# Conservación de la energía en el caso de energía eléctrica proveniente del espaciotiempo.

por

M. W. Evans,

H. M. Civil List.

(www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.et3m.net, www.upitec.org)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

## Resumen

La ecuación relativista de Hamilton Jacobi y otros métodos se utilizan para demostrar que la obtención de energía eléctrica a partir del espaciotiempo es un proceso que conserva la energía total, el momento y el momento angular. La energía se transfiere simplemente desde el espaciotiempo a un dispositivo en el laboratorio o en ingeniería. El concepto de espaciotiempo es el fundamento de la teoría de la relatividad, definiéndose el hamiltoniano directamente a partir de la métrica.

*Palabras clave*: Ecuación relativista de Hamilton Jacobi, energía eléctrica a partir del espacio tiempo, conservación de la energía, momento y momento angular.

# 1. Introducción.

La teoría general de la relatividad se basa en la geometría del espacio tiempo. El Espaciotiempo contiene energía y del hamiltoniano en relatividad general se define por la geometría en el formato del elemento de línea. El hamiltoniano equivale a la mitad de la energía en reposo de una dada masa m, y es siempre constante e independiente del movimiento. Por lo tanto, se le conoce como una constante de movimiento, y la definición del hamiltoniano en esta forma también significa que es una invariante bajo la transformación general de coordenadas [11, 12] . Todas las formas de energía son inter convertibles, de manera que la energía que alberga el espacio tiempo puede ser de cualquier forma, en especial gravitacional y electromagnética. La teoría de Einstein, Cartan y Evans (ECE) es una sugerencia [1–10] para una teoría práctica del campo unificado que es capaz de describir la física en una estructura geométrica. Por lo tanto, la teoría ECE ha sido aceptada como la primera teoría del campo unificado en la historia de la física. La teoría de cuerdas y las teorías extremadamente complicadas del siglo XX no son operables, y no han tenido éxito en la producción de una teoría del campo unificado. De hecho, es bien conocido de que están plagadas con errores básicos, algunos de ellos elementales y fáciles de demostrar [1–10]. En consecuencia, no se las utiliza fuera de un área de espacialidad estrechamente definida dentro de la física; no se las utiliza en el resto de la física, en química, en las ciencias biológicas o en ingeniería.

En la Sección 2, la ecuación relativista de Hamilton Jacobi se define en relatividad general en términos de la acción $S$, y el hamiltoniano $H$ se define directamente mediante la ecuación relativista de Hamilton Jacobi. Estos bien conocidos conceptos de la física clásica pueden, por lo tanto, transferirse lógicamente a la relatividad general, como es bien sabido. Se vuelve inmediatamente claro que la relatividad general conserva la energía y el momento, y también lo hacen todas las ecuaciones y procesos de la relatividad general. En la Sección 2 se utilizan estas propiedades fundamentales de la teoría de la relatividad general para demostrar la existencia de energía eléctrica en el espaciotiempo. Existe una cantidad infinita de dicha energía que puede utilizarse para propósitos prácticos sin violar principio alguno de conservación. El proceso de extracción de energía del espacio tiempo está gobernado, como cualquier proceso dinámico, por la física clásica, por la ecuación relativista de Hamilton Jacobi y por el hamiltoniano. El concepto clave es que el espaciotiempo contiene energía, y es un depósito ilimitado de energía. No se deberá confundir al espacio tiempo con el vacío utilizado en relatividad, pues éste último no contiene masa, ni carga, ni energía. Cada vez que una piedra cae a tierra se revela la energía gravitacional del espacio tiempo. Por lo tanto, el espaciotiempo es también un depósito infinito de energía gravitacional.

# 2. La ecuación relativista de Hamilton Jacobi y el hamiltoniano.

En el espacio matemático con torsión y curvatura la ecuación relativista de Hamilton Jacobi (HJ) es:

$$g^{\mu\nu} \frac{\partial S}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial S}{\partial x^{\nu}} = m^2 c^2 \tag{1}$$

donde $g^{\mu\nu}$es el tensor métrico inverso, $S$ es la acción, $m$ es la masa y $c$ la velocidad de la luz en el vacío. En la teoría general de la relatividad, $c$ es una constante universal con un valor exacto fijado por comprensión en laboratorios de normas. El espacio matemático de la teoría ECE es el espaciotiempo físico de cuatro dimensiones [1–10] . En consecuencia, la teoría ECE recibe preferencia respecto de la teoría de cuerdas por el principio de simplicidad, porque la teoría ECE utiliza sólo las cuatro bien aceptadas y bien observadas dimensiones de la relatividad, mientras que la teoría de cuerdas utiliza una multitud de parámetros especulativos, inobservables, no demostrados, disfrazados como "dimensiones". La teoría de cuerdas ha sido criticada en forma constante y profunda, por su violación de los principios fundamentales de la filosofía natural, en cuanto a que está construida deliberadamente para hacer enormemente compleja e inobservable. La filosofía natural genuina está diseñada para ser sencilla, y todas las teorías deben ser manifiestamente observables en la forma más sencilla posible. Estudios académicos recientes [1–10] han demostrado que todo el edificio de la teoría de cuerdas se basa en conceptos profundamente equivocados tales como la simetría del sector U(1) de la electrodinámica, el fotón sin masa, la conexión simétrica incorrecta de la geometría, y por encima de todo el empleo de dimensiones ficticias que no existe en la naturaleza.

El cuatro momento se define a partir de la acción mediante:

$$p_\mu = \frac{\partial S}{\partial x^\mu} \quad , \tag{2}$$

de manera que

$$g^{\mu\nu}\, p_\mu\, p_\nu = m^2c^2 \quad , \tag{3}$$

que puede expresarse como:

$$p^\mu p_\mu = m^2c^2 \quad , \tag{4}$$

porque:

$$p^\mu = g^{\mu\nu} p_\nu \quad . \tag{5}$$

El hamiltoniano se conserva bajo todas las condiciones y es:

$$H = \frac{1}{2m}\, p^\mu p_\mu \tag{6}$$

y la métrica $g_{\mu\nu}$ y la métrica inversa $g^{\mu\nu}$ se relacionan mediante:

$$g^{\mu\nu}\, g_{\mu\nu} = 4 \quad . \tag{7}$$

El hamiltoniano de la relatividad general también se define en términos de el elemento lineal $ds^2$ [1–10]. Si el elemento lineal general del espacio tiempo esférico se escribe como:

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = c^2 x(r,t) dt^2 - y(r,t) dr^2 - r^2\, d\varphi^2 \ , \tag{8}$$

entonces es hamiltoniano es:

$$H = \frac{1}{2}\, mc^2 = \frac{1}{2}\, m \left(\frac{dS}{d\tau}\right)^2 = \frac{1}{2}\, m \left( xc^2 \left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 - y \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 - r^2 \left(\frac{d\varphi}{d\tau}\right)^2 \right) \ . \tag{9}$$

Las unidades del hamiltoniano son de energía (joules), de manera que se vuelve inmediatamente obvio que la energía está contenida en el espacio tiempo. En el vacío, por otro lado:

$$m = 0 \tag{10}$$

De manera que el hamiltoniano $H$ del vacío es igual a cero. No hay energía en el vacío, pero hay energía en el espaciotiempo.

En estas ecuaciones, $d\tau$ es el infinito pésimo del tiempo propio, que constituye el tiempo en el sistema de coordenadas fijo sobre la particular movimiento. Como se muestra más abajo, la Ec. (9) generaliza la ecuación de energía de Einstein, el límite clásico de la ecuación de Dirac. El elemento lineal de Minkowski se define como un límite de (9) como sigue:

$$x = y = 1 \ . \tag{11}$$

El lagrangiano de la relatividad general se define mediante la integral sobre la acción $S$. La ecuación de Euler Lagrange puede aplicarse a la Ec. (9) para producir tres constantes del movimiento. Éstas son la energía total, señalada como $E_1$, la componente radial del momento lineal, indicado por $\pi_r$, y el momento angular total denotado por $L$ . Se les define de la siguiente manera:

$$E_1 = xmc^2 \, dt \,/\, d\tau \quad , \tag{12}$$

$$\pi_r = y\, m\, dr \,/\, d\tau \quad , \tag{13}$$

$$L \ = \ mr^2 d\varphi \,/\, d\tau \quad , \tag{14}$$

$$\pi_\varphi = mr\, d\varphi \,/\, d\tau \quad . \tag{15}$$

El momento total lineal es la suma de las componentes radial y angular [11, 12]:

$$\boldsymbol{\pi} = \pi_r\, \boldsymbol{e}_r + \pi_\varphi\, \boldsymbol{e}_\varphi \tag{16}$$

utilizando los vectores unitarios del sistema polar cilíndrico de coordenadas. Todas estas cantidades son constantes de movimiento y, por lo tanto, se conservan tanto para la partícula libre como para la interacción partícula-campo todos los aspectos de energía, por lo tanto, están definidos por el espacio tiempo, junto con todos los teoremas de conservación.

Estas cantidades conservadas se definen en términos de $d\tau$, el infinitésimo del tiempo propio. Expresando el elemento lineal como:

$$c^2 \mathrm{d}\tau^2 = x\, c^2 \mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}\boldsymbol{r} \,.\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} \quad , \tag{17}$$

entonces, por definición:

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r} \,.\, \mathrm{d}\boldsymbol{r} = y\, \mathrm{d}r^2 + r^2\, \mathrm{d}\varphi^2 \tag{18}$$

donde la velocidad viene definida por:

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \quad . \tag{19}$$

Aquí, $dt$ es el infinitesimal de tiempo tal como se mide en el marco de referencia del laboratorio. Éste es el marco del observador, y la partícula se mueve a una velocidad $v$ según este marco. El infinitesimal del tiempo propio $d\tau$ se define en un marco de referencia fijado sobre la partícula. Tenemos:

$$c^2 d\tau^2 = x\, c^2 dt^2 - v^2 dt^2 \tag{20}$$

de manera que:

$$d\tau = (x - \frac{v^2}{c^2})^{½} dt \tag{21}$$

Esta es la relación entre el tiempo propio y el tiempo del observador en un espacio con simetría esférica.

Un ejemplo del elemento lineal del espacio tiempo con simetría esférica es el elemento lineal gravitacional del teorema orbital del documento UFT 111 (www.aias.us):

$$x = 1 - \frac{r_0}{r} \tag{22}$$

$$y = (1 - \frac{r_0}{r})^{-1} \tag{23}$$

donde

$$r_0 = \frac{2MG}{c^2} \quad . \tag{24}$$

Aquí $M$ es la masa de un objeto que atrae a $m$ mediante interacción gravitacional, $G$ es la constante de Newton y $r$ es la distancia entre $m$ y $M$. En este caso:

$$d\tau = (1 - \frac{r_0}{r} - \frac{v^2}{c^2})^{½} dt \quad . \tag{25}$$

Si:

$$r_0 \ll r \quad , \tag{26}$$

$$v \ll c \quad , \tag{27}$$

entonces:

$$(1 - \frac{r_0}{r} - \frac{v^2}{c^2}) = (1 - \frac{r_0}{r})(1 - \frac{v^2}{c^2}) - \frac{r_0}{r}\frac{v^2}{c^2} \sim (1 - \frac{r_0}{r})(1 - \frac{v^2}{c^2}) \quad , \tag{28}$$

de manera que la Ec. (25) se simplifica a:

$$d\tau \sim (1 - \frac{r_0}{r})^{½} (1 - \frac{v^2}{c^2})^{½} dt \quad . \tag{29}$$

En el límite de la relatividad restringida:

$$\frac{r_0}{r} \longrightarrow 0 \tag{30}$$

de manera que la relación entre $d\tau$ y $dt$ se simplifica a:

$$d\tau \longrightarrow (1 - \frac{v^2}{c^2})^{½} dt \quad . \tag{31}$$

El infinitesimal del tiempo propio es más corto que dt. A medida que $v$ se aproxima a $c$ , el infinitesimal del tiempo propio se aproxima a cero, cuando no hay intervalo de tiempo, no hay cambio en el tiempo. El tiempo propio es el intervalo de tiempo más corto posible. Un reloj que se mueve con la partícula registra dt en el marco de referencia del observador, y este parece al observador como más largo que dτ. El reloj registra dτ cuando el reloj y el observador se encuentran fijos en el mismo marco de referencia. En presencia de una atracción gravitacional, el tiempo también se ve afectado por el campo. A partir de la Ec. (6), en embargo, se observa que el hamiltoniano $H$ siempre es una constante. Por lo tanto, hay energía en el espaciotiempo que describe un campo gravitacional. Tal como se ha demostrado en recientes documentos UFT en www.aias.us , estos conceptos puedan extenderse en forma directa a la interacción de dos cargas, $e_1$ y $e_2$ . La distancia $r_0$ en dicho caso deviene:

$$r_0 = \frac{2e_1 e_2}{4\pi m c^2 \epsilon_0}$$

donde $\epsilon_0$ es la permitividad del vacío. En este caso, el hamiltoniano muestra que hay energía electrostática en el espaciotiempo. La teoría ECE extiende y unifica estos conceptos, mostrando que las estructuras de la dinámica y de la electrodinámica son una misma. Existen Teoremas de Poynting para los campos gravitacional y electromagnético, y éste es el teorema de conservación de la energía.

Para una partícula libre con masa $m$ en un espaciotiempo de Minkowski:

$$p^\mu p_\mu = m^2\gamma^2(c^2 - ((\frac{dr}{dt})^2 + r^2(\frac{d\varphi}{dt})^2)) \tag{33}$$

donde el factor de Lorentz $\gamma$ se define como:

$$\gamma = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{½} \tag{34}$$

y el cuadrado de la velocidad total como:

$$v^2 = (\frac{dr}{dt})^2 + r^2 (\frac{d\varphi}{dt})^2 \quad . \tag{35}$$

En este caso la energía total conservada es:

$$E = \gamma\, mc^2 \tag{36}$$

y la componente radial conservada del momento total es:

$$p_r = \gamma\, m\, v \quad . \tag{37}$$

Esto se conoce como el momento relativista. La ecuación de energía de Einstein sigue como:

$$p^\mu p_\mu = \frac{E^2}{c^2} - p^2 = m^2 c^2 \quad . \tag{38}$$

En la notación variante contravariante de Minkowski, los cuatro-momentos variantes y contravariantes son:

$$p^\mu = (\frac{E}{c}, \boldsymbol{p}) \quad , \quad p_\mu = (\frac{E}{c}, -\boldsymbol{p}) \tag{39}$$

y el hamiltoniano es el invariante:

$$H = \frac{1}{2m} p^{\mu} p_{\mu} = \frac{1}{2} mc^2 \quad . \tag{40}$$

Cuando la partícula interactúa con un campo de fuerzas, el elemento lineal deja de ser un elemento lineal de Minkowski, pues deviene otro tipo de elemento lineal definido por el teorema orbital del documento UFT 111. En la física obsoleta, el elemento lineal se obtuvo a partir de una ecuación incorrecta propuesta por Einstein en 1915, una ecuación basada en la segunda identidad de Bianchi, la cual se creía correcta en aquella época. Sin embargo, ahora se sabe y acepta [1–10] que la conexión geométrica utilizada en aquella segunda identidad de y es incorrectamente simétrica en sus dos índices inferiores. Se puede demostrar directamente (documento UFT 122 en adelante en el portal www.aias.us ) que la conexión geométrica sigue la antisimetría del conmutador del derivadas covariantes que la define (documento UFT 137 y UFT 139). Este tremendo error se perpetró en forma acrítica debido al desprecio axiomático de la torsión del espaciotiempo [1–11] en la vieja teoría de la relatividad. Si, por simple ilustración, la interacción campo-partícula se describe mediante el elemento lineal general (8) del espaciotiempo con simetría esférica, entonces se obtiene como resultado la siguiente ecuación de movimiento:

$$\pi^{\mu} \pi_{\mu} = m^2 c^2 \tag{41}$$

y el hamiltoniano se conserva:

$$H = \frac{1}{2m} \pi^{\mu} \pi_{\mu} = \frac{1}{2} mc^2 \quad . \tag{42}$$

Aquí:

$$\pi^{\mu} = \left(\frac{E_1}{c} \; , \; \boldsymbol{\pi}\right) \tag{43}$$

donde la energía total conservada es:

$$E_1 = xmc^2 \frac{dt}{d\tau} \quad . \tag{44}$$

El momento total conservado es:

$$\boldsymbol{\pi} = \pi_r \, \boldsymbol{e}_r + \pi_{\varphi} \, \boldsymbol{e}_{\varphi} \quad . \tag{45}$$

El momento angular conservado es:

$$L = mr^2 \frac{d\varphi}{d\tau} \quad , \tag{46}$$

y el infinitesimal del tiempo propio es:

$$d\tau = \left(x - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} dt \quad . \tag{47}$$

Esta es la ecuación para la interacción campo-partícula en un espaciotiempo con simetría esférica con valores generales para $x$ e $y$. El teorema orbital en el documento UFT 111 significa que:

$$x = \frac{1}{y} \quad , \tag{48}$$

de lo contrario $x$ e $y$ no poseen restricciones y en general son ambas función de $r$ y de $t$. Solía creerse que la métrica gravitacional:

$$x = \frac{1}{y} = 1 - \frac{r_0}{r} \tag{49}$$

ofrecía buenos resultados para datos del sistema solar, pero recientemente las así llamadas "pruebas de precisión" de la relatividad general han demostrado que son matemáticamente incorrectas (documentos UFT 150 y UFT 155 en www.aias.us). La materia oscura y la teoría de cuerdas (ambas teorías no científicas) no corrigen estos errores, debido a que se trata de errores elementales perpetrados en forma acrítica. Fueron revelados fácilmente mediante el empleo de la precisión computacional contemporánea y la integración numérica de integrales relativamente sencillas. También es bien sabido que la métrica gravitacional (49) fracasa drásticamente al aplicarse en galaxias en espiral y otros objetos cosmológicos. La teoría ECE es capaz de corregir estos errores y de describir galaxias en espiral directamente, utilizando la torsión del espaciotiempo. De hecho, la torsión del espaciotiempo se vuelve obviamente visible en las galaxias en espiral. La patología de la vieja física eligió despreciar esta torsión altamente visible y utilizar en vez la completamente ficticia e invisible materia oscura para tratar de describir lo muy visible. Esto resulta en una obvia falacia, en el mejor estilo de los epiciclos y el flogisto, y la absurda parafernalia del viejo modelo tradicional - ídolos arquetípicos de la caverna de Bacon. Ésta es la razón por la que amplias áreas de la física teórica son rechazadas por disciplinas enteras de la ciencia genuina. Las ideas de la vieja física se mantienen vivas mediante una censura fútil de la modalidad ineluctable de lo visible (una disculpa a James Joyce). Nada pudiera ser más oscuro.

Finalmente en este documento hacemos la hipótesis:

$$\pi^\mu = P^\mu + m\Phi^\mu + e\,A^\mu + \ldots \tag{50}$$

y utilizamos el concepto de la prescripción mínima [1–12]. El hamiltoniano se conserva entonces como:

$$H = \frac{1}{2m}\left(P^\mu + m\Phi^\mu + e\,A^\mu + \ldots\right)\left(P_\mu + m\,\Phi_\mu + eA_\mu + \ldots\right) = \frac{1}{2}\,mc^2 \quad . \tag{51}$$

En este ejemplo, una partícula de masa $m$ y carga $e$ interactúan simultáneamente con el potencial electromagnético $A_\mu$ y el potencial gravitacional $\Phi_\mu$. Se observa que el hamiltoniano desarrolla términos cruzados entre los campos gravitacional y electromagnético. Estos términos cruzados podrían ser de utilidad en el estudio de la contra-gravitación. La cuantización de estas ecuaciones se lleva a cabo con:

$$\pi^\mu = i\hbar\partial^\mu \quad , \quad \pi_\mu = i\,\hbar g_{\mu\nu}\partial^\nu \quad , \tag{52}$$

de manera que el operador de d´Alembert $\square$ del espaciotiempo plano se modifica al operador de d`Alembert $\square'$ del espaciotiempo definido por la métrica $g_{\mu\nu}$ . Este último se emplea [1–11] para subir y bajar índices. Este proceso resulta en la ecuación de onda:

$$\left(\square' + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right)\Psi = 0 \tag{53}$$

que es el equivalente a la ecuación de onda de la teoría ECE:

$$(\Box + R)\psi = 0 \,. \tag{54}$$

Nótese cuidadosamente que el operador de d´Alembert utilizado en ésta última es, por construcción, aquel del espaciotiempo plano:

$$\Box = \partial^{\mu}\partial_{\mu} \tag{55}$$

pero la ecuación de onda de la teoría ECE es una del espaciotiempo general. Análogamente la derivada covariante del espaciotiempo general se define en términos de la cuatro derivada del espaciotiempo plano, por ejemplo:

$$D_{\mu}\, V^{\nu} = \partial_{\mu}V^{\nu} + \Gamma^{\nu}_{\mu\lambda}V^{\lambda} \qquad 56)$$

donde $\Gamma^{\nu}_{\mu\lambda}$ es la conexión, antisimétrica en sus dos índices inferiores, por definición, a través del conmutador de derivadas covariantes [1–11].

Una cuantización de la ecuación:

$$(P^{\mu}+ eA^{\mu})\,(P^{\mu}+ eA^{\mu}) = m^2c^2 \tag{57}$$

produce:

$$\left(\Box + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 - \frac{ie}{\hbar}\left(A^{\mu}\partial_{\mu}+ \partial^{\mu}A_{\mu}\right) - \frac{e^2}{\hbar^2}\, A^{\mu}A_{\mu}\right)\psi = 0 \tag{58}$$

de manera que

$$R = \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 - \frac{e^2}{\hbar^2}\, A^{\mu}A_{\mu} - \frac{ie}{\hbar}\left(A^{\mu}\partial_{\mu}+ \partial^{\mu}A_{\mu}\right) \tag{59}$$

proporcionando así el vínculo entre las Ecs. (53) y (54), Q.E.D.

## Agradecimientos.

Se agradece el Gobierno Británico por la Pensión Civil vitalicia y otros altos honores por servicio a la ciencia, y a colegas alrededor del mundo por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Alex Hill y colegas por las traducciones así como por un tipografíado rápido y preciso, y a David Burleigh y el equipo del portal de AIAS por su publicación en www.aias.us.

## Referencias.

[1] M. W. Evans et al., “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 al presente), en siete volúmenes a la fecha.

[2] M. W. Evans, H. Eckardt y D. Lindstrom, "ECE Theory of H Bonding", International Conference on Water, H Bonding and Nanomedicine, Academia de Ciencias Serbia, Banja Luka, Septiembre 4, 2010.

[3] Los portales de ECE, www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.et3m.net, y www.upitec.org. El primer portal se archiva en la Biblioteca Nacional de Gales en el sitio www.webarchive.org.uk para portales sobresalientes.

[4] Documentos de la teoría ECE en Found. Phys. Lett., Physica B, y demás, con documentos plenarios.

[5] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (Abramis, 2010).

[6] L. Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis 2007). Véase versión traducida al castellano en la sección correspondiente en el portal www.aias.us .

[7] M. W. Evans (ed.), "Modern Nonlinear Optics" (Wiley 2001, segunda edición, reimpresa como libro e en tres volúmenes; M. W. Evans y S. Kielich (eds.), ibid., primera edición, 1992, reimpresa en 1993 y 1997, encuadernación blanda y edición e, en tres volúmenes.

[8] M .W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field" (World Scientific, 2001).

[9] M. W. Evans y J. -P. Vigier, "The Enigmatic Photon" (Kluwer 1994 a 2002), en cinco volúmenes.

[10]} M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagneton in Quantum Field Theory" (World Scientific, 1994)

[11] S. P. Carroll, "Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity" (Addison Wesley, Nueva York, 2004).