

# Formato covariante de la ecuación del fermión de la teoría ECE.

por

M. W. Evans,

Civil List,

([www.webarchive.org.uk](http://www.webarchive.org.uk), [www.aias.us](http://www.aias.us), [www.atomicprecision.com](http://www.atomicprecision.com), [www.et3m.net](http://www.et3m.net)  
[www.upitec.org](http://www.upitec.org))

y

Colegio de Graduados,

Universidad de Gales

## Resumen.

La ecuación del fermión de la teoría ECE se desarrolla a través de un formato covariante sin necesidad de considerar la energía negativa y utilizando únicamente las matrices de Pauli. La ecuación es la primera ecuación de partícula aislada para el fermión y el anti fermión, y elimina la necesidad de utilización de las matrices de Dirac y del mar de Dirac, así como la consecuente necesidad de interpretaciones para múltiples partículas. La ecuación produce una probabilidad de Born rigurosamente no negativa, así como una corriente de probabilidad conservada. Se resuelve para el hamiltoniano, cuyos primeros términos producen los factores de Landé y de Thomas, acoplamiento orbital-espín, la interacción del fermión con el campo magnético, Resonancia Electrónica de Espín (ESR) y Resonancia Magnética Nuclear (NMR), el término de Darwin de la electrodinámica cuántica, y la estructura fina del átomo de hidrógeno (H). Se desarrolla el nuevo método de solución del semi-operador.

*Palabras clave:* ecuación del fermión de la teoría ECE, formato covariante, factor de Landé, factor de Thomas, acoplamiento orbital-espín, estructura fina del átomo de H, método del semi-operador.

## 1. Introducción.

La ecuación del fermión en la teoría ECE se ha desarrollado en documentos previos de esta serie [1–10] y en el documento precedente, UFT 172, se presentó en su forma final con todo detalle. La ecuación del fermión torna obsoleta la ecuación de Dirac, en cuanto a que elimina la necesidad de las matrices de Dirac de  $4 \times 4$  y no utiliza eigen-estados de energía negativos. Por lo tanto desaparece la necesidad del concepto del mar de Dirac o cualquier concepto que surja a partir de la energía negativa. Este autor y otros académicos consideran a esta última como sin significado físico. La ecuación del fermión en su formato ondulatorio se origina a partir de la ecuación de onda de la teoría ECE del espaciotiempo general, y constituye un caso especial de la ecuación de onda de la teoría ECE, cuya función de onda es la matriz de la tétrada. La ecuación de Dirac fue deducida por primera vez a partir de la teoría ECE en el documento UFT 4 de esta serie ([www.aias.us](http://www.aias.us)). Dicho documento utilizó una matriz de la tétrada de  $2 \times 2$ , la cual se acomodó en un vector columna de cuatro entradas, siendo las dos superiores componentes del espinotensor de Pauli con simetría de mano derecha, en tanto que los dos inferiores fueron componentes de la matriz de Pauli con simetría de mano izquierda. Este acomodamiento condujo a la ecuación de Dirac. Sin embargo, en la filosofía de la relatividad tal como se desarrolla en la teoría ECE, la eigen-función de toda ecuación de onda válida en la física y en la mecánica cuántica es una tétrada definida por la geometría de Cartan [11]. No puede ser un vector columna tal como la utilizó Dirac. La ecuación de éste último sólo es covariante según Lorentz, en tanto que la ecuación del fermión resulta automáticamente covariante generalizada, lo cual constituye una ventaja fundamental. La ecuación del fermión también forma parte de una teoría del campo unificado covariante generalizada basada en geometría - la teoría ECE.

En los documentos UFT 129 y 130, se desarrolló la ecuación del fermión con una eigen-función de una matriz de  $2 \times 2$ , y se demostró que las matrices de Pauli resultan suficientes para describir un fermión y un anti fermión mediante una interpretación de partícula aislada rigurosamente correcta y libre de energía negativa. Los eigen-estados de energía de la ecuación del fermión son rigurosamente positivos, lo cual elimina uno de los principales problemas de la ecuación de Dirac, su energía negativa y consecuente imposibilidad de una interpretación de partícula aislada [12]. En el documento UFT 172 se expresó la ecuación del fermión en todo detalle y se demostró su equivalencia con la representación quiral de la ecuación de Dirac desarrollada por Ryder [12]. Por lo tanto, la ecuación del fermión constituye la declaración fundamental de la transformación de Lorentz aplicada a los espinotensores de Pauli de derecha e izquierda. Esta conclusión emerge a partir de la demostración de Ryder en cuanto a que la representación quiral viene dada por esta transformación de Lorentz. La estructura de esta última viene determinada a partir de consideraciones muy fundamentales del grupo Poincaré [12]. La ecuación original de Dirac (la representación tradicional) no emerge a partir de esta transformación fundamental de Lorentz. Esto demuestra que Dirac efectuó una elección incorrecta de matrices gamma, y que este error condujo a la energía negativa. En la representación quiral, los eigen-estados de energía son positivos.

Este razonamiento confirma que la estructura de la teoría ECE es la más fundamental conocida hasta el presente en el campo de la física, teniendo todas las ecuaciones de onda la misma estructura fundamental con eigen-funciones de tétradas válidas en cualquier espacio matemático de cualquier dimensión. La ecuación de onda correcta del fermión constituye un caso especial de la ecuación de onda de la teoría ECE. El procedimiento original de Dirac fue el empleo del álgebra de Clifford para factorizar el operador de d'Alembert con matrices de  $4 \times 4$ , y

dicho procedimiento no formaba parte de una teoría del campo unificado como hubiese sido necesario.

Muchos de los éxitos atribuidos a la ecuación de Dirac pueden también contemplarse como avances menores, como por ejemplo el factor de Landé. La ESR y NMR pueden obtenerse a partir de la ecuación de Schroedinger utilizando matrices de Pauli. El factor de Thomas puede obtenerse de otras maneras, en específico la deducción original de Thomas en 1926/1927, mientras que el acoplamiento orbital-espín y la estructura fina en los espectros pueden describirse mediante métodos no relativistas con un alto grado de precisión. Los éxitos de la ecuación de Dirac incluyen su capacidad para producir una probabilidad de Born no negativa y una corriente de probabilidad rigurosamente conservada, así como su corrección relativista de la estructura fina de los espectros. Estos éxitos se alcanzaron pagando un alto costo: la selección incorrecta de Dirac de las matrices gamma, la cual condujo a valores negativos de energía y muchos problemas de interpretación. Por ejemplo, condujo a la idea de partículas moviéndose hacia atrás en el tiempo y su equivalencia con las anti partículas moviéndose hacia adelante en el tiempo. Este concepto fue introducido por Stueckelberg en 1941[13] , pero casi siempre se atribuye a Feynman [14]. Este autor y otros académicos rechazan las ideas de energía negativa y movimiento hacia atrás en el tiempo porque la ecuación del fermión vuelve innecesarios estos conceptos, de manera que se la prefiere por cumplir con un principio fundamental de la filosofía natural: la Navaja de Ockham, también conocido como el Principio de Simplicidad. La ecuación del fermión se constituye en la base para la mecánica cuántica relativista, la electrodinámica cuántica y la teoría de campo cuántico, así como la base para el cálculo computacional de la estructura fina e hiper fina de los espectros.

En la Sección 2, la ecuación del fermión se expresa en un formato covariante sucinto y sencillo mediante la introducción del operador del fermión  $\pi_\mu$  en su representación del momento, y se demuestra que este formato covariante conduce a una probabilidad de Born rigurosamente no negativa, la cual es la misma que aquella obtenida a partir de la representación quirral de la ecuación de Dirac [12]. Sin embargo, la ecuación del fermión la deduce con las ventajas ya descritas. Se demuestra que la corriente de probabilidad de la ecuación del fermión se conserva.

En la Sección 3, un nuevo método del semi operador se desarrolla para resolver la ecuación del fermión para el hamiltoniano. Una vez más, se obtiene el mismo resultado que para la ecuación de Dirac, pero sin las matrices gamma de Dirac y sin los eigen-estados de energía negativa presentes en los cálculos. El hamiltoniano de la ecuación del fermión ofrece todo aquello generalmente atribuido a Dirac, específicamente el factor de Landé ( $g = 2$ ), el factor de 2 de Thomas, el acoplamiento orbital-espín y el término de Darwin. Finalmente, en la Sección 4 se calculan analíticamente las correcciones relativistas de la estructura fina en el átomo de H en forma analítica a partir de la ecuación del fermión, nuevamente sin el empleo de las matrices gamma de Dirac y de eigen-estados de energía negativa.

## 2. Formato covariante.

El formato covariante de la ecuación del fermión es:

$$\pi_\mu \psi \sigma^\mu = m c \sigma^1 \psi \tag{1}$$

donde el operador del fermión en su representación de momento [12] se define como:

$$\pi_\mu = (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \pi_3) . \quad (2)$$

Aquí:

$$\pi_0 = \sigma^0 p_0 , \quad \pi_i = \sigma^i p_i \quad (3)$$

donde  $p_\mu$  es el cuatro vector del momento de energía:

$$p_\mu = (p_0, p_1, p_2, p_3) = \left( \frac{E}{c}, -\mathbf{p} \right) . \quad (4)$$

Las matrices de Pauli se definen mediante:

$$\sigma^\mu = (\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3) \quad (5)$$

donde

$$\sigma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} , \quad \sigma^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} , \quad \sigma^2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} , \quad \sigma^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} . \quad (6)$$

La eigen-función de la Ec. (1) es la tétrada [1-10]:

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} . \quad (7)$$

cuyas entradas se definen mediante los espinotensores de derecha e izquierda de Pauli:

$$\Phi^R = \begin{bmatrix} \psi_1^R \\ \psi_2^R \end{bmatrix} , \quad \Phi^L = \begin{bmatrix} \psi_1^L \\ \psi_2^L \end{bmatrix} . \quad (8)$$

Esta eigen-función se conoce como “el espinotensor del fermión”.

La representación de posición [12] del operador del fermión se define mediante el símbolo  $\delta$  y es:

$$\delta_\mu = -\frac{i}{\hbar} \pi_\mu . \quad (9)$$

Por lo tanto, la ecuación del fermión es una ecuación diferencial de primer orden:

$$i \hbar \delta_\mu \psi \sigma^\mu = m c \sigma^1 \psi . \quad (10)$$

Para propósitos comparativos, el formato covariante de la ecuación de Dirac en representación quirial [12] es:

$$\gamma^\mu \delta_\mu \psi_D = m c \psi_D \quad (11)$$

donde:

$$\psi_D = \begin{bmatrix} \Phi^R \\ \Phi^L \end{bmatrix} \quad (12)$$

es un vector columna (véase documento UFT 172) con cuatro entradas, y donde las matrices de Dirac en representación quirial son [12]:

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2, \gamma^3) . \quad (13)$$

Los detalles completos del desarrollo de la Ec. (1) se incluyen en el documento UFT 172 y en la nota 172(8) ([www.aias.us](http://www.aias.us)). Nótese que el ordenamiento de términos en la Ec. (1) es importante porque las matrices no se conmutan y  $\psi$  es una matriz de  $2 \times 2$ . Por encima de todo, el eigen-valor de la Ec.(1) posee un valor rigurosamente positivo, nunca negativo. La compleja conjugada de la matriz adjunta del espinotensor del fermión se conoce como el “espinotensor adjunto” de la ecuación del fermión, y viene definido por:

$$\psi^+ = \begin{bmatrix} \psi_1^{R*} & \psi_1^{L*} \\ \psi_2^{R*} & \psi_2^{L*} \end{bmatrix} . \quad (14)$$

La ecuación adjunta de la Ec. (1) se define como:

$$-i \hbar \delta_\mu \psi^+ \sigma^\mu = m c \sigma^1 \psi^+ \quad (15)$$

donde se empleó el complejo conjugado de  $i\hbar$ . Estas ecuaciones tienen contrapartes bien conocidas en la teoría de Dirac [12], pero en dicha teoría se utilizan las matrices gamma, y la definición del espinotensor se vuelve más complicada.

La cuatro-corriente de probabilidad de la ecuación del fermión se define como:

$$j^\mu := \frac{1}{2} \text{Tr} (\psi \sigma^\mu \psi^+ + \psi^+ \sigma^\mu \psi) . \quad (16)$$

La probabilidad de Born resulta, por lo tanto:

$$j^0 = \psi_1^R \psi_1^{R*} + \psi_2^R \psi_2^{R*} + \psi_1^L \psi_1^{L*} + \psi_2^L \psi_2^{L*} \quad (17)$$

y es rigurosamente positiva. Es la misma que la probabilidad de Born [12] de la

representación quirial de la ecuación de Dirac. En esta última la cuatro corriente se define como:

$$j_D^\mu = \bar{\Psi}_D \gamma^\mu \Psi_D \quad (18)$$

y el espinotensor adjunto de Dirac es un vector fila de cuatro entradas definido por:

$$\bar{\Psi}_D = \Psi_D^\dagger \gamma^0 \quad (19)$$

Se muestra como sigue que la cuatro-corriente de probabilidad de la ecuación del fermión se conserva:

$$\delta_\mu j^\mu = 0 \quad (20)$$

Para demostrar lo anterior se multiplican ambos lados de la Ec. (1) desde la derecha con  $\psi^+$  :

$$i \hbar \delta_\mu \psi \sigma^\mu \psi^+ = m c \sigma^1 \psi \psi^+ \quad (21)$$

Multiplicando ambos lados de la Ec. (15) desde la derecha por  $\psi$  :

$$-i \hbar \delta_\mu \psi^+ \sigma^\mu \psi = m c \sigma^1 \psi^+ \psi \quad (22)$$

Restando la Ec. (22) de la Ec. (21):

$$i \hbar \delta_\mu (\psi \sigma^\mu \psi^+ + \psi^+ \sigma^\mu \psi) = m c \sigma^1 (\psi \psi^+ - \psi^+ \psi) \quad (23)$$

Por definición:

$$\psi \psi^+ - \psi^+ \psi = \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1^{R*} & \psi_1^{L*} \\ \psi_2^{R*} & \psi_2^{L*} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \psi_1^{R*} & \psi_1^{L*} \\ \psi_2^{R*} & \psi_2^{L*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1^R & \psi_2^R \\ \psi_1^L & \psi_2^L \end{bmatrix} \quad (24)$$

de manera que:

$$\text{Traza} (\psi \psi^+ - \psi^+ \psi) = 0 \quad (25)$$

Por lo tanto:

$$\text{Traza} (\delta_\mu (\psi \sigma^\mu \psi^+ + \psi^+ \sigma^\mu \psi)) = 0 \quad (26)$$

y por lo tanto:

$$\delta_\mu j^\mu = 0 \quad (27)$$

que es la Ec. (20), Q.E.D. Nótese que se utiliza  $\delta_\mu$ , el operador diferencial del fermión.

### 3. Solución del semi-operador de la ecuación del fermión.

La Ec. (1) del fermión puede desarrollarse en dos ecuaciones simultáneas (véase el documento UFT 172 y sus notas de apoyo en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) y en publicaciones previas en el blog del portal [www.aias.us](http://www.aias.us)):

$$(\hat{E} + c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^L = mc^2 \Phi^R \quad (28)$$

$$(\hat{E} - c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^R = mc^2 \Phi^L \quad (29)$$

en donde  $\hat{E}$  y  $\hat{\mathbf{p}}$  son los operadores de Schroedinger de la mecánica cuántica:

$$\hat{E} = i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad , \quad \hat{\mathbf{p}} = -i \hbar \nabla \quad . \quad (30)$$

Poseen una representación de momento y de posición [12]. La representación de momento utiliza  $E$  y  $p$  como en la física clásica, y la representación de posición utiliza los operadores diferenciales  $\frac{\partial}{\partial t}$  y  $\nabla$  que actúan sobre la eigen-función. Cuando se utilizan  $\hat{E}$  y  $\hat{\mathbf{p}}$  en la representación de posición se les describe como  $\hat{E}$  y  $\hat{\mathbf{p}}$ , de lo contrario se les describe como  $E$  y  $p$ . Las Ecs. (28) y (29) son automáticamente covariantes según Lorentz debido a que se deducen directamente [12] a partir de las transformaciones de Lorentz de  $\varphi^R$  y  $\varphi^L$ . La Ec. (1) del fermión combina estas ecuaciones en un formato sucinto, el cual no sólo es covariante según Lorentz sino también covariante generalizado.

Las Ecs.(28) y (29) pueden expresarse como:

$$(\hat{E} - c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) (\hat{E} + c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^L = m^2 c^4 \Phi^L \quad (31)$$

$$(\hat{E} + c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) (\hat{E} - c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^R = m^2 c^4 \Phi^R \quad . \quad (32)$$

Es decir:

$$(\hat{E}^2 - c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^R = m^2 c^4 \Phi^R \quad (33)$$

$$(\hat{E}^2 - c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^L = m^2 c^4 \Phi^L \quad . \quad (34)$$

El método del semi-operador para resolver las Ecs. (33) y (34) comienza considerando:

$$\hat{E}^2 := E \hat{E} \quad . \quad (35)$$

Por definición, el valor clásico de  $E$  es:

$$E = \gamma m c^2 \quad (36)$$

de manera que el semi-operador es:

$$\hat{E}^2 = i \hbar \gamma m c^2 \frac{\partial}{\partial t} . \quad (37)$$

Resulta que las Ecs. (33) y (34) devienen:

$$(\gamma m c^2 \hat{E} - c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^R = m^2 c^4 \Phi^R \quad (38)$$

$$(\gamma m c^2 \hat{E}^2 - c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \varphi^L = m^2 c^4 \Phi^L . \quad (39)$$

Estas son ecuaciones de tipo Schroedinger dependientes del tiempo [15] que pueden expresarse como:

$$\hat{E} \varphi^R = \hat{H} \varphi^R \quad (40)$$

$$\hat{E} \varphi^L = \hat{H} \varphi^L \quad (41)$$

donde el operador hamiltoniano se define como:

$$\hat{H} = \frac{1}{E} (c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} + m^2 c^4) . \quad (42)$$

Nótese cuidadosamente que las Ecs. (40) y (41) se deducen sin el empleo de las matrices gamma de Dirac y con eigen-estados de energía rigurosamente positivos.

Para un fermión estático las Ecs. (40) y (41) se reducen a:

$$i \hbar \frac{\partial \varphi^R}{\partial t} = m c^2 \varphi^R \quad (43)$$

$$i \hbar \frac{\partial \varphi^L}{\partial t} = m c^2 \varphi^L \quad (44)$$

en donde

$$\varphi^R(0) = \varphi^L(0) \quad (45)$$

y en donde los dos eigen-estados de energía en reposo,  $mc^2$ , son ambos positivos. Para una partícula en movimiento:

$$E = \gamma m c^2 \quad (46)$$

$$\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v} \quad (47)$$

donde el factor de Lorentz viene dado por:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (48)$$

donde  $v$  es la velocidad del fermión. Por lo tanto, el operador hamiltoniano es:

$$\hat{H} = \frac{\gamma}{m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{v}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{v}} + \frac{mc^2}{\gamma} \quad (49)$$

y las Ecs.(40) y (41) devienen:

$$i \hbar \frac{\partial \varphi^R}{\partial t} = \hat{H} \varphi^R \quad (50)$$

$$i \hbar \frac{\partial \varphi^L}{\partial t} = \hat{H} \varphi^L \quad (51)$$

en las que los eigen-estados de energía en reposo nuevamente son ambos positivos:  $mc^2$

La interacción del fermión con el campo electromagnético se define mediante la prescripción mínima y es:

$$((E - e\varphi)(\hat{E} - e\boldsymbol{\varphi}) - c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}) \varphi^R = m^2 c^4 \Phi^R \quad (52)$$

$$((E - e\varphi)(\hat{E} - e\boldsymbol{\varphi}) - c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}) \varphi^L = m^2 c^4 \Phi^L \quad (53)$$

donde  $\hat{\boldsymbol{\pi}}$  (que no debe confundirse con  $\pi_\mu$ ) viene definida por:

$$\hat{\boldsymbol{\pi}} = \hat{\mathbf{p}} - e \mathbf{A} . \quad (54)$$

Aquí  $\varphi$  y  $\mathbf{A}$  son los potenciales escalar y vectorial en unidades del S. I. De una manera más general, las Ecs. (52) y (53) contienen la conexión de espín de la teoría ECE [1-10]. La conexión de espín entra en la manera en que se relacionan los potenciales con la densidad del flujo magnético  $\mathbf{B}$  y la fuerza del campo eléctrico  $\mathbf{E}$ . Las Ecs. (52) y (53) son ecuaciones de Schroedinger dependientes del tiempo:

$$\hat{E} \varphi^R = \hat{H} \varphi^R \quad (55)$$

$$\hat{E} \varphi^L = \hat{H} \varphi^L \quad (56)$$

en las que el operador hamiltoniano es

$$\hat{H} = \frac{m^2 c^4}{E - e\varphi} + e\varphi + \frac{c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}}{E - e\varphi} . \quad (57)$$

Los operadores que conmutan con  $H$  dan valores esperados que son constantes de movimiento (véase la ref. [15] y la nota de apoyo 173(6)). Los términos correctamente relativistas de Landé y Thomas se obtienen de:

$$\begin{aligned}
\hat{H}_3 &= c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} (E - e \varphi)^{-1} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \\
&= \frac{c^2}{E} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \left(1 - \frac{e \varphi}{E}\right)^{-1} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \\
&\sim \frac{c^2}{E} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \left(1 + \frac{e \varphi}{E}\right) \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}
\end{aligned} \tag{58}$$

donde  $E$  se define mediante la Ec. (46), de manera que:

$$\hat{H}_3 = \frac{1}{\gamma m} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}) (\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}) + \frac{e}{\gamma^2 m^2 c^2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} . \tag{59}$$

El factor de Landé ( $g = 2$ ) y el factor de Thomas de 2 se obtienen a partir de una aproximación y bajo condiciones experimentales completamente relativistas deben describirse a través de la rigurosa Ec. (59). Expresando la Ec. (52) formalmente como:

$$(E - e \varphi - c^2 \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}}{\hat{E} - e \varphi}) \varphi^R = \left(\frac{m^2 c^4}{E - e \varphi}\right) \varphi^R \tag{60}$$

y sumando  $mc^2 \varphi^R$  a cada lado para dar:

$$(E + m c^2 - e \varphi - c^2 \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}}{\hat{E} - e \varphi}) \varphi^R = \left(\frac{m^2 c^4}{E - e \varphi} + m c^2\right) \varphi^R . \tag{61}$$

El factor  $g = 2$  y el factor de Thomas de 2 se obtienen en la aproximación no relativista [12]:

$$E \sim m c^2 \tag{62}$$

de manera que la Ec. (61) deviene:

$$\begin{aligned}
((2 m c^2 - e \varphi) (\hat{E} - e \varphi) - c^2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}) \varphi^R &= (m^2 c^4 + m c^2 (\hat{E} - e \varphi)) \varphi^R \\
&= (m c^2 (2 m c^2 - e \varphi)) \varphi^R
\end{aligned} \tag{63}$$

es decir, la ecuación de Schroedinger dependiente del tiempo:

$$\hat{E} \varphi^R = \hat{H} \varphi^R \tag{64}$$

en la que el hamiltoniano es el mismo que el obtenido a partir de la ecuación de Dirac, y cuyos cinco primeros términos son los bien conocidos:

$$\hat{H} = m c^2 + e \varphi + \frac{1}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} + \frac{1}{4m^2 c^4} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \varphi \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} . \tag{65}$$

Las grandes ventajas que posee la ecuación del fermión incluyen el hecho de que brinda todos estos bien conocidos términos sin la aparición de la energía negativa y como parte de una teoría del campo unificado que es covariante generalizada. Esto significa que la interacción del fermión

con cualquier otro campo fundamental, o combinación de campos, puede desarrollarse utilizando los métodos de esta sección. Los cuatro campos fundamentales: gravitacional, electromagnético, débil y fuerte nucleares, puede incorporarse utilizando la prescripción mínima, un procedimiento que conduce a términos experimentalmente observables similares a aquellos presentes en la Ec. (65). El factor de Landé ( $g = 2$ ) viene dado por el componente del operador:

$$\hat{H}_3 \varphi^R = \frac{1}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \varphi^R \quad (66)$$

y el factor de Thomas de 2 aparece en el denominador del término orbital de espín:

$$\hat{H}_4 \varphi^R = \frac{1}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}} \varphi^R \quad (67)$$

Sin embargo, nótese cuidadosamente que el resultado completamente relativista viene dado por la Ec. (59) sin el empleo de la aproximación (62). En el resultado rigurosamente relativista, el factor  $g$  y los factores de Thomas dejan de ser exactamente iguales a dos. El factor  $g$  también se ve afectado por las bien conocidas correcciones radiativas, las cuales pueden incorporarse a la ecuación del fermión (1) utilizando los métodos de la electrodinámica cuántica.

#### 4. Estructura fina del átomo de H.

La solución de la Ec. (1) para el átomo de H se obtiene mediante su expansión inicial en las Ecs. (28) y (29), y aplicando luego la transformación matemática:

$$\varphi_f^R \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi^R + \varphi^L) \quad (68)$$

$$\varphi_f^L \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi^R - \varphi^L) \quad (69)$$

En las Ecs. (68) y (69) las eigen-funciones fundamentales y físicamente significativas de la ecuación del fermión aparecen del lado izquierdo, y se les señala mediante un subíndice  $f$  para distinguirlas de las combinaciones de eigen-funciones de la derecha. Estas últimas se utilizan para obtener las ecuaciones:

$$(E + c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{p}}) (\varphi^R - \varphi^L) = mc^2 (\varphi^R + \varphi^L) \quad (70)$$

$$(E - c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{p}}) (\varphi^R + \varphi^L) = mc^2 (\varphi^R - \varphi^L) \quad (71)$$

las cuales por adición y resta dan:

$$(E - mc^2) \varphi^R = c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\boldsymbol{p}} \varphi^L \quad (72)$$

$$(E + mc^2) \varphi^L = c \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \varphi^R . \quad (73)$$

Consideremos estas ecuaciones en presencia de un potencial  $\varphi$ , el cual constituye la atracción de Coulomb entre el electrón y el protón del átomo de H. La prescripción mínima significa reemplazar el operador  $E$  como sigue:

$$E \longrightarrow E - e \varphi . \quad (74)$$

El potencial vectorial  $\mathbf{A}$  se considera ausente en este caso por cuestiones de simplicidad. Por lo tanto:

$$c \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} \begin{bmatrix} \varphi^L \\ \varphi^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E - e \varphi - mc^2 & 0 \\ 0 & E - e \varphi + mc^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi^R \\ \varphi^L \end{bmatrix} \quad (75)$$

la cual posee una solución bien conocida, tal como la describe, por ejemplo, Merzbacher [16]. Para obtener esta solución se utiliza la siguiente identidad de operador [16]:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}} = \left( \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \right) \left( \frac{\mathbf{r}}{r} \cdot \hat{\mathbf{p}} + i \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{L}}}{r} \right) \quad (76)$$

donde  $\hat{\mathbf{L}}$  es el operador de momento angular orbital:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{L}} \varphi^R = \pm \hbar \left( j + \frac{1}{2} \mp 1 \right) \varphi^R \quad (77)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{L}} \varphi^L = \mp \hbar \left( j + \frac{1}{2} \pm 1 \right) \varphi^L . \quad (78)$$

Si denotamos:

$$k = - \left( j + \frac{1}{2} \right) \quad (79)$$

entonces  $\hat{H}$ ,  $\hat{j}^2$ ,  $\hat{j}_Z$  y  $\hat{k}$  conmutan con  $\hat{H}$  para dar los números cuánticos  $n_r$ ,  $j$ ,  $m_j$ , y  $k$  para el átomo de H. Las eigen-funciones se expanden como:

$$\varphi^L = i f(r) Y_{j l_L}^{m_j} \quad (80)$$

$$\varphi^R = g(r) Y_{j l_R}^{m_j} \quad (81)$$

y bien conocidos métodos [16] (véase nota 173(7)) conducen a los niveles de energía del átomo de H:

$$E = mc^2 \left( 1 + \frac{Z^2 \alpha^2}{(n_r + (j + \frac{1}{2})^2 - Z^2 \alpha^2 j + \frac{1}{2})^{1/2}} \right)^{-1/2} \quad (82)$$

en los que:

$$\frac{e\varphi}{\hbar c} = -\frac{Z\alpha}{r} . \quad (83)$$

El resultado a partir de la ecuación de Schroedinger para el átomo de H [14] es:

$$E = -\frac{Z^2\alpha^2}{n_r^2} . \quad (84)$$

Por lo tanto, la ecuación del fermión (1) puede resolverse para dar la estructura fina del átomo de H, dando el conocido resultado (82) sin el empleo de energía negativa, lo cual constituye un avance significativo en el campo de la física teórica. Para átomos y moléculas más complicados, los métodos altamente desarrollados de la química cuántica computacional pueden aplicarse directamente a la Ec. (1).

## Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Vitalicia y otros altos honores, y al equipo técnico de AIAS por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Alex Hill y colegas por el preciso tipografiado y las traducciones, se agradece a David Burleigh por su publicación en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) y a Simon Clifford por su colaboración en la publicación de conferencias grabadas y ensayos en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) .

## Referencias.

- [1] M .W. Evans et al., “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 a la fecha), en siete volúmenes a la fecha.
- [2] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (Cambridge International Science Publishing, [www.cisp-publishing.com](http://www.cisp-publishing.com), Feb. 2011)
- [3] K. Pendergast, “The Life of Myron Evans” (Cambridge International Science Publishing, Feb. 2011).
- [4] K. Pendergast, “Crystal Spheres” (Cambridge International Science Publishing, 2011, en prep.).
- [5] M. W. Evans, Documentos científicos desde 1973 al presente, (Cambridge International Science Publishing, en prep.), en aproximadamente 254 volúmenes (véase sección de Omnia Opera en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [6] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis 2007).

- [7] Los portales acerca de la teoría ECE: [www.webarchive.org.uk](http://www.webarchive.org.uk) (Biblioteca Nacional de Gales y Biblioteca Británica), [www.aias.us](http://www.aias.us), [www.atomicprecision.com](http://www.atomicprecision.com), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), y el portal de la compañía de Alex Hill [www.et3m.net](http://www.et3m.net).
- [8] M. W. Evans y J.-P. Vigiér, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, 1994 a 2002) en cinco volúmenes.
- [9] M. W. Evans, ed., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley, 2001, segunda edición), en tres volúmenes; *ibid.* Primera edición (1992, 1993, 1997), en tres volúmenes.
- [10] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001).
- [11] S. P. Carroll, “Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York, 2004), capítulo 3.
- [12] L. H. Ryder, “Quantum Field Theory” (Cambridge University Press, 1996, segunda edición).
- [13] E. Stueckelberg, *Helv. Phys. Acta*, 14, 51 - 80 (1941).
- [14] D. Griffiths, “Introduction to Elementary Particles” (Wiley, tercera edición).
- [15] P. W. Atkins, “Molecular Quantum Mechanics” (Oxford University Press, segunda edición, 1983 y ediciones subsiguientes).
- [16] E. Merzbacher, “Quantum Mechanics” (Wiley, 1970, segunda edición).