Desarrollo de la Ecuación del Fermión en la teoría ECE.

por

M. W. Evans,

H. M. Civil List

y

Guild of Graduates,

University of Wales.

(www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.et3m.net, www.upitec.org)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

La ecuación del fermión de la teoría ECE sustituye a la ecuación de Dirac mediante el empleo de matrices de Pauli de 2 x 2, al factorizar la ecuación de onda de la teoría ECE en lugar de las matrices de Dirac de 4 x 4. La ecuación del fermión forma parte de una teoría de campo unificado covariante generalizada y recibe preferencia a través de la Navaja de Ockham (Principio de Simplicidad) al compararse con la ecuación de Dirac. Se muestra que la ecuación del fermión de la teoría ECE produce espín del fermión de media integral, el factor Landé (g = 2) del fermión, Resonancia de Espín del Electrón (ESR) y Resonancia Magnética Nuclear (NMR), estructura espectral fina e híperfina, el factor de Thomas y el término de Darwin. Produce eigenvalores de energía positivos, de manera que no existe el problema de energía negativa como sucede en el caso de la ecuación de Dirac. Por lo tanto, no hay problema con el mar de Dirac. La ecuación del anti fermión de la teoría ECE se obtiene en forma directa mediante la aplicación de la inversión de paridad. El conjunto base de matrices de Pauli utilizado en la ecuación del fermión constituye la imagen especular de aquel utilizado en la ecuación de Dirac, cuyas matrices de 4 x 4 se demuestran como superfluas y obsoletas. La ecuación del fermión puede utilizarse como base para el desarrollo de la electrodinámica cuántica y la teoría de campo cuántico, junto con una nueva teoría de partículas y química cuántica computacional.

Palabras clave: Ecuación del fermión de la teoría ECE, electrodinámica cuántica, teoría de campo cuántico, teoría de partículas.

1. Introducción.

La ecuación de Dirac fue una piedra fundamental de la física y química teórica durante el siglo XX, y se originó en un intento por factorizar ecuaciones de onda de segundo orden en ecuaciones diferenciales de primer orden. Originalmente se creyó que esto podría lograrse mediante la extracción de la raíz cuadrada de la ecuación de energía de Einstein de la relatividad restringida, y aplicando las relaciones de operador de la naciente mecánica cuántica. Se creyó que éste era el camino hacia la mecánica cuántica relativista. La contribución de Dirac se basó en su estudio de los métodos matriciales de Heisenbarg. Hoy día se cree que Dirac descubrió las matrices de Pauli en forma independiente. Estas fueron formuladas originalmente por Pauli para producir una permutación cíclica de matrices (elementos de un conjunto de bases) con un factor 1/2 (medio integral de espín o medio momento angular integral), construyendo sobre el descubrimiento de los espinotensores de Cartan en 1913, e intentando explicar el experimento de Stern Gerlach, el cual demostraba que el electrón poseía dos tipos de espín. Este procedimiento se describe actualmente en términos del espacio de representación SU(2). La formulación original de las matrices de 2 x 2 por Pauli fue puramente fenomenológica. La contribución de Dirac fue, esencialmente, la factorización del operador de d´Alembert de la ecuación de onda con sus bien conocidas matrices de 4 x 4, las matrices de Dirac, y la métrica de Minkowski. Este procedimiento produjo una ecuación de primer orden, la ecuación de Dirac del electrón. La eigenfunción de esta ecuación es el espinotensor de Dirac, un vector columna de cuatro componentes, y que frecuentemente se describe como la superposición de dos espinotensores de Pauli, con simetría derecha e izquierda. El espinotensor de Pauli es un vector columna de dos componentes y constituye un ejemplo de un espinotensor de Cartan.

En su trabajo original, Dirac eligió una combinación de matrices de Dirac o gamma, las cuales hoy se conocen como la representación tradicional [1, 2]. Existe libertad de elección de las matrices de Dirac pues no están completamente determinadas por observación experimental. Análogamente, existe libertad de elección en las matrices de Pauli, como es bien conocido. Existe también libertad de elección en la representación cartesiana, la cual puede tener simetría derecha o izquierda. Ryder [1] desarrolló otra elección de matrices gamma conocida como la representación quiral. La representación quiral constituye la elección correcta porque no produce eigen-estados de energía negativa. La ecuación del fermión de la teoría ECE [3-12] se desarrolló inicialmente en el documento UFT 4 de esta serie (www.aias.us) y luego en los documentos UFT 129 y 130. La ecuación del fermión se dedujo a partir de la geometría de Cartan de la década de 1920, y forma parte de una teoría de campo unificado covariante generalizada, la bien conocida teoría ECE. La eigen-función de la ecuación del fermión es una matriz de 2 x 2 en un espacio de representación SU(2), y constituye un ejemplo de una tétrada de Cartan. Por lo tanto, la ecuación del fermión se expresa desde un principio en el espaciotiempo general con torsión y curvatura, las dos propiedades fundamentales que caracterizan cualquier espacio en cualquier dimensión, propiedades definidas por las dos ecuaciones de estructura de Cartan. El formato de onda de la ecuación del fermión se obtiene a partir del postulado más fundamental de la geometría diferencial de Cartan, el postulado de la tétrada. Éste último es una expresión del hecho de que el campo vectorial completo es invariante, una propiedad que es verdadera en cualquier dimensión y en cualquier espacio matemático. La tétrada de la ecuación de onda del fermión es la matriz que relaciona dos espinotensores de dos dimensiones de acuerdo con la definición de Cartan de la tétrada como la matriz que relaciona dos vectores en dos representaciones diferentes, generalmente etiquetadas como a y μ. Las derivadas covariantes se definen en la representación de a y de μ en términos de conexiones. Por lo tanto, la ecuación de onda del fermión aplica en un espacio general de dos dimensiones, en tanto que el formato de onda de la ecuación de Dirac sólo aplica en el espaciotiempo de Minkowski , como es bien sabido . Dirac utilizó la métrica de Minkowski del "espaciotiempo plano" para factorizar el operador de d´Alembert con sus matrices gamma.

En la Sección 2 se muestra que este célebre procedimiento de Dirac resulta superfluo. La factorizacion puede lograrse directamente utilizando las matrices de Pauli de 2 × 2 para producir la ecuación del fermión. Esta última ocupa automáticamente el lugar de la ecuación de Dirac por aplicación de la Navaja de Ockham (Principio de Simplicidad). Logra todos los mismos desarrollos que la ecuación de Dirac pero de una manera más sencilla y más poderosa. La ecuación del fermión se expresa en el espacio matemático general, y es una ecuación de relatividad general, siendo parte de una teoría de campo unificado covariante generalizada [3-12] , la teoría ECE que aplica en cualquier espacio y cualquier dimensión y para cualquier campo fundamental o combinación de campos. La teoría ECE es mucho más sencilla que los intentos obsoletos hasta el momento para producir una teoría de campo unificado. Se muestra que la ecuación del fermión produce en todo momento eigen-estados de energía positiva. El motivo por el cual Dirac creyó que había producido "energía negativa" se basa en su elección de una combinación errónea de matrices gamma. La energía negativa no existe en la naturaleza. Dirac comprendió esto a fines de la década de 1920 e intentó un remedio mediante el mar de Dirac. Este concepto fue rechazado rápidamente a principios de la década de 1930. La ecuación del fermión no sufre de las limitaciones de la energía negativa, y por lo tanto se la prefiere sobre la ecuación de Dirac. El antifermión emerge no a partir de la energía negativa y el mar de Dirac, sino por una aplicación directa de una inversión de paridad y conservación de simetría CPT. De hecho, Dirac no predijo la existencia del positrón, sino que predijo que el protón sería la antipartícula del electrón.

En la Sección 3, la ecuación del fermión se utiliza para producir la corriente de probabilidad y el factor de Landé, (factor g) del electrón. No sólo esto, sino que lo logra de una manera más sencilla y transparente que mediante la ecuación de Dirac. Análogamente, la ecuación del fermión produce en forma directa todas las propiedades espectrales conocidas, tales como la estructura fina (acoplamiento orbital de espín y factor de Thomas de 2) y el término de Darwin, Resonancia de Espín Electrónica (ESR) y Resonancia Magnética Nuclear (NMR). Esto se logra sin caer en las dificultades completamente innecesarias de la "energía negativa". Por lo tanto, la ecuación del fermión ocupa el sitio de la ecuación de Dirac y puede desarrollarse ampliamente en química cuántica computacional, electrodinámica cuántica, cuantización secundaria, teoría del campo cuántico y teoría de partículas. Siguiendo el dramático colapso de la teoría de partículas del siglo XX desarrollada a partir del documento UFT 158, se ha propuesto una teoría de partículas completamente nueva y basada en los eigenvalores R de la ecuación de onda de la teoría ECE.

2. La ecuación del Fermión.

La ecuación del fermión es:

$$\sigma^0\ \hat{E}\psi\,\sigma^0 - c\,\sigma^3\,(\,\hat{p}_X\,\psi\,\sigma^1 - \hat{p}_Y\,\psi\,\sigma^2 + \hat{p}_Z\,\psi\,\sigma^3\,) = m\,c^2\,\sigma^1\,\psi \qquad (1)$$

en la cual la eigen-función es una tétrada definida por:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} \quad . \tag{2}$$

Las matrices tradicionales de Pauli son [1]:

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \ , \ \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \ , \ \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \ , \ \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \ . \tag{3}$$

Los operadores de mecánica cuántica son:

$$\hat{E} = i\,\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad , \quad \hat{\boldsymbol{p}} = -i\,\hbar\,\nabla \tag{4}$$

de manera que la Ec. (1) es una ecuación diferencial de primer orden de mecánica cuántica relativista, una ecuación que se ha deducido sin el empleo de las matrices de 4 x 4 de Dirac. Escrita en forma completa, la Ec. (1) es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \hat{E} \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - c \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \hat{p}_X \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right.$$

$$\left. - \hat{p}_Y \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + \hat{p}_Z \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\} = m\,c^2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} \tag{5}$$

es decir:

$$\hat{E} \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} - c\,\hat{p}_X \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} + c\,\hat{p}_Y \begin{pmatrix} -i\psi_2^R & i\,\psi_1^R \\ i\psi_2^L & -i\psi_1^L \end{pmatrix} - c\,\hat{p}_Z \begin{pmatrix} \psi_1^R & -\psi_2^R \\ -\psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} = m\,c^2 \begin{pmatrix} \psi_1^L & \psi_2^L \\ \psi_1^R & \psi_2^R \end{pmatrix} \tag{6}$$

La Ec.(6) puede expresarse como las siguientes cuatro ecuaciones:

$$\hat{E}\psi_1^R - c\,(\hat{p}_Z\psi_1^R + (\hat{p}_X + i\hat{p}_Y)\,\psi_2^R\,) = m\,c^2\psi_1^L \tag{7}$$

$$\hat{E}\psi_2^R - c\,((\hat{p}_X - i\hat{p}_Y\,)\,\psi_1^R - \hat{p}_Z\psi_2^R\,) = m\,c^2\psi_2^L \tag{8}$$

$$\hat{E}\psi_1^L + c\,(\hat{p}_Z\psi_1^L + (\hat{p}_X + \hat{p}_Y\,)\,\psi_2^L\,) = m\,c^2\psi_1^R \tag{9}$$

$$\hat{E}\psi_2^L + c\,((\hat{p}_X - \hat{p}_Y\,)\,\psi_1^L - \hat{p}_Z\psi_2^L\,) = m\,c^2\psi_2^R \quad . \tag{10}$$

Estas cuatro ecuaciones a su vez pueden expresarse como las siguientes dos ecuaciones matriciales:

$$\hat{E}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} - c\begin{pmatrix}\hat{p}_Z & (\hat{p}_X + i\hat{p}_Y)\\ (\hat{p}_X - \hat{p}_Y\ ) & -\hat{p}_Z\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1^R\\ \psi_2^R\end{pmatrix} = m\,c^2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1^L\\ \psi_2^L\end{pmatrix} \tag{11}$$

y

$$\hat{E}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix} + c\begin{pmatrix}\hat{p}_Z & (\hat{p}_X + i\hat{p}_Y)\\ (\hat{p}_X - \hat{p}_Y\ ) & -\hat{p}_Z\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1^L\\ \psi_2^L\end{pmatrix} = m\,c^2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_1^R\\ \psi_2^R\end{pmatrix} \tag{12}$$

las cuales pueden escribirse mediante una notación condensada como:

$$(\hat{E} - c\,\boldsymbol{\sigma}.\,\hat{\boldsymbol{p}}\ )\ \varphi^R = m\,c^2\boldsymbol{\Phi}^L \tag{13}$$

$$(\hat{E} + c\,\boldsymbol{\sigma}.\,\hat{\boldsymbol{p}}\ )\ \varphi^L = m\,c^2\boldsymbol{\Phi}^R \quad . \tag{14}$$

Estas constituyen la ecuación de Dirac en su representación quiral [1], Q.E.D.

A partir de las Ecs. (13) y (14):

$$(\hat{E} - c\,\boldsymbol{\sigma}.\,\hat{\boldsymbol{p}}\ )\,(\hat{E} + c\,\boldsymbol{\sigma}.\,\hat{\boldsymbol{p}}\ )\ \varphi^L = m^2\,c^4\boldsymbol{\Phi}^L \tag{15}$$

$$(\hat{E} + c\,\boldsymbol{\sigma}.\,\hat{\boldsymbol{p}}\ )\,(\hat{E} - c\,\boldsymbol{\sigma}.\,\hat{\boldsymbol{p}}\ )\ \varphi^R = m^2\,c^4\boldsymbol{\Phi}^R\ . \tag{16}$$

El operador de d´Alembert se define como:

$$\Box = \partial^\mu\,\partial_\mu = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 \tag{17}$$

y así se encuentra que:

$$(\Box + (mc/\hbar)^2\ )\ \psi_1^R = 0 \tag{18}$$

$$(\Box + (mc/\hbar)^2\ )\ \psi_2^R = 0 \tag{19}$$

$$(\Box + (mc/\hbar)^2\ )\ \psi_1^L = 0 \tag{20}$$

$$(\Box + (mc/\hbar)^2\ )\ \psi_2^L = 0 \tag{21}$$

es decir

$$(\Box + (mc/\hbar)^2\ )\begin{pmatrix}\psi_1^R & \psi_2^R\\ \psi_1^L & \psi_2^L\end{pmatrix} = 0 \tag{22}$$

la cual es la ecuación de onda del fermión, Q.E.D. La Ec. (1) es una factorización de la Ec. (22), y esta última constituye un ejemplo de la ecuación de onda de la teoría ECE [3 -12] de la teoría de campo unificado covariante generalizada:

$$(\square + R) q^a_\mu = 0 \tag{23}$$

con la eigen-función de tétrada:

$$q^a_\mu = \begin{pmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{pmatrix} \tag{24}$$

y los eigen-valores:

$$R = \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \quad . \tag{25}$$

Nótese cuidadosamente que el eigen-operador es el de d´Alember en cualquier espaciotiempo. Este hecho permite el empleo de las matrices de Pauli en cualquier espaciotiempo. En general, se define R en términos de conexiones, y la Ec. (22) utiliza un límite de R para el fermión libre considerado como una partícula aislada.

Sólo con propósitos comparativos, lo siguiente da detalles de la ecuación de Dirac en representación quiral [1]:

$$(\gamma^\mu \hat{p}_\mu - mc) \psi_D = 0 \tag{26}$$

en donde:

$$\gamma^\mu \hat{p}_\mu = \gamma^0 \hat{p}_0 + \gamma^i \hat{p}_i \tag{27}$$

y en donde la eigen-función es el espinotensor de Dirac:

$$\psi_D = \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{pmatrix} \quad . \tag{28}$$

Las matrices de Dirac o gamma en representación quiral son diferentes de aquellas utilizadas originalmente por Dirac, y son matrices de 4 x 4:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{29}$$

generalmente expresadas en notación condensada como:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{30}$$

De manera que la Ec. (26) es:

$$\hat{E} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{pmatrix} - c\, \hat{p}_X \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{pmatrix} - c\, \hat{p}_Y \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{pmatrix}$$

$$- c\, \hat{p}_Z \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{pmatrix} = m\, c^2 \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{pmatrix} \tag{31}$$

y da nuevamente las Ecs. (7) a (10) . El formato de onda de la ecuación de Dirac (26) es:

$$(\square + (mc/\hbar)^2)\, \psi_D = 0 \tag{32}$$

y da nuevamente origen a las Ecs.(18) a (21).

Claramente, la ecuación del fermión es la ecuación más sencilla y utiliza matrices de 2 x 2 en todo momento. De manera que se prefiere la ecuación del fermión mediante la aplicación de la Navaja de Ockham (Principio de Simplicidad). El espinotensor de Dirac no es una tétrada y no puede expresarse en el espaciotiempo general. Se han llevado a cabo intentos para escribir la ecuación de Dirac en el espaciotiempo general utilizando diferentes factorizaciones del operador de d´Alembert. Estos intentos no encajan en la geometría de Cartan y no pueden formar parte de una teoría de campo unificado. La Ec. (1) puede generalizarse inmediatamente al espaciotiempo general al expresarla como:

$$\sigma^0\, \hat{E}\psi\, \sigma^0 - c\, \sigma^3\, (\hat{p}_X\, \psi\, \sigma^1 - \hat{p}_Y\, \psi\, \sigma^2 + \hat{p}_Z\, \psi\, \sigma^3) = \hbar\, R^{1/2}\, \sigma^1\, \psi \;. \tag{33}$$

La ecuación del fermión posee interesantes propiedades matemáticas. En especial, utiliza el sistema especular de las matrices de Pauli definido por:

$$\sigma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \;,\; \sigma^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \;,\; \sigma^2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \;,\; \sigma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} . \tag{34}$$

en donde el signo de σ^2 es el opuesto de aquel de la Ec. (3). Las matrices de Pauli de imagen especular poseen la propiedad cíclica:

$$\left[\frac{\sigma^1}{2} \;, -\frac{\sigma^2}{2}\right] = \; i\,\frac{\sigma^3}{2} \tag{35}$$

$$\left[\frac{\sigma^3}{2} \;, \;\frac{\sigma^1}{2}\right] = -\,i\,\frac{\sigma^2}{2} \tag{36}$$

$$\left[-\frac{\sigma^2}{2} \;, \;\frac{\sigma^3}{2}\right] = \; i\,\frac{\sigma^1}{2} \tag{37}$$

Con simetría SU(2) [1 -12]. En el sistema de imagen especular (34) la ecuación del fermión es:

$$\boxed{\sigma^0\; \hat{E}\psi\, \sigma^0 + c\, \sigma^3 \hat{p}_i\; \psi\, \sigma^i = m\, c^2\, \sigma^1\, \psi} \tag{38}$$

donde la suma contravariante covariante queda implícita de la siguiente manera:

$$\hat{p}_i\, \sigma^i = \hat{p}_1\; \psi\, \sigma^1 + \hat{p}_2\; \psi\, \sigma^2 + \hat{p}_3\; \psi\, \sigma^3$$

$$= -\,\hat{p}_X \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \;\hat{p}_Y \begin{bmatrix} 0 & i \\ -\,i & 0 \end{bmatrix} - \;\hat{p}_Z \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \tag{39}$$

Nótese que los operadores $\hat{E}$ y $\hat{p}$ actúan sobre la function de onda ψ , en donde los componentes de los dos espinotensores columna de Pauli:

$$\Phi^R = \begin{bmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \end{bmatrix} \quad , \quad \Phi^L = \begin{bmatrix} \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{bmatrix} . \tag{40}$$

Aparecen en las filas superior e inferior de la matriz de 2 x 2. Denotamos a ψ como “el espinotensor de la teoría ECE”. En el espinotensor de Dirac los dos espinotensores aparecen en formato de vector columna, uno encima del otro.

El operador de paridad P actúa sobre el espinotensor de ECE como sigue:

$$P\,\psi \;=\; \sigma^1\;\psi \;=\; \begin{bmatrix} \psi_1^L & \psi_2^L \\ \psi_1^R & \psi_2^R \end{bmatrix} \tag{41}$$

de manera que en el lado derecho de la ecuación del fermión aparece el espinotensor ECE con la paridad invertida. La Ec. (38) posee un profundo significado y estructura matemáticos, que debiera poder verse sujeto aún considerable desarrollo en matemática pura y aplicada. Por lo tanto, la ecuación del anti fermión se obtiene en forma directa a partir de la ecuación del fermión mediante la operación sobre cada término con P de la siguiente manera:

$$P(\hat{E}) = \hat{E}\ , \quad P(\hat{p}) = -\hat{p}\ , \tag{42}$$

$$P \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1^L & \psi_2^L \\ \psi_1^R & \psi_2^R \end{bmatrix} \quad .$$

Nótese cuidadosamente que los eigen-estados de energía son siempre positivos, tanto en la ecuación del fermión como del antifermión. El anti fermión se obtiene a partir del fermión mediante una inversion de la helicidad:

$$\hat{p}\,(\boldsymbol{\sigma}\,.\,\hat{\boldsymbol{p}}\,) = -\boldsymbol{\sigma}\,.\,\hat{\boldsymbol{p}} \quad . \tag{43}$$

El anti fermión posee una paridad opuesta a la del fermión, la misma masa y la carga eléctrica opuesta. El fermión estático no se distingue del anti fermión estático [1]. De manera que la simetría CPT se conserva de la siguiente manera del fermión al anti fermión:

$$\mathrm{CPT} \rightarrow (-\,\mathrm{C}\,)\,\mathrm{T}\,(-\,\mathrm{P}\,) \tag{44}$$

donde C es el operador de conjugación de carga y T el operador de inversión de movimiento. Nótese cuidadosamente que no existe energía negativa en este análisis.

3. Algunas propiedades de la ecuación del Fermión.

La cuatro-corriente de probabilidad j^μ de una ecuación de mecánica cuántica relativista debe de conservarse:

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \quad . \tag{45}$$

Definimos el conjugado hermitiano del espinotensor de ECE mediante:

$$\psi^+ = \begin{bmatrix} \psi_1^{R*} & \psi_1^{L*} \\ \psi_2^{R*} & \psi_2^{L*} \end{bmatrix} \tag{46}$$

entonces una corriente de probabilidad conservada puede definirse como:

$$j^\mu := \frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}\,(\psi\,\sigma^\mu\,\psi^+ + \psi^+\sigma^\mu\,\psi\,) \quad . \tag{47}$$

La probabilidad se define mediante:

$$j^0 = j^\mu \ \ (\mu = 0\,) \tag{48}$$

un resultado que es siempre positivo tal como lo requiere la interpretación Born de la mecánica cuántica [2]. Se observa que j^0 es independiente del tiempo y se conserva:

$\partial_0 j^0 = 0$. (49)

Si se supone que:

$$\psi = \psi\,(0)\, e^{-i\Phi} \quad , \quad \psi^+ = \psi^+\,(0)\, e^{i\Phi} \tag{50}$$

donde Φ es un factor de fase dependiente del tiempo y de las coordenadas, entonces:

$$\partial_\mu j^\mu = 0 \tag{51}$$

y la cuatro-corriente se conserva, Q. E. D. Por lo tanto, la ecuación del fermión produce las características correctas de la corriente de probabilidad, en tanto que la ecuación de Klein Gordon para una partícula si espín falla, como es bien sabido [1]. Sólo para propósitos de comparación, la corriente de probabilidad de la representación quiral de la ecuación de Dirac se define [1] como:

$$j^\mu = \overline{\psi}_D\, \gamma^\mu\, \psi_D \tag{52}$$

donde el espinotensor adjunto es

$$\overline{\psi}_D = \psi_D^+\, \gamma^0 \quad . \tag{53}$$

La conservación de j^μ se obtiene utilizando la ecuación de Dirac:

$$(i\, \gamma^\mu\, \partial_\mu - mc/\hbar\,)\, \psi_D = 0 \tag{54}$$

y la ecuación adjunta en donde el operador $\overleftarrow{\partial_\mu}$ actúa hacia la izquierda:

$$\overline{\psi}_D\,(\, i\, \gamma^\mu\, \overleftarrow{\partial_\mu} + mc/\hbar\,) = 0 \tag{55}$$

de manera que la probabilidad es:

$$j^0 = \overline{\psi}_D\, \gamma^0\, \psi_D = \psi_D^+ \psi_D = \begin{bmatrix} \psi_1^{R*} \psi_2^{R*} \psi_1^{L*} \psi_2^{L*} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \\ \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{pmatrix} \tag{56}$$

$$= \psi_1^R \psi_1^{R*} + \psi_2^R \psi_2^{R*} + \psi_1^L \psi_1^{L*} + \psi_2^L \psi_2^{L*}$$

que es el mismo resultado que la Ec. (48), Q.E.D. La Ec.(48) se obtiene de una manera más sencilla y ponderosa, tal como se explicó en la Sección 2. La traza también posee un significado profundo en teoría de grupos [2].

La ecuación del fermión también produce de la siguiente manera el factor de Landé (o factor de electrón g) observado en el anómalo efecto Zeeman. Consideremos la ecuación del fermión en el formato (13) y (14), y utilizamos la bien conocida prescripción mínima para describir el efecto de un campo electromagnético sobre el fermión. El potencial escalar es Φ y el potencial vectorial es $\boldsymbol{A}$. Entonces:

$$((\hat{E} - e\,\Phi\,) + c\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,(\,\hat{\boldsymbol{p}} - e\,\boldsymbol{A}))\,\Phi^L = m\,c^2\,\Phi^R \tag{57}$$

$$((\hat{E} - e\,\Phi\;) - c\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,(\,\hat{\boldsymbol{p}} - e\,\boldsymbol{A}))\,\Phi^{R} = m\,c^{2}\,\Phi^{L} \tag{58}$$

de manera que:

$$((\hat{E} - e\,\Phi\;)^{2} - c^{2}\,(\,\boldsymbol{\sigma}.\,\hat{\boldsymbol{\pi}}\,)\,(\,\boldsymbol{\sigma}.\,\hat{\boldsymbol{\pi}}\,)\,\Phi^{R} = m^{2}c^{4}\,\Phi^{R} \tag{59}$$

donde:

$$\hat{\boldsymbol{\pi}}\;:= \hat{\boldsymbol{p}} - e\,\boldsymbol{A} \quad . \tag{60}$$

Por lo tanto:

$$((\hat{E} - e\,\Phi\;)^{2} - m^{2}\,c^{4}\,)\,\Phi^{R} = \;c^{2}\;(\,\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{\pi}}\,)\,(\,\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{\pi}}\,)\,\Phi^{R} \quad . \tag{61}$$

Utilizamos ahora:

$$(\,\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{\pi}}\,)\,(\,\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{\pi}}\,)\,\Phi^{R} = ((\,\hat{\boldsymbol{p}} - e\,\boldsymbol{A})^{2} - i\,e\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,(\hat{\boldsymbol{p}} \times \boldsymbol{A} + \boldsymbol{A} \times \hat{\boldsymbol{p}}\,)\,\Phi^{R} \tag{62}$$

donde $\hat{p}$ es el operador:

$$\hat{\boldsymbol{p}} = -\,i\,\hbar\,\nabla \quad . \tag{63}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} &\nabla \times (\boldsymbol{A}\Phi^{R}) + \boldsymbol{A} \times \nabla\Phi^{R} \\ &\quad = (\nabla \times \boldsymbol{A})\,\Phi^{R} + (\nabla\Phi^{R}) \times \boldsymbol{A} + \boldsymbol{A} \times (\nabla\Phi^{R}) \\ &\quad = (\nabla \times \boldsymbol{A})\,\Phi^{R} = \boldsymbol{B}\,\Phi^{R} \end{aligned} \tag{64}$$

donde la densidad de flujo magnético viene definida por:

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} \quad . \tag{65}$$

De manera que:

$$\hat{H}\,\Phi^{R} = \frac{1}{2m\,c^{2}}\,((\hat{E} - e\,\Phi)^{2} - m^{2}\,c^{4})\,\Phi^{R} \tag{66}$$

donde:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m}\,((\,\hat{\boldsymbol{p}} - e\,\boldsymbol{A})^{2} - e\,\hbar\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,\boldsymbol{B}) \quad . \tag{67}$$

Por simplicidad e ilustración consideremos el caso:

$$\Phi = 0 \tag{68}$$

donde el fermión es un campo magnético estático, como en ESR y NMR. Entonces se obtiene la siguiente estructura de Schroedinger:

$$\hat{H}\,\Phi^R = \frac{p^2}{2m}\,\Phi^R \tag{69}$$

donde, a partir de la ecuación de energía de Einstein:

$$p^2 = E^2 - m^2 c^4 \ . \tag{70}$$

En el límite no relativista:

$$v << c \quad , \quad \gamma \rightarrow 1 \tag{71}$$

la energía cinética no relativista T se obtiene:

$$\hat{H}\,\Phi^R = T\,\Phi^R \ . \tag{72}$$

El término de interacción entre el fermión y el campo magnético es:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{e\,\hbar\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,\boldsymbol{B}}{2m} \tag{73}$$

en donde el factor g de 2 del electrón se ha incorporado correctamente de acuerdo con los datos experimentales a partir del anómalo efecto Zeeman. Éste último nos muestra el momento magnético es:

$$\boldsymbol{m} = \frac{e\,\hbar\,\boldsymbol{\sigma}}{2m} = \frac{e}{m}\,\boldsymbol{S} \tag{74}$$

donde la mitad del momento angular de espín del electrón es:

$$\boldsymbol{S} = \frac{\hbar\,\boldsymbol{\sigma}}{2} \ . \tag{75}$$

El momento magnético a partir del momento angular orbital $\boldsymbol{L}$ es [1, 2]:

$$\boldsymbol{m} = \frac{e}{2m}\,\boldsymbol{L} \tag{76}$$

y existe una diferencia de un factor de 2 entre las Ecs. (74) y (76). Esta diferencia aparece en el anómalo efecto Zeeman. Por lo tanto el resultado experimental es:

$$\boldsymbol{m} = 2\,\frac{e}{2m}\ \boldsymbol{S} = \frac{e\,\hbar\,\boldsymbol{\sigma}}{2m} \tag{77}$$

y se describe mediante la Ec. (73) de la ecuación del fermión, Q.E.D.. El factor de 2 en el numerador de la Ec. (77) es el factor de Landé, o factor g = 2 del electrón. El factor 1/2 en la Ec. (75) es la mitad del espín integral del electrón. A menudo se afirma que Dirac fue el primero en producir el factor de Landé, pero también se produce a partir de la ecuación de Schroedinger con bases de Pauli establecidas tal como se muestra en las notas 172(7) que acompañan este documento en el portal www.aias.us . Las notas que acompañan este documento UFT 172 contienen todos los detalles de todos los cálculos. Nótese cuidadosamente que el factor de Landé es precisamente igual a 2 sólo en el límite no relativista, y como es bien sabido también se ve afectado por correcciones radiativas [1 -12]. La ecuación del fermión puede utilizarse para describir las correcciones radiativas.

La Ec. (61) puede utilizarse para producir una elegante deducción, a partir de la ecuación del fermión, del factor 2 de Thomas del acoplamiento orbital de espín, y del término de Darwin concomitante. Esta deducción es mucho más sencilla que aquella a partir de la ecuación de Dirac, y nuevamente no sufre de "energía negativa" que no existe en la naturaleza. Consideremos nuevamente la Ec. (61) en el caso:

$$\boldsymbol{A} = \mathbf{0} \quad , \quad \Phi \neq 0 \tag{78}$$

entonces:

$$\frac{1}{2m} \left(\boldsymbol{\sigma}.\widehat{\boldsymbol{p}} \right) \left(\boldsymbol{\sigma}.\widehat{\boldsymbol{p}} \right) \Phi^R = \frac{1}{2mc^2} \left(c^2p^2 - 2e\,\Phi E + e^2\,\Phi^2 \right) \Phi^R \tag{79}$$

donde utilizamos:

$$E^2 - m^2 c^4 = p^2 c^2 \quad . \tag{80}$$

De manera que:

$$\frac{\widehat{\boldsymbol{p}}^2}{2m} \Phi^R = \left(\frac{1}{2m} \left(\boldsymbol{\sigma}.\widehat{\boldsymbol{p}} \right) \left(\boldsymbol{\sigma}.\widehat{\boldsymbol{p}} \right) + \frac{e\,\Phi E}{mc^2} - \frac{e^2\Phi^2}{2mc^2} \right) \Phi^R \tag{81}$$

ahora utilizamos:

$$\mathrm{E} = \gamma\, mc^2 \tag{82}$$

y consideramos el límite no relativista (71) en donde:

$$\mathrm{E} \longrightarrow mc^2 \quad . \tag{83}$$

Entonces:

$$\frac{\widehat{\boldsymbol{p}}^2}{2m} \Phi^R \longrightarrow \left(\frac{1}{2m} \left(\boldsymbol{\sigma}.\widehat{\boldsymbol{p}} \right) \left(\boldsymbol{\sigma}.\widehat{\boldsymbol{p}} \right) + e\Phi - \frac{e^2\Phi^2}{2mc^2} \right) \Phi^R \quad . \tag{84}$$

Sin embargo:

$$\frac{\widehat{\boldsymbol{p}}^2}{2m} \Phi^R = \frac{1}{2m} \left(\left(\boldsymbol{\sigma}.\widehat{\boldsymbol{p}} \right) \left(\boldsymbol{\sigma}.\widehat{\boldsymbol{p}} \right) \right) \Phi^R \tag{85}$$

de manera que

$$e\Phi \longrightarrow 2mc^2 \tag{86}$$

ó

$$\frac{e\Phi}{2mc^2} \longrightarrow 1 \quad . \tag{87}$$

Por lo tanto la Ec. (84) siempre puede expresarse como:

$$\frac{\hat{\boldsymbol{p}}^2}{2m}\,\Phi^R \longrightarrow \left(\frac{1}{2m}\,(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}})\,\frac{e\Phi}{2mc^2}\,(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}})\right)\Phi^R \quad . \tag{88}$$

Utilizando el hecho de que $\hat{p}$ es el operador diferencial definido por la Ec. (4) nos da:

$$(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}})\,\Phi(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}}) = \frac{\hbar}{i}\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,((\nabla\,\Phi)\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,\hat{\boldsymbol{p}} + \sigma\,\nabla\,(\boldsymbol{\sigma}\,.\,\hat{\boldsymbol{p}}))\quad . \tag{89}$$

La fuerza de campo eléctrico viene definida por:

$$E = -\nabla\,\Phi\ . \tag{90}$$

Utilizando las matrices del álgebra de Pauli:

$$(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{E}})\,(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}}) = \boldsymbol{E}\,.\,\hat{\boldsymbol{p}} + i\,\boldsymbol{\sigma}\,\boldsymbol{E}\times\hat{\boldsymbol{p}} \tag{91}$$

de manera que:

$$(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}})\,\Phi(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}}) = -\hbar\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,\boldsymbol{E}\times\hat{\boldsymbol{p}} + i\,\hbar\,\boldsymbol{E}\,.\,\hat{\boldsymbol{p}} + \Phi\,\hat{\boldsymbol{p}}^2\quad . \tag{92}$$

El término orbital de espín es:

$$A_{SO} = -\frac{e\hbar}{4m^2c^2}\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,\boldsymbol{E}\times\hat{\boldsymbol{p}}\quad . \tag{93}$$

El factor de Thomas es el factor extra 2 en el denominador de la Ec. (93), Q.E.D. Si se emplea el potencial de tipo Coulómbico:

$$\Phi = -\frac{e}{4\pi r\epsilon_0} \tag{94}$$

entonces:

$$\boldsymbol{E} = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{\boldsymbol{r}}{r^3} \tag{95}$$

y el término orbital de espín se halla en su formato habitual:

$$\hat{H}_{\mathrm{SO}} = -\frac{e}{4\pi r^3\epsilon_0}\,\frac{\boldsymbol{S}.\ \boldsymbol{L}}{2m^2c^2}\quad . \tag{96}$$

Finalmente el término de Darwin se encuentra mediante el empleo del resultado:

$$(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}})\,\Phi(\boldsymbol{\sigma}.\hat{\boldsymbol{p}}) = -\hbar^2\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,\nabla\,\Phi\,\boldsymbol{\sigma}\,.\,\nabla\,\Phi^R \tag{97}$$

y viene dado por:

$$\hat{H}_{\mathrm{Darwin}} = -\frac{\hbar^2}{4m^2c^2}\nabla\,\Phi\,\nabla\,\Phi^R\ . \tag{98}$$

El término de Darwin se observa en espectros de estructura fina. De manera que la ecuación del fermión se ha visto sometida a una evaluación rigurosa y puede desarrollarse extensivamente en teoría de campo cuántico.

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y otros honores, y al grupo de trabajo de AIAS por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Alex Hill y colegas por el tipografiado preciso y las traducciones al castellano, y a David Burleigh por su publicación en el portal www.aias.us. Se agradece a Simon Clifford por desarrollar la infraestructura para el equipo de grabación.

Referencias.

[1] L. H. Ryder, "Quantum Field Theory" (Cambridge University Press, 1996, 2a edition).

[2] P. W. Atkins, "Molecular Quantum Mechanics" (Oxford University Press, 1983, 2a Ed.)

[3] M. W. Evans, "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis, 2005 en adelante), en siete volúmenes a la fecha.

[4] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (Cambridge International Science Publishing, 2011, encuadernación dura y e libro).

[5] Kerry Pendergast, "The Life of Myron Evans" (Cambridge International Science Publishing, 2011, encuadernación dura y e libro).

[6] L. Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis, 2007). Existe traducción al castellano de este libro en la Sección Español del portal www.aias.us .

[7] Los portales de la teoría ECE abiertos al publico: www.aias.us, archivado trimestralmente en la Biblioteca Nacional de Gales y en la Biblioteca Británica es el portal www.webarchive.org,uk como portal sobresaliente; www.atomicprecision.com, www.et3m.net, www.upitec.org.

[8] M. W. Evans, Omnia Opera en www.aias.us.

[9] M. W. Evans y J.-P. Vigier, “The Enigmatic Photon”, (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002 en encuadernación dura y blanda) en cinco volúmenes.

[10] M. W. Evans, ed. “Modern Nonlinear Optics” (Wiley, 2001, segunda edición. Encuadernación dura y e libro) en tres volúmenes; M. W. Evans y S. Kielich (eds.), ibid., primera edición (1992, 1993, 1997, encuadernación dura y e libro), en tres volúmenes.

[11] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001).

[12] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory” (World Scientific, 1994).