comenta en la Sección 4. La Ec. (3) es un mecanismo que proporciona un sistema natural con energía a partir de una fuente externa, a un ritmo igual al de absorción de la misma. La energía se transfiere y la energía total se conserva. El término impulsor en relatividad general es el espaciotiempo, descrito mediante una métrica que define el hamiltoniano o la energía total conservada. La energía se transfiere a partir del espaciotiempo al sistema (por ejemplo el diseño de un circuito electrónico, o un átomo o una molécula). El proceso de transferencia puede observarse en las correcciones de radiación, por ejemplo (UFT 85 de www.aias.us) . La energía del espaciotiempo se transfiere al oscilador no forzado:

$$\ddot{r} + \omega_0^2\, r = 0 \qquad (7)$$

el cual puede ser cualquier clase de sistema natural, tal como un circuito. En la Ec. (7) el oscilador no forzado es el resorte de la ley de Hooke utilizado para simplificar la explicación, pero podría ser un átomo o molécula, como es bien conocido [11]. El problema de ingeniería clave es el diseño de un circuito para transferir la energía del espaciotiempo al circuito. Esto es un problema no trivial en el que se está pensando desde hace más de un siglo, pero el hecho de que una métrica define el hamiltoniano resulta irrefutable.

La métrica del espaciotiempo esférico es:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = e^{-r_0/r}\, c^2 dt^2 - d\boldsymbol{r} \cdot d\boldsymbol{r} \tag{8}$$

donde H es el hamiltonano, $\mathcal{L}$ es el lagrangiano, y T es la energía cinética. Estos se definen como iguales a la mitad de la energía en reposo:

$$H = \mathcal{L} = T = \frac{1}{2}\, mc^2 = \frac{m}{2} \left(e^{-r_0/r} c^2 \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 - e^{r_0/r} \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)^2 \right) \tag{9}$$

donde m es la masa de una partícula de prueba y c es la velocidad de la luz en el vacío. La Ec. (9) proviene de la métrica del espaciotiempo esférico en coordenadas cilíndricas polares:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = e^{-r_0/r}\, c^2 dt^2 - e^{r_0/r} dr^2 - r^2\, d\varphi^2 \tag{10}$$

donde $d\tau$ es el infinitésimo del tiempo propio (el tiempo medido en un marco de referencia ubicado sobre la partícula en movimiento). El infinitésimo de tiempo medido en el marco de referencia del laboratorio es dt y en el sistema polar cilíndrico en el plano XY es:

$$d\boldsymbol{r} \cdot d\boldsymbol{r} = e^{r_0/r} dr^2 + r^2\, d\varphi^2 \tag{11}$$

En estas ecuaciones r_0 es una distancia característica a definirse. Al igual que en documentos anteriores [1-11] la energía total E y el momento angular L son constantes de movimiento:

$$E = mc^2\, e^{-r_0/r} \frac{dt}{d\tau} \quad , \quad L = mr^2 \frac{d\varphi}{d\tau} \tag{12}$$

de manera que la ecuación de movimiento es:

$$\frac{1}{2}\, m \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{E^2}{mc^2} - e^{-r_0/r} \left(mc^2 + \frac{L^2}{mr^2}\right)\right) \quad . \tag{13}$$

Ahora efectuemos la aproximación:

$$e^{-r_0/r} \sim 1 - \frac{r_0}{r} \quad . \tag{14}$$

Para deducir las órbitas relativistas de Kepler y sus equivalentes en termodinámica. Para la gravitación [1-11]:

$$r_0 = \frac{2MG}{c^2} \tag{15}$$

donde M es una masa que atrae a m , y G es la constante de Newton. Aún cuando este sistema se define en la Ec. (9) como siendo puramente cinético, es costumbre utilizar el concepto clásico de energía potencial sólo por conveniencia, de manera que el término de "energía potencial":

$$V = -\frac{1}{2}\, mc^2 \frac{r_0}{r} = -\frac{mMG}{r} \tag{16}$$

define la fuerza de atracción newtoniana del cuadrado de la inversa entre m y M:

$$F = -\frac{dV}{dr} = -\frac{mMG}{r^2} \tag{17}$$

La atracción de Coulomb entre la carga e_1 en la masa m y la carga e_2 en la masa M se obtiene al definir:

$$r_0 = \frac{2e_1 e_2}{4m\pi c^2 \epsilon_0} \tag{18}$$

donde ϵ_0 es la permitividad en el vacío en unidades S.I.. La energía potencial coulómbica es:

$$V = -\frac{1}{2}\, mc^2 \frac{r_0}{r} = -\frac{e_1 e_2}{4\pi c^2 \epsilon_0} \tag{19}$$

y la fuerza de atracción del cuadrado de la inversa entre e_1 y e_2 es:

$$F = -\frac{dV}{dr} = -\frac{e_1 e_2}{4\pi r^2 \epsilon_0} \quad . \tag{20}$$

Las leyes de Newton y de Coulomb se han deducido a partir de la métrica. Estas leyes de fuerzas poseen ambas el formato:

$$F = -\frac{dV}{dr} = -\frac{1}{2}\, mc^2 \frac{r_0}{r^2} \tag{21}$$

y nos muestran que el espaciotiempo mismo es responsable del fenómeno de atracción de dos masas y dos cargas. La energía potencial de atracción se debe al espaciotiempo mismo. Esta idea, sin duda, pertenece a la relatividad general. De manera que una fuerza impulsora oscilatoria también puede obtenerse del espaciotiempo de la siguiente manera:

$$F = -\frac{1}{2}\, mc^2 \frac{r_0}{r^2} = F_0 \cos(\omega t) \quad . \tag{22}$$

En esta caso:

$$r_0 = -\left(\frac{2r^2}{mc^2}\right) F_0 \cos(\omega t) \tag{23}$$

y la métrica empleada es:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\,\varphi^2 \quad . \tag{24}$$

Si escribimos:

$$\frac{dV_0}{dr} = -F_0 \cos(\omega t) \tag{25}$$

entonces:

$$r_0 = \left(\frac{2r^2}{mc^2}\right) \frac{dV_0}{dr} \quad . \tag{26}$$

La energía potencial V_0 producida por el espaciotiempo define una fuerza impulsora que impulsa hacia la resonancia a cualquier oscilador no forzado existente en la naturaleza. En el estado de resonancia se maximizan los valores de energía cinética y de amplitud. Al igual que en la Sección 4, la fuerza impulsora en teoría de circuitos es una fuerza electromotriz definida por la métrica. Es ésta una definición de energía eléctrica proveniente del espaciotiempo basada en la métrica. Desde hace casi un siglo se acepta que puede obtenerse energía gravitacional a partir de la métrica.

3. Hamiltoniano, ecuaciones de movimiento y límite newtoniano

En relatividad general el hamiltoniano viene definido por:

$$H = \frac{1}{2} m \left(\frac{ds}{d\tau}\right)^2 \tag{27}$$

de manera que H/m es pura geometría. La energía total y conservada H es pura geometría para un dado valor de m. No existe energía potencial en relatividad general, de manera que el lagrangiano es igual que el hamiltoniano. La ecuación de Euler Lagrange se utiliza para definir constantes de movimiento, que son cantidades que no sufren cambios, se conservan, a medida que evoluciona la dinámica. Las constantes de movimiento son la energía total E:

$$E = mc^2 e^{-r_0/r} \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 \tag{28}$$

el momento lineal total p :

$$p = m e^{r_0/r} \frac{dr}{d\tau} \tag{29}$$

y el momento angular total L:

$$L = mr^2 (\frac{d\varphi}{d\tau})^2 \tag{30}$$

Multiplicando ambos lados de la Ec. (9) por $e^{-r_0/r}$:

$$\frac{1}{2} mc^2 e^{-r_0/r} = \frac{1}{2} m (e^{-r_0/r} c (\frac{dt}{d\tau})^2 - (\frac{dr}{d\tau})^2 - e^{-r_0/r} r^2 (\frac{d\varphi}{d\tau})^2) \tag{31}$$

reordenando los términos:

$$\frac{1}{2} m (\frac{dr}{d\tau})^2 = \frac{1}{2} m (e^{-r_0/r} c (\frac{dt}{d\tau})^2 - c^2 e^{-r_0/r} - e^{-r_0/r} r^2 (\frac{d\varphi}{d\tau})^2) \tag{32}$$

y la ecuación de movimiento para un espaciotiempo esférico es:

$$\frac{1}{2} m (\frac{dr}{d\tau})^2 = \frac{1}{2} (\frac{E^2}{mc^2} - e^{-r_0/r} (mc^2 + \frac{L^2}{mr^2})) \quad . \tag{33}$$

La ecuación orbital se encuentra mediante la eliminación del tiempo propio, como sigue:

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{d\varphi}{d\tau} \frac{dr}{d\varphi} = (\frac{L^2}{mr^2}) \frac{dr}{d\varphi} \tag{34}$$

para obtener:

$$(\frac{dr}{d\varphi})^2 = r^4 (\frac{1}{b^2} - e^{-r_0/r} (\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2})) \tag{35}$$

donde las constantes de movimiento a y b poseen unidades de longitud y se definen como:

$$a = \frac{L}{mc} \quad , \quad b = \frac{cL}{E} \quad . \tag{36}$$

La ecuación orbital se obtiene invirtiendo la Ec. (35) y extrayendo la raíz cuadrada:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{1}{r^2} (\frac{1}{b^2} - e^{-r_0/r} (\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2}))^{-1/2} \quad . \tag{37}$$

La desviación de la luz por parte del Sol se calculó correctamente por primera vez en el documento UFT 150 en www.aias.us y viene dada por:

$$\Delta \varphi = 2 \int_{R_0}^{\infty} \frac{1}{r^2} (\frac{1}{b^2} - (1 - \frac{r_0}{r}) (\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2}))^{-1/2} dr \tag{38}$$

donde R_0 es la distancia de máximo acercamiento de un fotón de masa m al Sol, con una masa M.

Según la Sección 2, estas consideraciones también aplican para la interacción entre cargas.

La aproximación (14) se utiliza generalmente para el problema relativista kepleriano, y resulta en:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{E^2}{mc^2} - mc^2\right) = \frac{1}{2}\, m\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + V \quad . \tag{39}$$

En esta teoría se acostumbra utilizar el "potencial efectivo", a pesar del hecho de que sólo la energía cinética T está definida (véase la Ec. (9)). De manera que el potencial efectivo en unidades de julios es:

$$V = -\frac{mMG}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{MGL^2}{mc^2r^3} \tag{40}$$

y "la fuerza" en unidades de newtons es:

$$F = -\frac{dV}{dr} \quad . \tag{41}$$

Estos conceptos clásicos se utilizan con tanta frecuencia que los términos "energía potencial" y "fuerza" aún se emplean en relatividad general, pero ahora todo es geometría y la métrica. En la teoría del campo unificado ECE esto es verdad no sólo para la gravitación sino para todos los campos, es decir el campo unificado. Utilizando el lenguaje clásico, la fuerza total entre m y M es:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 \tag{42}$$

donde

$$F_1 = |\boldsymbol{F}_1| = -mMG/r^2 \tag{43}$$

$$F_2 = |\boldsymbol{F}_2| = L^2/(mr^3) \tag{44}$$

$$F_3 = |\boldsymbol{F}_3| = -3MGL^2/(mc^2r^4) \tag{45}$$

En teoría ECE estas fuerzas también existen entre dos cargas e_1 y e_2 . La fuerza F_1 es negativa y atractiva, y es la fuerza de atracción del cuadrado de la inversa. La fuerza F_2 es positiva y repulsiva, y es la fuerza centrífuga. La fuerza F_3 es negativa y atractiva, y produce la precesión de las órbitas elípticas. Sólo F_1 y F_2 están presentes en la teoría orbital newtoniana, la cual produce elipses estáticas y las tres leyes de Kepler [11].

La métrica utilizada para producir toda esta información, bien conocida en el campo de la dinámica, es:

$$c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{r_0}{r} \right) - d\boldsymbol{r} \, . \, d\boldsymbol{r} \tag{46}$$

donde por definición:

$$d\boldsymbol{r} \, . \, d\boldsymbol{r} = \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2 \, d\varphi^2 \quad . \tag{47}$$

La velocidad lineal v de la partícula m viene definida por

$$v^2 \, dt^2 = d\boldsymbol{r} \, . \, d\boldsymbol{r} \quad . \tag{48}$$

En un marco de referencia en el que m está en reposo (es decir, en un marco ubicado sobre la partícula):

$$v = 0 \tag{49}$$

debido a que la partícula no se mueve respecto de su propio marco de referencia. Entonces:

$$\frac{d\tau}{dt} = \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{½} \qquad \text{si} \qquad v = 0 \quad . \tag{50}$$

De otra manera, por definición:

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{r_0}{r} \right)^{½} dt^2 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 dt^2 \tag{51}$$

y:

$$\frac{d\tau}{dt} = \left(1 - \frac{r_0}{r} - \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right)^{½} \quad . \tag{52}$$

Por lo tanto:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 = \left(1 - \frac{r_0}{r} - \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right)^{-1} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \tag{53}$$

y la ecuación de movimiento (39) es, por lo tanto:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{E^2}{mc^2} - mc^2\right) = \frac{m}{2}\left(1 - \frac{r_0}{r} - \left(\frac{v}{c}\right)^2 \right)^{-1} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + V \quad . \tag{54}$$

La energía total conservada E (que no debe de confundirse con H en relatividad general) es:

$$E = mc^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \frac{dt}{d\tau} = mc^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) \left(1 - \frac{r_0}{r} - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-½}, \tag{55}$$

el momento lineal total conservado es:

$$p = m\,(1 - \frac{r_0}{r}\,)\left(1 - \frac{r_0}{r} - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-½}\frac{dr}{dt} \tag{56}$$

y el momento angular total conservado es:

$$L = m\,r^2\left(1 - \frac{r_0}{r} - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-½}\frac{d\varphi}{dt} \tag{57}$$

En el límite de la relatividad restringida, la métrica (47) se aproxima a la métrica de Minkowski:

$$c^2 d\tau^2 = c^2 dt^2 - d\boldsymbol{r}\,.\,d\boldsymbol{r} \tag{58}$$

de manera que ya sea:

$$r \longrightarrow \infty \tag{59}$$

ó

$$r_0 \longrightarrow 0 \tag{60}$$

En el límite de la relatividad restringida:

$$E = \gamma\,mc^2 \quad , \qquad p = \gamma\,m\,\frac{dr}{dt} \qquad , \qquad L = \gamma\,mr^2\,\frac{d\varphi}{d\tau} \tag{61}$$

donde:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-½} \quad . \tag{62}$$

La velocidad angular viene definida por:

$$\omega = \frac{d\varphi}{d\tau} \quad . \tag{63}$$

De manera que la Ec. (39) deviene la ecuación de relatividad restringida:

$$\frac{1}{2}\,(\gamma^2 - 1)\,mc^2 = -\frac{mMG}{r} + \frac{1}{2}\,\gamma^2\,mv^2 \tag{64}$$

Donde el cuadrado de la velocidad total en coordenadas polares cilíndricas es [11]:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \quad . \tag{65}$$

En el límite:

$$r \longrightarrow \infty \qquad (66)$$

la Ec. (64) deviene:

$$\frac{1}{2}(\gamma^2 - 1)\, mc^2 = \frac{1}{2}\, \gamma^2\, mv^2 = \frac{1}{2}\, \frac{p^2}{m} \qquad (67)$$

que es la ecuación de energía de Einstein de la relatividad restringida para una partícula libre de masa m :

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \quad . \qquad (68)$$

La energía cinética relativista en relatividad restringida es:

$$T = mc^2\, (\gamma - 1) \qquad (69)$$

y si $v << c$:

$$\gamma \longrightarrow 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \qquad (70)$$

dando la energía cinética clásica:

$$T \longrightarrow \frac{1}{2}\, mv^2 \quad . \qquad (71)$$

En el límite:

$$\gamma \longrightarrow 1 \qquad (72)$$

la Ec. (67) deviene:

$$\frac{1}{2}\, mv^2 = \frac{1}{2}\, mv^2 \quad . \qquad (73)$$

La ecuación de movimiento (39) puede expresarse como:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{E^2}{mc^2} - mc^2\right) = \frac{1}{2}\, m \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + V \qquad (74)$$

donde

$$V = -\frac{mMG}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{MGL^2}{mc^2r^3} \quad . \qquad (75)$$

El límite newtoniano de las Ecs. (74) y (75) es [11]:

$$E_N = \frac{1}{2} m \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{mMG}{r} \tag{76}$$

y en la dinámica clásica se identifica E_N con H. En relatividad general, E no es lo mismo que H, tal como hemos visto. En las Ecs. (74) y (75):

$$\frac{E^2}{mc^2} = mc^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^2 \left(1 - \frac{r_0}{r} - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-1} \frac{d\varphi}{dt} \tag{77}$$

$$L = mr^2 \left(1 - \frac{r_0}{r} - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-½} \frac{d\varphi}{dt} \tag{78}$$

La forma en la que las Ecs. (74) y (75) se reducen a la Ec. (76) por lo general no viene explicada en los libros de texto, y se da por sentado que ello ocurre. El método de reducción no es trivial, y se incluye a continuación. En el lado izquierdo de la Ec. (74):

$$\left(1 - \frac{r_0}{r} - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) - \frac{r_0}{r}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \tag{79}$$

Ahora, supongamos:

$$\frac{r_0}{r} << 1 \quad , \quad \frac{v}{c} << 1 \quad , \tag{80}$$

de manera que:

$$\left(1 - \frac{r_0}{r} - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \sim \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \tag{81}$$

y

$$\frac{E^2}{mc^2} \sim mc^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-1} . \tag{82}$$

Ahora utilizamos:

$$\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-1} = 1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2 \tag{83}$$

de manera que

$$\frac{E^2}{mc^2} \sim mc^2 \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)\left(1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2\right) \tag{84}$$

y

$$\frac{1}{2}\left(\frac{E^2}{mc^2} - mc^2\right) \sim \frac{1}{2}\, mv^2 - \frac{1}{2}\, mc^2 \frac{r_0}{r} = \frac{1}{2}\, mv^2 - \frac{mMG}{r} \tag{85}$$

Q.E.D. Por lo tanto, existen varias aproximaciones no triviales. En el límite newtoniano, se supone que el lado derecho de la Ec. (74) se reduce a:

$$V \longrightarrow -\frac{mMG}{r} + \frac{L^2}{2mr^2} \tag{86}$$

donde el momento angular L se reduce a:

$$\mathrm{L} \longrightarrow mr^2 \frac{d\varphi}{dt} \quad . \tag{87}$$

De manera que el lado derecho (LDE) de la Ec. (74) deviene:

$$\text{LDE :} \qquad \frac{1}{2}\, m \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + \frac{1}{2}\, mr^2 \frac{d\varphi}{dt} - \frac{mMG}{r} \quad . \tag{88}$$

Finalmente se supone que:

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 \longrightarrow \left(1 - \frac{r_0}{r} - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{-1} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \longrightarrow \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 \tag{89}$$

Por lo tanto:

$$\text{LDE} \longrightarrow \frac{1}{2}\, m \left(\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right) - \frac{mMG}{r} = \frac{1}{2}\, mv^2 - \frac{mMG}{r} \quad . \tag{90}$$

De manera que la Ec. (74) se reduce a la ecuación newtoniana

$$E_N = \frac{1}{2}\, mv^2 - \frac{mMG}{r} = T + V \tag{91}$$

Q.E.D. Análogamente, en teoría ECE se obtiene el límite coulómbico.

La teoría expuesta más arriba funciona bien para órbitas keplerianas relativistas [11], pero para otros tipos de órbita tales como las de los púlsares binarios, la elipse de precesión muestra una trayectoria en espiral hacia adentro. Con el objeto de describir esta órbita se requiere del espaciotiempo esférico general:

$$ds^2 = e^{-2\alpha}\, c^2 dt^2 - e^{2\beta} dr^2 - r^2\, d\varphi^2 \tag{92}$$

donde [12], en general:

$$\alpha = \alpha\,(r\,,t) \quad , \quad \beta = \beta\,(r\,,t) \tag{93}$$

es decir, α y β son funciones de r y t. Las órbitas elípticas de precesión del problema relativista de Kepler vienen dadas por:

$$e^{-2\alpha} = 1 - \frac{r_0}{r} \quad , \quad e^{2\beta} = \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1} \quad , \tag{94}$$

Pero la trayectoria en espiral hacia adentro de los pulsares binarios necesita:

$$e^{-2\alpha} = 1 - \frac{r_0}{r} - \frac{r_1}{r^2} \quad , \tag{95}$$

$$e^{2\beta} = \left(1 - \frac{r_0}{r} - \frac{r_1}{r^2}\right)^{-1} \quad . \tag{96}$$

De manera que es razonable asumir en general que:

$$e^{-2\alpha} = 1 - \frac{r_0}{r} - \frac{r_1}{r^2} - \ldots - \frac{r_n}{r^n} \quad , \tag{97}$$
$$e^{2\beta} = \left(1 - \frac{r_0}{r} - \frac{r_1}{r^2} - \ldots - \frac{r_n}{r^n}\right)^{-1} \tag{98}$$

Esta serie puede construirse mediante una extensión del Teorema Orbital del documento UFT 111 en www.aias.us como sigue. Extendiendo el Teorema Orbital:

$$mr = \frac{r}{n} = \int dr \tag{99}$$

a:

$$m_1 r = \int dr = r - \rho_1 \tag{100}$$

$$m_2 \frac{r^2}{2} = \int r dr = \frac{r^2}{2} - \frac{\rho_2}{2} \tag{101}$$

$$\vdots$$

$$m_n \frac{r^n}{n} = \int r^{n-1} dr = \frac{1}{n}\left(r^n - \rho_n\right) \tag{102}$$

donde $\rho_1 , \rho_2 , \ldots , \rho_n$ son constantes de integración. Entonces:

$$m = \frac{1}{n}\left(m_1 + m_2 + \ldots + m_n\right) = 1 - \frac{\rho_1}{nr} - \ldots - \frac{\rho_n}{nr^n} \tag{103}$$

donde

$$m = 1 - \frac{r_0}{r} - \frac{r_1}{r^2} - \ldots - \frac{r_n}{r^n} \quad , \tag{104}$$

$$n = m^{-1} \quad . \tag{105}$$

En el capítulo 15 del volumen 6 de la referencia (1), r_1 se calculó por comparación con la órbita de los púlsares binarios.

La expansión en serie de Maclaurin:

$$e^{-\alpha} = 1 - \alpha + \frac{\alpha^2}{2!} - \tag{106}$$

puede expresarse para los dos primeros términos como:

$$\alpha\,(r) := \frac{r_0}{r} \tag{107}$$

de manera que

$$\exp\left(-\frac{r_0}{r}\right) = 1 - \frac{r_0}{r} + \frac{1}{2!}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - \ldots \tag{108}$$

pero esta función da origen a una métrica que da una elipse de precesión en expansión. La ecuación de movimiento para una métrica del tipo (108) es

$$\frac{1}{2}\left(\frac{E^2}{mc^2} - mc^2\right) = \frac{1}{2}\, m \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 + V \quad . \tag{109}$$

El potencial efectivo es:

$$V = -\frac{mMG}{r} - \frac{MGL^2}{mc^2r^3} + \frac{L^2}{2mr^2}\left(1 + \left(\frac{2MG}{c^2r}\right)^2\right) + 2\, m\left(\frac{MG}{cr}\right)^2 \tag{110}$$

y contiene términos de repulsión hasta ahora desconocidos, además de la fuerza centrífuga. Estos términos fuerzan la órbita hacia afuera en una pequeña cantidad en cada revolución, y podrían explicar algunas anomalías en el sistema solar observadas recientemente por satélites.

La ecuación orbital a partir de la métrica (108) es

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{1}{r^2}\left(\frac{1}{b^2} - \left(1 - \frac{r_0}{r} + \frac{1}{2!}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - \ldots\right)\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2}\right)\right)^{-1/2} \tag{111}$$

a partir de la cual pueden calcularse correcciones a la desviación de la luz mediante una extensión de los métodos descritos en el documento UFT 150 publicado en www.aias.us.

Es importante comprobar la validez de la serie de Maclaurin:

$$e^{-r_0/r} = 1 - \frac{r_0}{r} + \frac{1}{2!}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - \frac{1}{3!}\left(\frac{r_0}{r}\right)^3 ... \tag{112}$$

utilizada en estos cálculos de métricas. La serie de Maclaurin viene definida por:

$$\mathrm{f}(x) = \mathrm{f}(0) + x\,\mathrm{f}'(0) + \frac{x^2}{2!}\,\mathrm{f}''(0) + ... \tag{113}$$

y constituye un caso especial de la serie de Taylor:

$$\mathrm{f}(a + x) = \mathrm{f}(a) + x\,\mathrm{f}'(a) + \frac{x^2}{2!}\,\mathrm{f}''(a) + ... \tag{114}$$

como es bien sabido. La serie de Maclaurin puede utilizarse para combinaciones de funciones elementales, como por ejemplo:

$$\exp(\mathrm{sen}\, x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} - \frac{3x^4}{4!} - \dots \tag{115}$$

se obtiene a partir de:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{4!} + \dots \tag{116}$$

y

$$\mathrm{sen}\, x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \tag{117}$$

de manera que

$$e^y = 1 + y\,\frac{y^2}{2!} + \frac{y^3}{3!} + \dots \tag{118}$$
$$y = \mathrm{sen}\, x \quad .$$

Por lo tanto:

$$e^y = 1 + \mathrm{sen}\, x + \frac{(\mathrm{sen}\, x)^2}{2!} + \dots = 1 + \left(x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - ...\right) \tag{119}$$

Q.E.D. Con el objeto de que resulte válido este procedimiento, la serie de segundo grado debe de converger para un intervalo común de convergencia [13]. La serie:

$$e^{-\alpha} = 1 - \alpha + \frac{\alpha^2}{2!} - \frac{\alpha^3}{3!} + ... \tag{120}$$

converge para:

$$\alpha < 1 \, , \tag{121}$$

de manera que, si

$$\alpha = \frac{r_0}{r} \tag{122}$$

converge si $r_0 < r$. La serie de Maclaurin (120) se obtiene a partir de:

$$\exp\left(-\left(\alpha + a\right)\right) = f(a) + \alpha\, f'(a) + \frac{\alpha^2}{2!}\, f''(a) + \ \ldots \quad . \tag{123}$$

Aquí

$$f'(a) = \frac{d}{d\alpha}\, e^{-\alpha} \ \ (\text{ cuando } \alpha = a) \ \ = -\, a\, e^{-a} \tag{124}$$

Puede considerarse a la Ec. (122) como una serie de potencias que consiste de un solo término. El intervalo de convergencia es:

$$0 < r_0 < r \tag{125}$$

es decir,

$$0 < \alpha < 1 \qquad . \tag{126}$$

En este intervalo, convergen tanto la Ec. (120) como la Ec. (122), de manera que:

$$e^{-r_0/\,r} = 1 - \frac{r_0}{r} + \frac{1}{2!}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - \frac{1}{3!}\,\left(\frac{r_0}{r}\right)^3 + \ldots \tag{127}$$

Q.E.D.

En general, la serie de Taylor [13] es:

$$f(x) = f(a) + (x - a)\, f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!}\, f''(a) + \ldots \tag{128}$$

donde

$$f(x) = e^{-r_0/\,x} \tag{129}$$

$$f'(x) = \frac{r_0}{x^2}\, e^{-r_0/\,x} \tag{130}$$

$$f''(x) = \frac{r_0}{x^3}\left(\frac{r_0}{x} - 2\right) e^{-r_0/x} \quad . \tag{131}$$

De manera que

$$e^{-r_0/r} = e^{-r_0/a}\left(1 + \frac{r_0}{a^2}(r-a) + \frac{(r-a)^2}{2!}\frac{r_0}{a^3}e^{-r_0/x} + \ldots\right.$$

$$= 1 - \frac{r_0}{r} + \frac{1}{2!}\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - \frac{1}{3!}\left(\frac{r_0}{r}\right)^3 + \ldots \tag{132}$$

Con el objeto de resolver problemas en electrostática y electrodinámica utilizando un enfoque de la métrica, deben conocerse los potenciales escalar y vectorial. Con referencia a la nota 153 (9) que acompaña este documento (ref. [14] de este documento, portal de internet de la Biblioteca Nacional de Gales y de los Archivos Nacionales Británicos, www.webarchive.org.uk, y www.aias.us, UFT 153) la velocidad lineal en coordenadas polares cilíndricas es [15]:

$$\boldsymbol{v} = \frac{dX}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dX}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dZ}{dt}\boldsymbol{k} = \frac{dr}{dt}\boldsymbol{e}_r + r\frac{d\varphi}{dt}\boldsymbol{e}_\varphi + \frac{dZ}{dt}\boldsymbol{k} \tag{133}$$

La prescripción mínima [16] significa que:

$$\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{v} = e\,\boldsymbol{A} \quad , \qquad \boldsymbol{A} = \frac{m}{e}\boldsymbol{v} \quad . \tag{134}$$

Limitaremos nuestra consideración al plano XY en el límite no relativista del enfoque métrico de esta sección para hallar que:

$$\boldsymbol{p} = m\,\boldsymbol{v} \quad , \quad p_r = m\frac{dr}{dt} \quad , \quad L = mr^2\frac{d\varphi}{dt} \tag{135}$$

donde $\boldsymbol{p}$ es el momento lineal total, cuyo componente radial es p_r, y donde L es el momento angular. Por lo tanto, el potencial vectorial es:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_r + \boldsymbol{A}_\varphi \tag{136}$$

donde

$$\boldsymbol{A}_r = \frac{m}{e}\frac{dr}{dt}\boldsymbol{e}_r \quad , \qquad \boldsymbol{A}_\varphi = \frac{m}{e}\,r\frac{d\varphi}{dt}\boldsymbol{e}_\varphi \tag{137}$$

En coordenadas cartesianas posee la componente no rotacional:

$$\boldsymbol{A}_r = \frac{m}{e}\left(\frac{\mathrm{X}\,\boldsymbol{i} + \mathrm{Y}\,\boldsymbol{j}}{(X^2+Y^2)^{1/2}}\right)\frac{dr}{dt} \tag{138}$$

y la componente no divergente:

$$\boldsymbol{A}_{\varphi} = \frac{m}{e} \left(- Y \, \boldsymbol{i} + X \boldsymbol{j} \right) \frac{d\varphi}{dt} \quad . \tag{139}$$

Por lo tanto:

$$\nabla \boldsymbol{.} \, \boldsymbol{A}_{\varphi} = 0 \quad , \quad \nabla \times \boldsymbol{A}_{r} = \boldsymbol{0} \tag{140}$$

y así la Ec. (136) es el Teorema de Helmholtz [17], que se ha obtenido de una manera directa a partir de la métrica y de la prescripción mínima. Recientemente [1-10] el Teorema de Helmholtz ha sido extendido en forma independiente por Silver, por Moses, por Read y por Evans [18] a:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}^{(1)} + \boldsymbol{A}^{(2)} + \boldsymbol{A}^{(3)} \quad , \tag{141}$$

$$\boldsymbol{e}^{(1)} = \boldsymbol{e}^{(2)*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\boldsymbol{i} - i \, \boldsymbol{j} \right) \quad , \tag{142}$$

$$\boldsymbol{e}^{(1)} = \boldsymbol{k} \tag{143}$$

y éste es el significado del índice

$$a = (1) \, , (2) \, , (3) \tag{144}$$

en teoría ECE. La teoría ECE y la geometría de Cartan fortalecen profundamente la estructura fundamental de la electrodinámica, dando por ejemplo el campo $\boldsymbol{B}^{(3)}$ [1-10], el cual ha podido observarse rutinariamente en el efecto Faraday inverso durante 50 años. Para el campo $\boldsymbol{B}^{(3)}$, el índice a es (3) para la base circular compleja, y esta densidad de flujo magnética radiada y observable (en unidades S.I. de tesla) viene dada por la geometría fundamental misma. Su importancia es que la electrodinámica deviene relatividad general, tal como lo demanda la filosofía de la relatividad y la teoría del campo unificado.

El método de la métrica de esta sección es fundamental para la relatividad general, y en la nota 153 (10) [14] se considera cómo es posible obtener tétradas a partir de elementos de la métrica en la geometría de Cartan [1-10,12]. Un método general para obtener tétradas a partir de métricas significa que las ecuaciones de onda y de campo en la teoría ECE [1-10] están vinculadas con ecuaciones de movimiento basadas en métricas. Por lo tanto es de fundamental importancia definir claramente el significado de la tétrada de Cartan. Es un tensor de índice mixto [12]. Si e^{a} denota elementos base de este sistema de coordenadas rotuladas a , y e^{μ} hace lo mismo respecto del sistema de coordenadas rotulado μ, entonces el tensor de la tétrada q^{a}_{μ} queda definido por [12]

$$\mathrm{e}^{a} = q^{a}_{\mu} \, \mathrm{e}^{\mu} \tag{145}$$

sea que a denote las coordenadas polares cilíndricas y μ las coordenadas cartesianas, y por simplicidad de esta presentación confinamos nuestra atención a tres espacios dimensionales. Definamos los vectores unitarios de la base polar cilíndrica como:

$$\boldsymbol{e}_r = (e^{(1)}, 0 , 0) \tag{146}$$

$$\boldsymbol{e}_\varphi = (0 , e^{(2)}, 0) \tag{147}$$

$$\boldsymbol{e}_Z = (0 , 0 , e^{(3)}) \quad . \tag{148}$$

En la base de coordenadas cartesianas (ver nota 153(10)) estos vectores unitarios son:

$$\boldsymbol{e}_r = (e_1, e_2, 0) = (\cos \varphi , \text{sen } \varphi , 0) \tag{149}$$

$$\boldsymbol{e}_\varphi = (e_1, e_2, 0) = (- \text{sen } \varphi , \cos \varphi , 0) \tag{150}$$

$$\boldsymbol{e}_Z = (0 , 0 , e_3) = (0 , 0 , 1) \ . \tag{151}$$

Por definición:

$$(e^{(1)}, 0 , 0) = (1 , 0 , 0) \tag{152}$$

$$(0 , e^{(2)}, 0) = (0 , 1 , 0) \tag{153}$$

$$(0 , 0 , e^{(3)}) = (0 , 0 , 1) \tag{154}$$

y aplicando la Ec. (145):

$$e^{(1)} = q_1^{(1)} e^1 + q_2^{(1)} e^2 \quad , \tag{155}$$

$$e^{(2)} = q_1^{(2)} e^1 + q_2^{(2)} e^2 \quad , \tag{156}$$

es decir

$$q_1^{(1)} \cos \varphi + q_2^{(1)} \text{sen } \varphi = 1 \tag{157}$$

$$- q_1^{(2)} \text{sen } \varphi + q_2^{(2)} \cos \varphi = 1 \quad . \tag{158}$$

Una posible solución es:

$$q_1^{(1)} = \cos \varphi \ , \ q_2^{(1)} = \text{sen } \varphi \quad , \tag{159}$$

$$q_1^{(2)} = - \text{sen } \varphi \ , \ q_2^{(2)} = \cos \varphi \quad , \tag{160}$$

$$q_3^{(3)} = 1 \tag{161}$$

de manera que la tétrada resulta:

$$q^a_\mu = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \mathrm{sen}\,\varphi & 0 \\ -\,\mathrm{sen}\,\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{162}$$

La matriz de la tétrada es la matriz de transformación de un sistema de coordenadas al otro [16].

Los vectores de la tétrada [1-10] vienen definidos por los vectores unitarios como sigue:

$$\boldsymbol{q}^{(1)} = \boldsymbol{e}^{(1)} = \boldsymbol{e}_1 = \boldsymbol{e}_r = q_1^{(1)}\boldsymbol{i} + q_2^{(1)}\boldsymbol{k} \quad , \tag{163}$$

$$\boldsymbol{q}^{(2)} = \boldsymbol{e}^{(2)} = \boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{e}_\varphi = q_1^{(2)}\boldsymbol{i} + q_2^{(2)}\boldsymbol{k} \quad , \tag{164}$$

$$\boldsymbol{q}^{(3)} = \boldsymbol{e}^{(3)} = \boldsymbol{e}_3 = \boldsymbol{e}_Z = \boldsymbol{k} \quad . \tag{165}$$

De manera que cualquier vector puede definirse mediante un vector de la tétrada, debido a que éste último es un vector unitario. Este concepto se ve extendido en la teoría ECE a cualquier espaciotiempo. Por ejemplo, el potencial electromagnético en la teoría ECE es:

$$A^a_\mu = A^{(0)}\, q^a_\mu \tag{166}$$

donde $A^{(0)}$ es una magnitud con valor escalar, y el potencial gravitacional es [1-10]:

$$\Phi^a_\mu = \Phi^{(0)}\, q^a_\mu \quad . \tag{167}$$

De manera que la teoría ECE ES la geometría de Cartan, la cual es bien conocida y ha sido aceptada desde la década de 1920 [12]. La teoría ECE muestra que la totalidad de la física conocida puede unificarse mediante la geometría de Cartan, y esto constituye un triunfo de la filosofía de la relatividad, propuesta originalmente en la década de 1880 por Heaviside y Fitzgerald. La teoría ECE ha vuelto obsoleto al así llamado "modelo establecido" de la física en muchas maneras, de manera que el modelo establecido nunca recuperará la credibilidad como un intento de unificar la física. Ha seguido el camino del flogisto.

Las métricas en dos sistemas de coordenadas diferentes ($g_{\mu\nu}$ y η_{ab}) están relacionados mediante las tétradas de la siguiente manera [12]:

$$g_{\mu\nu} = q^a_\mu\, q^b_\nu\, \eta_{ab} \quad . \tag{168}$$

Así:

$$g_{11} = q_1^{(1)}\, q_1^{(1)}\, \eta_{(1)(1)} \;+\; q_1^{(2)}\, q_1^{(2)}\, \eta_{(2)(2)}\,, \tag{169}$$

$$g_{22} = q_2^{(1)}\, q_2^{(1)}\, \eta_{(1)(1)} \;+\; q_2^{(2)}\, q_2^{(2)}\, \eta_{(2)(2)}\,, \tag{170}$$

$$g_{33} = q_3^{(3)}\, q_3^{(3)}\, \eta_{(3)(3)}\;. \tag{171}$$

Esto significa (nota 153(10)) que las métricas en los sistemas cartesiano y polar cilíndrico son la diagonal unitaria:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{172}$$

si se implanta la definición (168). Nótese cuidadosamente que si se emplea la definición curvilínea de la métrica [15]:

$$g_{\mathrm{ij}} = \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial u_1} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial u_2} \tag{173}$$

el resultado para el sistema de coordenadas cilíndricas polares es:

$$g_{\mathrm{ij}} = \; g_{\mathrm{ji}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{174}$$

y esto es diferente del resultado obtenido a partir de la definición de Cartan. Este último sistema es más elegante y poderoso, y es independiente de los sistemas de coordenadas, tal como puede observarse a partir de la Ec. (172). La definición curvilínea no es independiente de las coordenadas debido a la presencia del parámetro r^2en la métrica. Pareciera ser que ésta es la primera vez que se detecta esta discrepancia.

Extendiendo este método como en la nota 153(11) se han calculado algunas tétradas en varios sistemas de coordenadas tridimensionales y se las compara con el sistema cartesiano, como puede observarse en la Tabla 1.

Tabla 1: Tétradas en Sistemas de Coordenadas Tridimensionales

Sistema de Coordenadas	Tétrada q^a_μ
Cartesiano	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Circular complejo	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & -i & 0 \\ 1 & i & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$
Polar cilíndrico	$\begin{pmatrix} \cos\varphi & \text{sen}\,\varphi & 0 \\ -\,\text{sen}\,\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Polar esférico	$\begin{pmatrix} \text{sen}\,\theta\cos\varphi & \text{sen}\,\theta\sin\varphi & \cos\theta \\ \cos\theta\cos\varphi & \cos\theta\,\text{sen}\,\varphi & -\,\text{sen}\,\varphi \\ -\,\text{sen}\,\varphi & \cos\varphi & 0 \end{pmatrix}$

En cada caso la matriz de la tétrada es la matriz de transformación. Al igual que en la nota 153(12), consideremos ahora la rotación de un vector $\boldsymbol{V}$ alrededor del eje Z en el plano XY [16]:

$$\begin{pmatrix} V'_X \\ V'_Y \\ V'_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \text{sen}\,\varphi & 0 \\ -\,\text{sen}\,\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{pmatrix} \tag{175}$$

Se observa que la matriz de transformación del sistema de coordenadas cartesiana al sistema de coordenadas polares cilíndricas es la matriz de rotación. Consideremos que la rotación sea la rotación pasiva [16]. Se define la rotación pasiva como una en la cual el vector se mantiene constante pero los ejes rotan en sentido contrario a las agujas del reloj [16]. La rotación de los ejes define la conexión de geometría, y éste constituye uno de los ejemplos más sencillos del significado de la conexión. El generador de rotación [16] se define como:

$$J_Z = \frac{1}{i}\frac{dR_Z\,(\varphi)}{d\varphi} \quad (\text{a}\ \ \varphi = 0) = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{176}$$

$$R_Z\,(\varphi\,) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \operatorname{sen}\varphi & 0 \\ -\operatorname{sen}\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , \tag{177}$$

y así se define mediante la matriz de la tétrada, que es la matriz de rotación. Los generadores de rotación cumplen con las ecuaciones cíclicas [16]:

$$\left[J_X\,, J_Y\right] = i\,J_Z \quad , \tag{178}$$

et cyclicum.

Éstas son también las ecuaciones de los operadores del momento angular en mecánica cuántica contemplando un factor ħ, la constante reducida de Planck:

$$\left[J_X\,, J_Y\right] = i\hbar\,J_Z \quad , \tag{179}$$

et cyclicum.

De manera que los momentos angulares de la mecánica cuántica se definen mediante geometría de Cartan, Q.E.D. Específicamente se definen mediante tétradas tales como:

$$q^a_\mu = \begin{pmatrix} q_1^{(1)} & q_2^{(1)} & 0 \\ q_1^{(2)} & q_2^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \operatorname{sen}\varphi & 0 \\ -\operatorname{sen}\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad . \tag{180}$$

La rotación conserva el campo vectorial [16], y en la geometría de Cartan la conservación del campo vectorial es el postulado de la tétrada [1-10,12]:

$$D_\mu \, q_\nu^a = \partial_\mu \, q_\nu^a + \omega_{\mu b}^a q_\nu^b - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \, q_\lambda^a = 0 \tag{181}$$

que simplemente es:

$$\partial_\mu \, q_\nu^a = \alpha_{\mu\nu}^a \tag{182}$$

donde:

$$\alpha_{\mu\nu}^a = \Gamma_{\mu\nu}^a - \omega_{\mu\nu}^a \tag{183}$$

En la notación de la Ec. (180) los índices inferiores sin paréntesis son índices del sistema cartesiano, mientras que los índices superiores con paréntesis son aquellos del sistema polar cilíndrico definido por:

$$\cos\varphi = \frac{X}{r} \quad , \quad \text{sen}\ \varphi = \frac{Y}{r} \quad , \quad Z = Z \tag{184}$$

donde r se define como una constante:

$$r = (X^2 + Y^2)^{½} \tag{185}$$

Por lo tanto:

$$\partial_2 \, q_\mu^a = \frac{\partial q_\mu^a}{\partial Y} = \frac{1}{r}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \partial_1 \, q_\mu^a = \frac{\partial q_\mu^a}{\partial Y} = \frac{1}{r}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{186}$$

Así:

$$\begin{pmatrix} 0 & \alpha_{22}^{(1)} & 0 \\ \alpha_{21}^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{r}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{187}$$

es decir

$$\alpha_{22}^{(1)} = -\,\alpha_{21}^{(2)} = \frac{1}{r} \quad . \tag{188}$$

Tal como en el documento UFT 63 en [www.aias.us,](http://www.aias.us) las conexiones son inversamente proporcionales al componente radial r . Se encuentra que la matriz $\alpha_{\mu\nu}^a$ es un generador de rotación que incluye i / r :

$$\begin{bmatrix} 0 & \alpha_{22}^{(1)} & 0 \\ \alpha_{21}^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{i}{r} J_Z \quad . \tag{189}$$

El postulado de la tétrada (182) es muy fundamental, pues es la expresión matemática del hecho de que una rotación pasiva es equivalente a la forma usual en que se define la rotación, como la rotación activa [16] de un vector manteniendo fijas las coordenadas. La rotación activa en la Ec. (182) es $\partial_\mu q_\nu^a$, en tanto que la rotación pasiva es $\alpha_{\mu\nu}^a$. El postulado de la tétrada demuestra que las rotaciones activa y pasiva son idénticas. Esto es siempre el caso en filosofía natural y en casi toda la matemática. El concepto de conexión no se considera en la forma usual de manejo de las rotaciones en el plano XY alrededor de Z, pero la conexión siempre resulta inherente en el análisis. Para el propósito de crear una teoría del campo unificado [1-10], la geometría de Cartan resulta enteramente suficiente.

4. Maximización por medio de resonancia del efecto del electromagnetismo sobre la gravitación.

Esta sección es un condensado a partir de las notas 153(13) a 153(15) publicadas en www.aias.us y produce un diseño práctico muy sencillo para lograr contra-gravitación a bordo, un problema de gran importancia práctica para la humanidad a medida que ésta se va quedando sin combustible para sus aeronaves. Se demuestra en primer lugar que existe un término cruzado en el hamiltoniano relevante para este problema, un término cruzado que define el efecto del electromagnetismo sobre la gravitación. Normalmente este efecto es muy pequeño, tan pequeño que no puede observarse bajo condiciones habituales cuando, por ejemplo, se evalúa la ley de Coulomb. Sin embargo, existe a partir de fundamentales de la prescripción mínima y puede amplificarse mediante resonancia. Es muy sencillo demostrar estos hechos como sigue.

Definimos el cuatro potencial gravitacional:

$$\Phi^\mu = (\Phi , c\mathbf{\Phi}) \tag{190}$$

y el cuatro potencial electromagnético:

$$A^\mu = (\varphi , c\boldsymbol{A}) \tag{191}$$

donde φ es el potencial escalar y $\boldsymbol{A}$ el potencial vectorial. En teoría gravitacional tradicional sólo se considera el escalar Φ. Definimos el cuatro potencial de una partícula de masa m y carga e_1 como:

$$p^{\mu} = (\frac{E}{c}, \boldsymbol{p}) \tag{192}$$

donde E es la energía y $\boldsymbol{p}$ es el momento lineal. El hamiltoniano es [1-10,16]:

$$\mathrm{H} = \frac{1}{2m} p^{\mu} p_{\mu} \tag{193}$$

y es invariante. Si E_0 es la energía inicial y si limitamos nuestra atención por el momento a los potenciales escalares, entonces:

$$p^{\mu} \longrightarrow p^{\mu} + m\, \Phi^{\mu} + e_1 A^{\mu} \tag{194}$$

$$H_1 = \frac{1}{2mc^2} \left(E_0 + e_1 \varphi + m\, \Phi\right)^2 \quad . \tag{195}$$

Si por simplicidad de argumento e ilustración:

$$E_0 = 0 \quad , \tag{196}$$

entonces:

$$H_1 = \frac{1}{2mc} (m^2 \Phi^2 + {e_1}^2 \varphi^2 + 2\, m e_1\, \Phi\, \varphi) \tag{197}$$

y el término cruzado es:

$$H_1 \text{ (término cruzado)} = e_1\, \Phi\, \varphi \,/\, c^2 \tag{198}$$

Análogamente, para la parte de momento de p^{μ}:

$$H_2 = \frac{1}{2m} \left({e_1}^2\, \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{A} + m^2\, \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{\Phi} + 2\, m e_1\, \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{\Phi}\right) \tag{199}$$

de manera que el término cruzado completo es:

$$H \text{ (término cruzado)} = e_1 \left(\frac{\Phi\, \varphi}{c^2} + \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{\Phi}\right) \tag{200}$$

y sólo depende de e_1 y no de m.

El problema de ingeniería es la maximización del término cruzado mediante resonancia, a fin de disminuir **g,** la aceleración de la Tierra debida a la gravitación.

En la teoría más sencilla, la fuerza combinada sobre la partícula es:

$$\boldsymbol{F} = e_1\, \boldsymbol{E} + m\, \mathbf{g} \quad . \tag{201}$$

Por simplicidad de argumento, definimos que esto sea sobre el eje Z:

$$\boldsymbol{F} = F\,\mathbf{k} \quad . \tag{202}$$

De manera que podemos utilizar la notación escalar:

$$F = e_1\, E + m\, \mathrm{g} \quad . \tag{203}$$

Aquí:

$$\mathrm{g} = \dot{v} = \ddot{r} \tag{204}$$

de manera que

$$F = e_1\, E + m\, \ddot{r} \quad . \tag{205}$$

El tipo más sencillo de resonancia de Euler Bernoulli [11] sucede cuando:

$$\mathrm{F} + \mathrm{k}\, r = F_0 \cos \omega t \tag{206}$$

(ver Sección 1). Así, a partir de las Ecs. (205) y (206):

$$m\, \ddot{r} + e_1\, E + \mathrm{k}\, r = F_0 \cos \omega t \tag{207}$$

y

$$m\, \ddot{r} + \mathrm{k}\, r = F_0 \cos \omega t - e_1\, E \quad . \tag{208}$$

Ahora supongamos que:

$$\mathrm{E} = E_0 \cos \omega t \tag{209}$$

de manera que la Ec. (208) deviene:

$$m\, \ddot{r} + \mathrm{k}\, r = 2\, e_1 E_0 \cos \omega t \quad . \tag{210}$$

Re-expresemos esta ecuación como [11]:

$$\ddot{r} + \omega_0{}^2\, r = A \cos \omega t \tag{211}$$

con, en esta notación:

$$\omega_0{}^2 = \frac{\mathrm{k}}{m} \quad , \quad A = 2\frac{e_1}{m} E_0 \quad . \tag{212}$$

La resonancia de amplitud [11] sucede cuando:

$$r\ (t) = (\frac{A}{\omega_0{}^2 - \omega^2})\cos \omega t \quad . \tag{213}$$

Definimos la energía cinética como:

$$T = \frac{1}{2}\, m\ \dot{r}^2 \tag{214}$$

La resonancia de la energía cinética ocurre cuando:

$$T = \frac{mA^2}{2}\, (\frac{\omega^2}{\omega_0{}^2 - \omega^2})\sin^2 \omega t \quad , \quad \omega\ = \omega_0 \quad . \tag{215}$$

En promedio:

$$< T > = \frac{mA^2}{4}\, (\frac{\omega^2}{\omega_0{}^2 - \omega^2}) \tag{216}$$

debido a [11]:

$$< \mathrm{sen}^2\ \omega t > \ = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega} sen^2 \omega t\ dt = \frac{1}{2} \quad . \tag{217}$$

De manera que la resonancia de amplitud y la de energía cinética ocurren a la misma frecuencia:

$$\omega\ = \omega_0 \quad . \tag{218}$$

La resonancia en el término cruzado (200) sucede a la frecuencia (218) y puede inducirse mediante un campo eléctrico alternante.

La fuerza debida a la gravedad se define como:

$$F = \ m\ \mathrm{g} = \ m\ \ddot{r} \tag{219}$$

y viene definida por:

$$F = -(\frac{\omega^2}{\omega_0{}^2 - \omega^2})\ mA \cos \omega t \quad . \tag{220}$$

Se orienta hacia un valor infinito negativo al alcanzar resonancia inducida por un campo eléctrico alternante. El dispositivo se coloca a bordo de una aeronave o nave espacial para maximizar en el punto de resonancia un valor de **g** opuesto al valor de **g** de la Tierra.

En la teoría ECE [1-10] la fuerza del campo eléctrico en voltios por metro es:

$$E = -\nabla\varphi - \frac{d\boldsymbol{A}}{dt} + \varphi\,\boldsymbol{\omega}_E - \omega_E\boldsymbol{A} \tag{221}$$

y la aceleración debida a la gravedad es:

$$\mathbf{g} = -\nabla\Phi - \frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt} + \varphi\,\boldsymbol{\omega}_g - \omega_g\boldsymbol{\Phi} \tag{222}$$

donde las conexiones de espín electromagnético y gravitacional son:

$$\omega_E{}^{\mu} = (\omega_E\ ,\ \boldsymbol{\omega}_E\ ) \tag{223}$$

$$\omega_g{}^{\mu} = (\omega_g\ ,\ \boldsymbol{\omega}_g\ ) \tag{224}$$

En el modelo tradicional:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{d\boldsymbol{A}}{dt} \tag{225}$$

$$\mathbf{g} = -\nabla\Phi - \frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt} \tag{226}$$

y también se omite $\boldsymbol{\Phi}$, de manera que:

$$\mathbf{g} = -\nabla\Phi \quad . \tag{227}$$

Consideraciones elementales de antisimetría del conmutador [1-10] significan:

$$\nabla\varphi = \frac{d\boldsymbol{A}}{dt} \tag{228}$$

de manera que en gravitación, aún en el nivel del modelo tradicional:

$$\nabla\Phi = \frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt} \tag{229}$$

El potencial gravitacional es:

$$\Phi = -\frac{MG}{r} \tag{230}$$

de manera que:

$$F = m\ \mathrm{g} = -m\left|\frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt}\right| = -m\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{mMG}{r^2} \tag{231}$$

que es el principio de equivalencia. Esto se ha deducido teóricamente a partir de la antisimetría [1-10]. Ni Newton ni Einstein DEDUJERON el principio de equivalencia, (lo supusieron), pero constituye un resultado simple y directo de la antisimetría del conmutador. En la teoría ECE [1-10] esta deducción se conoce como uno de los principios ECE de antisimetría, y se considera la conexión de espín de las Ecs. (223) y (224).

Análogamente, se reconoce por primera vez en esta sección que el principio de equivalencia eléctrica es:

$$F = e_1 \, E = -\frac{e_1 e_1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{232}$$

y es la equivalencia de las fuerzas de Lorentz y de Coulomb. Nuevamente, esto es DEDUCIBLE en forma sencilla y directa a partir de la antisimetría de ECE. Tanto el principio de equivalencia gravitacional como el eléctrico pueden verificarse experimentalmente con una precisión de muchos órdenes de magnitud. Sin embargo, también hay un término cruzado que debe tomarse en consideración, como ya se ha comentado.

Finalmente, tal como se demostró en 153(15) en www.aias.us, puede simplificarse la definición de la torsión de Cartan, de manera que se vuelva más comprensible y útil para los ingenieros. La definición original de Cartan [1-10,12] es:

$$T^a_{\mu\nu} = \partial_\mu \, q^a_\nu - \partial_\nu \, q^a_\mu + \omega^a_{\mu b} \, q^b_\nu - \omega^a_{\nu b} \, q^b_\nu \quad . \tag{233}$$

Utilizando [12]:

$$\omega^a_{\mu\nu} = \omega^a_{\mu b} q^b_\nu \tag{234}$$

la Ec. (233) se simplifica a:

$$\tau^a_{\mu\nu} = \partial_\mu \, q^a_\nu - \partial_\nu \, q^a_\mu \tag{235}$$

donde:

$$\tau^a_{\mu\nu} = T^a_{\mu\nu} - \Omega^a_{\mu\nu} \tag{236}$$

y:

$$\Omega^a_{\mu\nu} = \omega^a_{\mu\nu} - \omega^a_{\nu\mu} \quad . \tag{237}$$

Sumando respecto de los índices a se obtiene:

$$\tau_{\mu\nu} = \partial_\mu \, q_\nu - \partial_\nu \, q_\mu \quad . \tag{238}$$

El campo electromagnético puede definirse como:

$$F_{\mu\nu} = A^{(0)} \tau_{\mu\nu} = \partial_\mu \, A_\nu - \partial_\nu \, A_\mu \tag{239}$$

de manera que

$$A_\mu = A^{(0)} q_\mu \tag{240}$$

que posee el mismo aspecto que la definición a partir del modelo tradicional para propósitos de ingeniería. Evidentemente no es lo mismo, ya que la definición tradicional omite la conexión y los índices a . Sin embargo, para algunos propósitos prácticos resulta suficiente la Ec. (239). La antisimetría [1-10] significa:

$$\partial_\mu A_\nu = - \partial_\nu A_\mu \tag{241}$$

es decir, la Ec. (228). Nótese que la nota 153(15) luego desarrolla las definiciones de los campos gravitacional y electromagnético.

Agradecimientos

Se agradece al Gobierno Británico por el otorgamiento a MWE de una Pensión Vitalicia, y a muchos colegas por discusiones interesantes. Se agradece a Alex Hill y a colegas por las traducciones y un tipografiado exacto, y a David Burleigh por la publicación en el portal www.aias.us.

Referencias

[1] M. W. Evans et al., “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis Academic, 2005 al presente), en siete volúmenes a la fecha.

[2] Portales ECE, portal de la biblioteca Nacional de Gales y de los Archivos Nacionales Británicos www.webarchive.org.uk (www.aias.us), , www.atomicprecision.com, www.upitec.org. www.et3m.net.

[3] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (Abramis Academic, 2010, en prensa).

[4] M. W. Evans, D. Lindstrom y H. Eckardt, “ECE Theory Applied to H Bonding” (Plenaria de la Academia de Ciencias de Serbia, 2010).

[5] M. W. Evans y H. Eckardt, documentos de la teoría ECE en “Foundations of Physics Letters”, “Physica B” y “Acta Physica Polonica”, y dos documentos plenarios.

[6] K. Pendergast, “The Life of Myron Evans” (Abramis Academic, en prensa 2010 y

www.aias.us, preimpresión).
[7] M. W. Evans, (ed.), “Modern Non-Linear Optics” (Wiley 2001, segunda edición), en tres volúmenes; M. W. Evans y S. Kielich (eds.), ibid., primera edición (Wiley, 1992, 1993, 1997), en tres volúmenes.
[8] M. W. Evans y J-P. Vigier, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002), en cinco volúmenes.
[9] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific 2001).
[10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory” (World Scientific, 1994).
[11] J. B. Marion y S. T. Thornton, “Classical Dynamics of Particles and Systems” (HB College Publishing, Nueva York, 1988, 3ª Ed.).
[12] S. P. Carroll, “Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York, 2004).
[13] G. Stephenson, “Mathematical Methods for Science Students” (Longmans 1968, 5ª impresión).
[14] Portal de la Biblioteca Nacional de Gales y de los Archivos Nacionales Británicos, www.webarchive.org.uk y www.aias.us, documento UFT 153 y quince notas complementarias.
[15] E. G. Milewski (ed.), “Vector Analysis Problem Solver” (Res. Ed. Assoc., Nueva York, 1987).
[16] L. H. Ryder, “Quantum Field Theory” (Cambridge Univ. Press, 1996, 2ª ed.).
[17] J. D. Jackson, “Classical Electrodynamics” (Wiley, 3ª Ed., 1999).
[18] D. Read, una reseña en Ref. (7), segunda edición, volumen 3,