Deducción de las ecuaciones cuánticas de movimiento de Hamilton y refutación de la interpretación de Copenhague.

por

M. W. Evans,

Civil List.

(www.webarchive.co.uk, www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.et3m.net,

www.upitec.org)

y

Colegio de Graduados,

Universidad de Gales,

y

H. Eckardt,

AIAS y UPITEC

(www.aias.us, www.upitec.org)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se deducen en forma directa las versiones cuantizadas de las ecuaciones de movimiento de Hamilton. La deducción constituye una refutación de la interpretación de Copenhague de la mecánica cuántica, ya que en las ecuaciones cuánticas de Hamilton la posición y el movimiento se especifican simultáneamente. Se deduce la ecuación de movimiento de Schroedinger a partir de la ecuación de onda de la teoría ECE, a través de conceptos asociados con la ecuación del fermión de la teoría ECE, y se desarrolla un novedoso método del anticonmutador para refutar la interpretación de Copenhague en otras formas. Esto deja a la interpretación de la teoría ECE de la mecánica cuántica como parte de la única teoría de campo unificado conocida en la actualidad.

Palabras clave: Teoría ECE , ecuaciones cuánticas de Hamilton, refutación de Copenhague, método del anticonmutador.

1. Introducción.

Como parte de esta serie de documentos [1–10] que desarrollan la teoría del campo unificado de Einstein, Cartan y Evans (ECE), se ha deducido en los tres documentos precedentes (UFT 172 a UFT 174 en el portal www.aias.us) la ecuación de movimiento del fermión de la mecánica cuántica relativista. En la Sección 2 se utilizan los métodos empleados para el desarrollo de la ecuación del fermión para demostrar que en el límite no relativista, la ecuación de movimiento de Schroedinger se deduce a partir de geometría diferencial en el marco de la filosofía de la relatividad. El axioma de Schroedinger que define los operadores de la mecánica cuántica, por lo tanto, se origina a partir de la geometría, junto con el concepto de equivalencia clásica cuántica, en cuanto a que las ecuaciones de la mecánica cuántica deben corresponder en un límite bien definido a ecuaciones de la mecánica clásica. Existen excepciones bien conocidas [11] en las que existen fenómenos puramente cuánticos, pero la equivalencia clásica cuántica constituye más la regla que la excepción. Por lo tanto, se muestra que los axiomas fundamentales de la mecánica cuántica pueden deducirse a partir de geometría y relatividad.

En la Sección 3 se utilizan los operadores recién deducidos para inferir la existencia de los equivalentes cuantizados de las ecuaciones del movimiento de Hamilton, que Hamilton dedujo alrededor de 1833 sin el empleo de la dinámica lagrangiana. Es bien sabido que las ecuaciones de Hamilton utilizan la posición (x) y el momento (p) como variables conjugadas en el sentido clásico bien definido [12], y de esta forma x y p se "especifican simultáneamente" en la densa jerga de Copenhague del siglo XX. Por lo tanto, por equivalencia clásica cuántica, x y p se especifican simultáneamente en las ecuaciones cuánticas de Hamilton, refutando así la interpretación de Copenhague de la mecánica cuántica basada en el conmutador $[\hat{x}, \hat{p}]$ de los operadores $\hat{x}$ y $\hat{p}$. Las ecuaciones cuánticas de Hamilton muestran que x y p se especifican simultáneamente en la mecánica cuántica, y que constituyen ecuaciones hasta ahora desconocidas y deducidas por primera vez en este documento. Se requirió de mucho tiempo (1926 - 2011) para deducir las ecuaciones cuánticas de Hamilton, porque se consideraba, en forma incorrecta, que x y p no podían especificarse simultáneamente en la mecánica cuántica. Esto constituye una clara ilustración del efecto negativo que la escuela de Copenhague ha tenido en el desarrollo de este tema.

En la Sección 4 se utiliza el anti conmutador $\{\hat{x}, \hat{p}\}$ para deducir refutaciones adicionales a la interpretación de Copenhague, específicamente que $\{\hat{x}, \hat{p}\}$, al actuar sobre funciones de onda que son soluciones exactas de la ecuación de Schroedinger, produce valores esperados que son igual a cero para el oscilador armónico, y distintos de cero para el H atómico. Se muestra que el anti conmutador $\{\hat{x}, \hat{p}\}$ es proporcional al conmutador $[\hat{x}^2, \hat{p}^2]$, cuyos valores esperados para el oscilador armónico son todos iguales a cero, en tanto que para el H atómico son todos distintos de cero. Para la partícula en un anillo [11] las combinaciones pueden ser iguales a cero, mientras que conmutadores individuales de este tipo son distintos de cero. Para el movimiento lineal, se revelan inconsistencias en la interpretación de Copenhague, y para la partícula sobre una esfera el conmutador nuevamente es distinto de cero. Los cálculos manuales (véanse 15 cálculos detallados en las notas que acompañan este documento, UFT 175, en www.aias.us) se han verificado mediante álgebra computacional, la cual se utiliza para producir tablas de valores esperados relevantes. Copenhague queda refutada debido a que en dicha interpretación pierde todo sentido que un valor esperado de un conmutador de operadores sea simultáneamente igual a cero y distinto de cero para el mismo par de operadores. Si el valor esperado fuese distinto de cero, uno de los operadores podría ser "absolutamente incognoscible" y el otro "cognoscible con precisión", y si fuese igual a cero ambos serían "cognoscibles con precisión". Estas dos interpretaciones se refieren, respectivamente, a valores esperados de conmutador distintos de cero e igual a cero, y ambas interpretaciones no pueden ser ciertas para el mismo par de operadores. Con anterioridad a este documento, se creía que los conmutadores de un dado par de operadores serían iguales a cero o distintos de cero, nunca iguales y distintos de cero simultáneamente, de manera que nunca se llevó a cabo una clara refutación de la interpretación de Copenhague. En la mecánica cuántica de la teoría ECE, no se utilizan la interpretación de Copenhague y su jerga no científica, y los valores esperados son consecuencias directas de los operadores fundamentales introducidos por Schroedinger. Éste último rechazó inmediatamente la interpretación de Copenhague, tal como lo hizo también Einstein, de Broglie y sus escuelas.

2. Deducción de la ecuación de Schroedinger a partir de geometría.

El camino más claro para la deducción de la ecuación de Schroedinger a partir de la geometría de Cartan [1–10] quedó plasmado en el documento precedente (UFT 174) y se cita aquí brevemente para facilidad de referencia. El punto de arranque es la propiedad más fundamental de la geometría de Cartan: el campo vectorial completo en cualquier dimensión es independiente de cómo se construye a partir de elementos básicos y componentes. Por ejemplo, en tres dimensiones, un campo vectorial es el mismo campo vectorial en coordenadas cartesiana y en coordenadas polares esféricas, o cualquier sistema de coordenadas curvilíneo. En geometría diferencial, esta propiedad se conoce como el postulado de la tétrada [1–10].

$$D_\mu \, q^a_\nu = \partial_\mu \, q^a_\nu + \omega^a_{\mu b} q^b_\nu - \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \, q^a_\lambda = 0 \tag{1}$$

donde q^a_ν es la tétrada de Cartan y donde D_μ es la derivada covariante. El objeto de tres índices $\omega^a_{\mu b}$ es la conexión de espín. Utilizando:

$$\omega^a_{\mu\nu} = \omega^a_{\mu b} \, q^a_\nu \quad , \quad \Gamma^a_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \, q^a_\lambda \quad , \tag{2}$$

el postulado de la tétrada puede expresarse como:

$$\partial_\mu \, q^a_\nu = \Omega^a_{\mu\nu} = \Gamma^a_{\mu\nu} - \omega^a_{\mu\nu} \quad . \tag{3}$$

La aplicación de ∂^μ da la ecuación de onda de la teoría ECE como sigue:

$$(\Box + R) \, q^a_\nu = 0 \quad . \tag{4}$$

El objeto de valor escalar R se define mediante:

$$R := q^\nu_a \, (\omega^a_{\mu\nu} - \Gamma^a_{\mu\nu}) \quad . \tag{5}$$

En estas deducciones, $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$, es la conexión de Riemann. La ecuación de onda de la teoría ECE es una ecuación de onda fundamental de la geometría, a partir de la cual pueden deducirse todas las bien conocidas ecuaciones de onda de la física, y tal vez algunas que resulten desconocidas a la fecha.

La ecuación del fermión en formato de onda es un límite de la ecuación de onda (4) cuando:

$$R \longrightarrow \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \tag{6}$$

y en espacio de representación SU(2). En este espacio el espinotensor del fermión es:

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi^R_1 & \psi^R_2 \\ \psi^L_1 & \psi^L_2 \end{bmatrix} . \tag{7}$$

como en los documentos UFT 172 a UFT 174 en www.aias.us. La ecuación del fermión se reduce, como en el documento UFT 174, a:

$$\hat{H} \, \psi = E\psi \quad , \tag{8}$$

que constituye un formato relativista de la ecuación de Schroedinger. Esta última se obtiene utilizando la prescripción mínima para la energía total E:

$$E \longrightarrow E - e\varphi \tag{9}$$

donde - e es la carga en el electrón y donde φ es el potencial de Coulomb en el caso de espectros atómicos y moleculares. En ausencia de un potencial vectorial, el operador hamiltoniano $\widehat{H}$ es:

$$\widehat{H} = m\,c^2 + e\varphi + \frac{\hat{p}^2}{2m} \tag{10}$$

de manera que:

$$\frac{\hat{p}^2}{2m}\,\psi = (\,E - m\,c^2 - e\varphi)\,\psi\ . \tag{11}$$

El axioma de Schroedinger es:

$$\hat{p}\,\psi = -\,i\,\hbar\,\nabla\,\psi \tag{12}$$

de manera que la Ec. (11) deviene:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\nabla^2\,\psi = (\,E - m\,c^2 - e\varphi)\,\psi\ . \tag{13}$$

En el límite no relativista:

$$E - m\,c^2 \longrightarrow T = \frac{1}{2}\,m\,v^2 \tag{14}$$

y en este límite se obtiene la ecuación de Schroedinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\nabla^2\,\psi = (\,T + V)\,\psi\ . \tag{15}$$

Nótese que en esta deducción el axioma fundamental (12) de la mecánica cuántica se obtiene a partir de la ecuación de onda (4) y a partir de la necesidad de que el equivalente clásico del operador hamiltoniano $\widehat{H}$ sea el hamiltoniano en dinámica clásica, es decir la suma de las energías cinética y potencial:

$$H = T + V\ . \tag{16}$$

De manera que en la física de la teoría ECE, la mecánica cuántica puede deducirse a partir de relatividad general en una manera directa, la cual puede evaluarse contra datos experimentales en cada una de sus etapas.

3. Deducción de las ecuaciones cuánticas de Hamilton.

Las dos ecuaciones cuánticas de Hamilton se deducen respectivamente utilizando las bien conocidas representaciones de posición y momento de la mecánica cuántica [11] . En la representación de la posición, el axioma de Schroedinger es:

$$\hat{p}\,\psi = -\,i\,\hbar\,\frac{\partial}{\partial x}\quad ,\quad (\,\hat{p}\,\psi)^* = i\,\hbar\,\frac{\partial}{\partial x}\quad , \tag{17}$$

a partir de lo cual resulta que:

$$[\hat{x}\,,\hat{p}]\,\psi = i\,\hbar\,\psi \tag{18}$$

de manera que el valor esperado para el conmutador es:

$$<[\hat{x}\,,\hat{p}]> = i\,\hbar\ . \tag{19}$$

En la representación de la posición, el valor esperado $< x >$ es x. Resulta entonces:

$$\frac{d}{dx} < \hat{x} > = \frac{i}{\hbar} < [\hat{x}\ ,\hat{p}] > = 1 \quad . \qquad (20)$$

Nótese ahora que esta tautología puede deducirse de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dx} < \hat{x} > = -\frac{d}{dx} \int \psi^* \, \hat{x} \, \psi \, d\tau \quad . \qquad (21)$$

La demostración de la Ec. (21) es directa y como sigue. Primero se utiliza el Teorema de Leibniz para hallar:

$$-\frac{d}{dx} \int \psi^* \, \hat{x} \, \psi \, d\tau \ = -\left(\int \frac{d\psi^*}{dx} \, \hat{x} \, \psi \, d\tau \ + \int \psi^* \, \hat{x} \, \frac{d\psi}{dx} \, d\tau \right) \quad . \qquad (22)$$

En mecánica cuántica los operadores son hermitianos, que se definen como sigue:

$$\int \psi_m^* \, \hat{A} \, \psi_n \, d\tau = \left(\int \psi_n^* \, \hat{A} \, \psi_m \, d\tau \right)^* = \left(\int \hat{A}^* \, \psi_m^* \, \psi_n \, d\tau \right) \quad . \qquad (23)$$

Por lo tanto, resulta que la Ec. (22) es:

$$\frac{d}{dx} < \hat{x} > = 1 = \frac{i}{\hbar} \int \psi^* \left(\hat{p} \, \hat{x} - \hat{x} \, \hat{p} \right) \psi \, d\tau = \frac{i}{\hbar} < [\hat{p}, \hat{x}\,] > \qquad (24)$$

que es la Ec. (20), Q.E.D.

La primera ecuación cuántica de Hamilton se obtiene generalizando $\hat{x}$ para cualquier operador hermitiano $\hat{A}$ de la mecánica cuántica:

$$\hat{x} \longrightarrow \hat{A} \qquad (25)$$

de manera que un formato de la primera ecuación cuántica de Hamilton es:

$$\frac{d}{dx} < \hat{A} > = \frac{i}{\hbar} < [\hat{p}, \hat{A}\,] > . \qquad (26)$$

en el caso especial:

$$\hat{A} = \widehat{H} \quad , \qquad (27)$$

entonces:

$$\frac{d}{dx} < \widehat{H} > = \frac{i}{\hbar} < [\,\hat{p}, \widehat{H}\,] > \quad . \qquad (28)$$

Sin embargo, se sabe que [11]:

$$\frac{d}{dt} < \hat{p} > = \frac{i}{\hbar} < [\widehat{H}, \hat{p}\,] > \qquad (29)$$

de manera que, a partir de las Ecs. (28) y (29) la ecuación cuántica de Hamilton es:

$$\frac{d}{dx} < \widehat{H} > = -\frac{d}{dt} < \hat{p} > \quad . \qquad (30)$$

Los valores esperados en esta ecuación son:

$$H = < \widehat{H} > \quad , \quad p = < \hat{p} > \quad . \qquad (31)$$

De manera que resulta la primera ecuación de movimiento de Hamilton de 1833, Q.E.D.:

$$\frac{dH}{dx} = -\frac{dp}{dt} \quad . \qquad (32)$$

La segunda ecuación cuántica de Hamilton se obtiene a partir de la representación del momento [11]:

$$\hat{x}\,\psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial p} \quad , \quad \hat{p}\,\psi = p\,\psi \quad , \tag{33}$$

a partir de la cual se obtiene la siguiente tautología:

$$\frac{d}{dp} < \hat{p} > = -\frac{i}{\hbar} < [\,\hat{x}, \hat{p}\,] > = 1 \quad . \tag{34}$$

Esta tautología puede obtenerse a partir de la ecuación:

$$\frac{d}{dp} < \hat{p} > = -\frac{d}{dp} \int \psi^* \hat{p}\, \psi \, d\tau \ . \tag{35}$$

Si ahora generalizamos $\hat{p}$ a cualquier operador $\hat{A}$:

$$\hat{p} \longrightarrow \hat{A} \tag{36}$$

y la segunda ecuación cuántica de Hamilton en un formato es:

$$\frac{d}{dp} < \hat{A} > = -\frac{i}{\hbar} < [\,\hat{x}, \hat{A}\,] > \ . \tag{37}$$

En el caso especial:

$$\hat{A} = \hat{H} \quad , \tag{38}$$

la segunda ecuación cuántica de Hamilton es:

$$\frac{d}{dp} < \hat{H} > = -\frac{i}{\hbar} < [\,\hat{x}, \hat{H}\,] > \ . \tag{39}$$

Sin embargo, se sabe que:

$$< [\,\hat{x}, \hat{H}\,] > \ = -\ \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dt} < \hat{x} > \quad , \tag{40}$$

de manera que la segunda ecuación cuántica de Hamilton es:

$$\frac{d}{dp} < \hat{H} > = \frac{d}{dt} < \hat{x} > \tag{41}$$

la cual es la segunda ecuación de Hamilton de la dinámica clásica, Q.E.D.:

$$\frac{dH}{dp} = \frac{dx}{dt} \quad . \tag{42}$$

Nótese cuidadosamente que ambas ecuaciones cuánticas de Hamilton se deducen directamente a partir del conmutador conocido (18) de la mecánica cuántica. Inversamente, las ecuaciones de Hamilton de 1833 implican el conmutador (18) simplemente a partir del postulado de Schroedinger en representación de posición y momento, respectivamente. En las ecuaciones de Hamilton de la dinámica clásica, x y p son observables simultáneamente, de manera que también son observables simultáneamente en las ecuaciones cuantizadas de movimiento de Hamilton y en la mecánica cuántica en general. Éste argumento refuta la interpretación de Copenhague, en la que se afirma que x y p no son observables simultáneamente. La interpretación de Copenhague constituye una falacia no científica y debiera descartarse. El resultado importante de esta sección es la primera deducción de las ecuaciones cuánticas de movimiento de Hamilton. Éstas pueden implementarse de muchas maneras diferentes.

4. El método del anticonmutador para la refutación de Copenhague.

Consideremos el anticonmutador:

$$\{\hat{x}, \hat{p}\}\,\psi = (\hat{p}\,\hat{x} + \hat{x}\,\hat{p})\,\psi \quad . \tag{43}$$

En la representación de posición puede desarrollarse como sigue:

$$\{\hat{x}, \hat{p}\}\,\psi = -\,i\,\hbar\,(x\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(x\,\psi)) = -\,i\,\hbar\,(\psi + 2x\frac{\partial\psi}{\partial x}) \quad . \tag{44}$$

El conmutador de $\hat{p}^2$ y $\hat{x}^2$ se define [11] como:

$$[\,\hat{x}^{\,2}, \hat{p}^{\,2}\,]\,\psi = ([\,\hat{x}^{\,2}, \hat{p}\,]\,\hat{p} + \hat{p}\,([\,\hat{x}^{\,2}, \hat{p}\,]\,)\,\psi \;. \tag{45}$$

Ahora utilicemos las ecuaciones cuánticas de Hamilton para hallar que:

$$[\,\hat{p}, \hat{x}^{\,2}]\,\psi = -\,2\,i\,\hbar\,x\,\psi \tag{46}$$

$$[\,\hat{x}^{\,2}, \hat{p}\,]\psi = \quad 2\,i\,\hbar\,x\,\psi\,. \tag{47}$$

Resulta entonces que:

$$[\,\hat{x}^{\,2}, \hat{p}^{\,2}\,]\,\psi = 2\,i\,\hbar(\hat{p}\,\hat{x} + \hat{x}\,\hat{p}\,)\,\psi \quad . \tag{48}$$

De manera que la siguiente ecuación de utilidad se ha demostrado en una dimensión:

$$[\,\hat{x}^{\,2}, \hat{p}^{\,2}\,]\,\psi = 2\,i\,\hbar\{\,\hat{x}\,, \hat{p}\,\}\,\psi \quad . \tag{49}$$

En tres dimensiones el axioma de Schroedinger en representación de posición es:

$$\hat{p}\,\psi = -\,i\,\hbar\,\nabla\,\psi \quad , \tag{50}$$

y en tres dimensiones el conmutador relevante es:

$$[\,\hat{\boldsymbol{r}}, \hat{\boldsymbol{p}}\,]\,\psi = -\,i\,\hbar\,(\boldsymbol{r}.\nabla\,\psi - \nabla.\,(\,\boldsymbol{r}\,\psi\,)) \tag{51}$$

donde en coordenadas cartesianas:

$$\boldsymbol{r}^2 = X^2 + Y^2 + Z^2 \quad . \tag{52}$$

Por lo tanto:

$$[\,\hat{\boldsymbol{r}}, \hat{\boldsymbol{p}}\,]\,\psi = -\,i\,\hbar\,(\,\boldsymbol{r}.\nabla\,\psi - \psi\,\nabla.\,\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}.\nabla\,\psi\,) \tag{53}$$

donde:

$$\nabla.\,(\boldsymbol{r}\,\psi\,) = \psi\,\nabla.\,\boldsymbol{r} + \boldsymbol{r}.\nabla\,\psi \tag{54}$$

en donde:

$$\nabla.\,\boldsymbol{r} = 3 \quad . \tag{55}$$

De manera que:

$$[\,\hat{\boldsymbol{r}}, \hat{\boldsymbol{p}}\,]\,\psi = 3\,i\,\hbar\,\psi \quad . \tag{56}$$

En tres dimensiones:

$$[\,\hat{r}^{\,2},\hat{p}^{\,2}\,]\,\psi = ([\,\hat{r}^{\,2},\hat{\boldsymbol{p}}\,]\,.\,\hat{\boldsymbol{p}} + \hat{\boldsymbol{p}}\,([\,\hat{r}^{\,2},\hat{\boldsymbol{p}}\,]\,)\,\psi \ . \tag{57}$$

donde:

$$[\,\hat{r}^{\,2},\hat{\boldsymbol{p}}\,]\,\psi = r^2\,\hat{\boldsymbol{p}}\,\psi - \hat{\boldsymbol{p}}\,(\,r^2\,\psi)$$

$$= i\,\hbar\,\nabla\,r^2\,\psi \tag{58}$$

y donde:

$$\nabla\,r^2 = \frac{\partial r^2}{\partial X}\,\mathbf{i} + \frac{\partial r^2}{\partial Y}\,\mathbf{j} + \frac{\partial r^2}{\partial Z}\,\mathbf{k} \tag{59}$$

con:

$$r^2 = \mathrm{X}^2 + \mathrm{Y}^2 + \mathrm{Z}^2 \quad . \tag{60}$$

De manera que:

$$\nabla\,r^2 = 2\,\boldsymbol{r} \tag{61}$$

y el equivalente tridimensional de la Ec. (49) es:

$$[\,\hat{r}^{\,2},\hat{p}^{\,2}\,]\,\psi = 2\,i\,\hbar\{\,\boldsymbol{r}\,,\boldsymbol{p}\}\,\psi \quad . \tag{62}$$

El anticonmutador en esta ecuación es:

$$(\,\hat{\boldsymbol{r}}.\hat{\boldsymbol{p}} + \hat{\boldsymbol{p}}.\hat{\boldsymbol{r}}\,)\,\psi = \boldsymbol{r}.\hat{\boldsymbol{p}}\,\psi + \hat{\boldsymbol{p}}\,.\,(\boldsymbol{r}\,\psi)$$

$$= -\,i\,\hbar\,(\,2\,\boldsymbol{r}.\nabla\,\psi + 3\,\psi\,) \tag{63}$$

donde:

$$\boldsymbol{r}.\nabla\,\psi = \mathrm{X}\frac{\partial\psi}{\partial X} + \mathrm{Y}\frac{\partial\psi}{\partial Y} + \mathrm{Z}\frac{\partial\psi}{\partial Z} \quad , \tag{64}$$

de manera que en coordenadas cartesianas:

$$\{\,\hat{\boldsymbol{r}},\hat{\boldsymbol{p}}\,\}\,\psi = -\,i\,\hbar\,(\,2\,(\mathrm{X}\frac{\partial\psi}{\partial X} + \mathrm{Y}\frac{\partial\psi}{\partial Y} + \mathrm{Z}\frac{\partial\psi}{\partial Z}) + 3\,\psi\,) \quad . \tag{65}$$

Cuando consideramos el átomo de H el anticonmutador relevante es:

$$\{\,\hat{r},\hat{p}_r\,\}\,\psi = -\,i\,\hbar\,\{\ ,\frac{\partial}{\partial r}\,\}\,\psi \tag{66}$$

de manera que obtenemos:

$$\{\,\hat{r}^2,\hat{p}_r^{\ 2}\}\,\psi = 2\,\hbar^2\,(\psi + 2\,r\,\frac{\partial\psi}{\partial r}) \quad . \tag{67}$$

A partir de estas definiciones básicas algunos valores esperados:

$$<[\,\hat{r}^2,\hat{p}_r^{\ 2}\,]> = 2\,i\,\hbar < \{\,\hat{\boldsymbol{r}}\,,\hat{\boldsymbol{p}}\,\}> \quad , \tag{68}$$

se calculan para soluciones exactas de la ecuación de Schroedinger en las quince notas de cálculos que acompañan este documento (UFT 175 en www.aias.us). Estos valores esperados se han verificado mediante álgebra computacional y se incluyen en tablas en la siguiente sección de este documento. Se obtiene el resultado de que los valores esperados pueden ser iguales a cero o distintos de cero dependiendo de cual solución se utilice de la ecuación de Schroedinger. Este resultado refuta la interpretación de Copenhague por motivos ya mencionados en este documento. Si se hubiera conocido este resultado en 1926, cuando Schroedinger infirió su ecuación, la falacia no científica de Copenhague no hubiese surgido a partir de la Conferencia Solvay de 1927. Desafortunadamente, se ha producido una voluminosa literatura acerca del así llamado principio de incertidumbre de Heisenberg, la cual debiera de descartarse en favor de la mecánica cuántica de la teoría ECE.

5. Tablas de valores esperados.

En esta sección se presentan algunas tablas de valores esperados para las bien conocidas soluciones exactas [11] de la ecuación de Schroedinger: movimiento lineal, el oscilador armónico, la partícula en un anillo y en una esfera, y en átomo de H. En las Tablas 1-5 se presentan los valores para los conmutadores y anti conmutadores. Como puede observarse, el valor esperado del conmutador de coordenadas generalizadas $\langle[\hat{q},\hat{p}]\rangle$ siempre es $i\hbar$, que es la bien conocida incertidumbre de Heisenberg. Para el oscilador armónico, sin embargo, el conmutador del cuadrado de los operadores $\langle[\hat{q}^2,\hat{p}^2]\rangle$ es igual a cero. Lo mismo sucede para las funciones de onda radiales del átomo de H. Esto demuestra la inconsistencia del concepto de Heisenberg. Resulta obvio que q ó p no pueden ser “incognoscibles” a la vez que “cognoscibles”, como en la afirmación efectuada originalmente por Bohr y Heisenberg, en forma independiente, cerca de 1927.

En la Tabla 4 puede observarse que el operador del momento angular $\hat{L}_Z$ conmuta con $\hat{L}^2$, como es bien conocido. En la referencia [11] pueden hallarse, en completo detalle, las formas de estos operadores en coordenadas esféricas. Para la mayoría de los casos con coordenadas angulares, los valores de los senos del ángulo dan origen a conmutadores que desaparecen, pero ello no sucede con los valores de los ángulos mismos. Los resultados demuestran que se requiere un tratamiento individual para cada solución de la ecuación de Schroedinger.

n	$[x, p_x]$	$\{x, p_x\}$	$[x, p_x^2]$	$\{x, p_x^2\}$	$[x^2, p_x]$	$\{x^2, p_x\}$	$[x^2, p_x^2]$	$\{x^2, p_x^2\}$
0	$i\hbar$	0	0	0	0	0	0	$-\frac{\hbar^2}{2}$
1	$i\hbar$	0	0	0	0	0	0	$\frac{3\hbar^2}{2}$
2	$i\hbar$	0	0	0	0	0	0	$\frac{11\hbar^2}{2}$
3	$i\hbar$	0	0	0	0	0	0	$\frac{23\hbar^2}{2}$

Tabla 1. Conmutadores para el oscilador armónico.

$[\psi, l_z]$	$\{\psi, l_z\}$	$[\psi, l_z^2]$	$\{\psi, l_z^2\}$	$[\psi^2, l_z]$	$\{\psi^2, l_z\}$	$[\psi^2, l_z^2]$	$\{\psi^2, l_z^2\}$
$\mathbf{i\hbar}$	$\hbar(2\pi m - i)$	$2im\hbar^2$	$2m\hbar^2(\pi m - i)$	$2i\pi\hbar$	$\frac{2}{3}\pi\hbar(4\pi m - 3i)$	$2\hbar^2(2i\pi m + 1)$	$\frac{2}{3}\hbar^2(4\pi^2 m^2 - 6i\pi m - 3)$

Tabla 2. Conmutadores para una particular sobre un anillo.

$[\text{sen}(\psi), L_z]$	$\{\text{sen}(\psi), L_z\}$	$[\text{sen}(\psi), L_z^2]$	$\{\text{sen}(\psi), L_z^2\}$	$[\text{sen}^2(\psi), L_z]$	$\{\text{sen}^2(\psi), L_z\}$	$[\text{sen}^2(\psi), L_z^2]$	$\{\text{sen}^2(\psi), L_z^2\}$
0	0	0	0	0	$m\hbar$	0	$m^2\hbar^2$

Tabla 3. Conmutadores adicionales para una partícula sobre un anillo.

l, m	$[\psi, L^2]$	$\{\psi, L^2\}$	$[\mathrm{sen}(\psi), L^2]$	$\{\mathrm{sen}(\psi), L^2\}$	$[\theta, L^2]$	$\{\theta, L^2\}$	$[\mathrm{sen}(\theta), L^2]$	$\{\mathrm{sen}(\theta), L^2\}$	$[L_z, L^2]$	$\{L_z, L^2\}$
0, 0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1, 0	0	$4\pi\hbar^2$	0	0	0	$2\pi\hbar^2$	0	$\frac{3}{4}\pi\hbar^2$	0	0
1, 1	$3i\hbar^2$	$(4\pi - 3i)\hbar^2$	0	0	0	$2\pi\hbar^2$	0	$\frac{9}{8}\pi\hbar^2$	0	$4\hbar^3$
2, 0	0	$12\pi\hbar^2$	0	0	0	$6\pi\hbar^2$	0	$\frac{75}{32}\pi\hbar^2$	0	0
2, 1	$5i\hbar^2$	$(12\pi - 5i)\hbar^2$	0	0	0	$6\pi\hbar^2$	0	$\frac{45}{16}\pi\hbar^2$	0	$12\hbar^3$
2, 2	$5i\hbar^2$	$(12\pi - 5i)\hbar^2$	0	0	0	$6\pi\hbar^2$	0	$\frac{225}{64}\pi\hbar^2$	0	$24\hbar^3$

Tabla 4. Conmutadores para armónicos esféricos.

l, m	$[r, p_r]$	$\{r, p_r\}$	$[r, p_r^2]$	$\{r, p_r^2\}$	$[r^2, p_r]$	$\{r^2, p_r\}$	$[r^2, p_r^2]$	$\{r^2, p_r^2\}$
0, 0	$i\hbar$	$2i\hbar$	0	$\frac{1}{a_0}\hbar^2$	$3ia_0\hbar$	$3ia_0\hbar$	0	0
1, 0	$i\hbar$	$2i\hbar$	0	$\frac{1}{a_0}\hbar^2$	$12ia_0\hbar$	$12ia_0\hbar$	0	$3\hbar^2$
1, 1	$i\hbar$	$2i\hbar$	0	$\frac{1}{2a_0}\hbar^2$	$10ia_0\hbar$	$10ia_0\hbar$	0	$\hbar^2$
2, 0	$i\hbar$	$2i\hbar$	0	$\frac{1}{a_0}\hbar^2$	$27ia_0\hbar$	$27ia_0\hbar$	0	$8\hbar^2$
2, 1	$i\hbar$	$2i\hbar$	0	$\frac{7}{9a_0}\hbar^2$	$25ia_0\hbar$	$25ia_0\hbar$	0	$6\hbar^2$
2, 2	$i\hbar$	$2i\hbar$	0	$\frac{1}{3a_0}\hbar^2$	$21ia_0\hbar$	$21ia_0\hbar$	0	$2\hbar^2$

Tabla 5. Conmutadores para funciones de onda radiales del átomo de hidrógeno. a_0 es el radio de Bohr.

Agradecimientos.

Se agradece al gobierno británico por la Pensión Vitalicia y otros altos honores, y al equipo técnico de AIAS por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Alex Hill y colegas por un tipografiado preciso, a Dave Burleigh por su publicación voluntaria y a Simon Clifford por su ayuda en las grabaciones.

Referencias.

[1] M. W. Evans et alii, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis, 2005 a la fecha), en siete volúmenes a la fecha.

[2] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (Cambridge International Science Publishing, 2011).

[3] Kerry Pendergast, "The Life of Myron Evans" (Cambridge International Science Publishing, 2011).

[4] L. Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis 2007, Traducción al castellano en www.aias.us).

[5] M. W. Evans y H. Eckardt, "The Fermión Equation" (Cambridge International Science Publishing, en prep.).

[6] Los portales de fuente abierta de la teoría ECE: www.webarchive.org.uk; www.aias.us; www.atomicprecision.com; www.upitec.org; www.et3m.net.

[7] M. W. Evans, Omnia Opera, (Cambridge International Science Publishing, en prep.), aproximadamente veinticinco volúmenes, véase también www.aias.us.

[8] M. W. Evans, ed., "Modern Nonlinear Optics" (Wiley, 2001, segunda edición), en tres volúmenes; ibid., M. W. Evans y S. Kielich (eds.), (Wiley, 1992, 1993, 1997, primera edición), en tres volúmenes.

[9] M. W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field" (World Scientific, 2001).

[10] M. W. Evans y J.-P. Vigier, "The Enigmatic Photon" (Kluwer 1994 to 2002), en cinco volúmenes.

[11] P. W. Atkins, "Molecular Quantum Mechanics" (Oxford University Press, 1983, segunda edición).

[12] J .B. Marion y S. T. Thornton, "Classical Dynamics of Particles and Systems" (Harcourt, Nueva York, 1988, tercera edición).