

Cálculo de órbitas del Sistema Solar a partir de la conexión antisimétrica.

por

M.W.Evans

Civil List y A.I.A.S.

(www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org

www.ef3m.net)

y

H.Eckardt

U.P.I.T.E.C. y A.I.A.S.

Traducción: Alex Hill (www.ef3m.net)

Resumen

Se emplean la ecuación del conmutador, la ecuación de compatibilidad métrica y la identidad de Evans para deducir en forma directa una métrica para las órbitas del sistema solar. Se muestra una solución para la métrica la cual posee una dependencia respecto de r muy similar a la métrica empírica, conocida erróneamente como la métrica de Schwarzschild. La métrica resulta válida en general para un espacio con simetría esférica para cualquier órbita observada, forjando así una nueva cosmología sin el empleo de la materia oscura.

Palabras clave: Teoría ECE, métrica antisimétrica, ecuación de compatibilidad métrica, identidad de Evans, órbitas del sistema solar, espacio-tiempo con simetría esférica.

1. Introducción

Recientemente, en esta serie de documentos [1-10] se ha demostrado que el teorema fundamental de la geometría de Riemann se basa en una conexión de Christoffel antisimétrica. El teorema fundamental es la ecuación que deduce la conexión antisimétrica a partir de la métrica. En la Sección 2 se muestra que la métrica debe redefinirse en forma fundamental para lograr una consistencia dimensional, ya que la métrica en la física establecida [11] está mal definida, de manera que existen problemas dimensionales en la definición de las diferentes conexiones. La nueva definición de la métrica es consistente y se encuentra libre de irregularidades dimensionales. En la Sección 3 se demuestra que para una métrica estática (es decir, una métrica independiente del tiempo) existe sólo una conexión antisimétrica, lo cual constituye un progreso fundamental en la comprensión de la cosmología. Esta conexión singular debe obedecer la identidad de Evans que relaciona la torsión y la curvatura, lo cual permite su deducción analítica. En la Sección 4 se presenta un análisis computacional y gráfico de la nueva métrica, y se muestra que varias soluciones son posibles, una de las cuales resulta muy similar al intento empírico de comprensión de las órbitas del sistema solar, que se conoce en forma errónea y engañosa como la métrica de Schwarzschild.

2. Definición consistente de la métrica.

Con referencia a la nota 189(1) que acompaña este documento en www.ajias.us, consideremos en primer lugar el espacio euclídeo tridimensional [12]. Los elementos de su métrica se definen habitualmente como:

$$g_{11} = h_1^2, \quad g_{22} = h_2^2, \quad g_{33} = h_3^2 \quad (1)$$

donde h_1 , h_2 y h_3 son los factores de escala. En el sistema de coordenadas polares cilíndricas:

$$h_1 = 1, \quad h_2 = r, \quad h_3 = 1 \quad (2)$$

donde r es la coordenada radial, de manera que la definición habitual de la métrica es:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Por otro lado, en la representación cartesiana:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

No resulta consistente tener dos métricas diferentes que representen el mismo espacio matemático, y la presencia de r^2 provoca una inconsistencia dimensional, porque r^2 posee unidades de metros cuadrados en tanto que los otros elementos de la métrica en (3) no poseen unidades. Como consecuencia del empleo de la definición habitual (3) extendida a un espacio de Minkowski de cuatro dimensiones, algunos símbolos de Christoffel de la así llamada métrica de Schwarzschild no desaparecen para el caso de un espacio-tiempo plano, en el cual las conexiones deben ser todas iguales a cero. Esto constituye una contradicción que no ha sido corregida a lo largo de un siglo.

La inconsistencia se elimina mediante el empleo de la definición de la métrica en términos de vectores unitarios e_i y un sistema de coordenadas curvilíneo, como por ejemplo:

$$g_{ij} = e_i \cdot e_j \quad (5)$$

para una métrica diagonal. De manera que tanto para el sistema cartesiano como para el sistema polar, cilíndrico o cualquier otro sistema de coordenadas, la métrica es siempre la diagonal unitaria con consistencia dimensional:

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

La métrica de Minkowski en cualquier sistema de coordenadas también es libre de coordenadas, a la manera de la geometría de Cartan:

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

La métrica para el espacio-tiempo con simetría esférica [11] es, para todos los sistemas de coordenadas:

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} w(r) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/w(r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

En consecuencia, hay una sola conexión antisimétrica en el espacio-tiempo con simetría esférica, la cual constituye un descubrimiento de la mayor importancia. Esta conexión es:

$$\nabla^\rho_{\nu} = - \nabla^\rho_{\nu} = \frac{1}{2} \overrightarrow{w} \cdot \overleftarrow{\frac{\partial w}{\partial r}} \quad (9)$$

y se encuentra restringida por la identidad de Evans [1-10]:

$$D_\mu T^{\lambda\mu\nu} = R^{\lambda\mu\nu}_\nu. \quad (10)$$

En el sistema habitualmente inconsistente, la métrica de Minkowski se expresaba algunas veces en coordenadas polares cilíndricas como:

$$g_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (11)$$

lo cual resulta dimensionalmente inconsistente y que también contiene el error:

$$h_3 = ? \quad r \sin \theta \quad (12)$$

La expresión correcta para el tercer factor de escala del sistema polar cilíndrico es bien conocido [12] y debiera de ser:

$$h_3 = 1. \quad (13)$$

3. Deducción del factor de la métrica $m(r)$.

El teorema fundamental de la geometría de Riemann para una métrica diagonal del tipo (8) es [1-10]:

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\lambda} = \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} \partial_\nu g_{\mu\rho}, \quad \nu \neq \mu \quad (14)$$

donde no existe suma sobre el índice repetido μ . La única conexión que debe de considerarse es:

$$\Gamma^{\sigma}_{\nu\lambda} = - \Gamma^{\sigma}_{\lambda\nu}. \quad (15)$$

El tensor de torsión es el doble de la conexión:

$$T^{\lambda\mu\nu} = 2 \Gamma^{\lambda\mu\nu} - \Gamma^{\lambda\mu\nu} - \Gamma^{\mu\nu\lambda} \quad (16)$$

y los índices se incrementan y reducen en forma habitual [11] empleando la métrica y la inversa de la métrica:

$$\Gamma^{\lambda\mu\nu} = g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} \Gamma^\lambda_{\alpha\beta} \quad (17)$$

A partir de las Ecs. (15) y (17):

$$\Gamma^{\alpha\beta} = g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha\beta} \quad (18)$$

A partir de las Ecs. (10) y (15):

$$D_\lambda T^{\alpha\beta} = R^\alpha_{\lambda\mu} \quad (19)$$

$$D_\lambda (g^{\mu\nu} T^{\alpha\beta}) = g^{\mu\nu} D_\lambda T^{\alpha\beta} + g^{\alpha\beta} D_\lambda g^{\mu\nu} \quad (20)$$

es decir,

$$D_\lambda (g^{\mu\nu} T^{\alpha\beta}) = g^{\mu\nu} D_\lambda T^{\alpha\beta} + g^{\alpha\beta} D_\lambda g^{\mu\nu} \quad (21)$$

Por compatibilidad métrica:

$$D_\mu g^{\nu\beta} = 0 \quad (22)$$

de manera que:

$$D_\lambda (g^{\mu\nu} T^{\alpha\beta}) = g^{\mu\nu} D_\lambda T^{\alpha\beta} + g^{\alpha\beta} D_\lambda g^{\mu\nu} = 0 \quad (23)$$

es decir,

$$D_\lambda T^{\alpha\beta} = R^{\alpha\beta}_{\lambda\mu} \quad (24)$$

Tal como en los documentos UFT 186 y sigs. en www.aisas.us:

$$D_\lambda T^{\alpha\beta} = \partial_\lambda T^{\alpha\beta} - R^{\alpha\beta}_{\lambda\mu} \quad (25)$$

de manera que la identidad de Evans para la conexión singular (15) se reduce a:

$$\partial_\lambda T^{\alpha\beta} = R^{\alpha\beta}_{\lambda\mu} \quad (26)$$

El tensor de curvatura se define [1-11] como:

$$R^{\alpha\beta}_{\sigma\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^{\alpha\beta}_{\nu\sigma} - \partial_\nu \Gamma^{\alpha\beta}_{\mu\sigma} + \Gamma^{\gamma\beta}_{\mu\sigma} \Gamma^{\alpha}_{\nu\gamma} - \Gamma^{\gamma\beta}_{\nu\sigma} \Gamma^{\alpha}_{\mu\gamma} \quad (27)$$

y se le conoce como el tensor de Riemann, aun cuando no lo dedujo Riemann, porque Riemann no conocía el concepto de la conexión geométrica. El primero en inferir la conexión fue Christoffel, alrededor del año 1867. El tensor de curvatura relevante es:

$$R^{\alpha\beta}_{\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^{\alpha\beta}_{\nu\lambda} - \partial_\nu \Gamma^{\alpha\beta}_{\mu\lambda} + \Gamma^{\gamma\beta}_{\mu\lambda} \Gamma^{\alpha}_{\nu\gamma} - \Gamma^{\gamma\beta}_{\nu\lambda} \Gamma^{\alpha}_{\mu\gamma} \quad (28)$$

en el que debe de cumplirse la siguiente definición:

$$\lambda = 0. \quad (28)$$

Por lo tanto:

$$R_{10}^o = \partial_1 T_{10}^o + T_{10}^o T_{01}^o.$$

Resulta entonces que:

$$\exists \partial_1 T_{10}^o + (T_{10}^o)^2 = 0. \quad (29)$$

Empleando la Ec. (9):

$$3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial r} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{m^2} \left(\frac{\partial m}{\partial r} \right)^2 = 0 \quad (30)$$

La cual es una ecuación diferencial en m .

Si efectuamos el cambio de variable:

$$m = \exp(2\alpha) \quad (32)$$

para obtener:

$$\exists \frac{\partial^2 \alpha}{\partial r^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)^2 = 0. \quad (33)$$

Utilizando nuevamente un cambio de variable:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r} \right)^2 = \frac{\partial \alpha}{\partial r} - f(r) \quad (34)$$

donde f es una función de r , se obtiene:

$$\exists \frac{\partial^2 \alpha}{\partial r^2} + \frac{\partial \alpha}{\partial r} = f(r) \quad (35)$$

La ecuación reducida [13, 14] de la Ec. (35) es:

$$\exists \frac{\partial^2 \alpha}{\partial r^2} + \frac{\partial \alpha}{\partial r} = 0. \quad (36)$$

La solución de la ecuación reducida (36) es la función complementaria, y para mantener una estructura dimensionalmente correcta la función complementaria debe ser:

$$\alpha = \pm \exp \left(-\frac{r}{\bar{R}} \right) \quad (37)$$

donde \bar{R} es una constante universal con unidades de metros. Por lo tanto la función complementaria es:

$$m_c(r) = \pm \exp \left(2 \exp \left(-\frac{r}{\bar{R}} \right) \right) \quad (38)$$

y puede tener un valor ya sea positivo o negativo. La integral particular de la Ec. (35) es, por definición, la misma que la integral particular de la Ec. (33). La solución general para la Ec. (33) es la suma de la integral particular y la función complementaria [13,14]. La

solución general debe compararse con datos experimentales en el sistema solar; estos datos son las órbitas de los planetas, meteoritos y demás, los cuales se conoce son órbitas elípticas con precisión para un excelente grado de aproximación. Con el objeto de describir estos datos, se obtiene la siguiente solución general:

$$m(r) = 2 - \exp\left(2 \exp\left(-\frac{r}{3R}\right)\right) \quad (39)$$

en donde la integral particular es:

$$m_p(r) = 2 \quad (40)$$

y en donde la función complementaria es:

$$m_c(r) = -\exp\left(2 \exp\left(-\frac{r}{R}\right)\right) \quad (41)$$

A partir de consideraciones puramente empíricas se sabe que una función de la métrica del tipo:

$$m_{emp}(r) = 1 - \frac{r_o}{r} \quad (42)$$

produce órbitas del sistema solar con alto grado de exactitud. Aquí:

$$r_o = \sqrt{\frac{M G}{c^2}} \quad (43)$$

donde G es la constante de Newton, M es la masa del Sol y c es la constante universal conocida como la velocidad de la luz en el vacío. En la siguiente sección se demuestra que la función de la métrica correctamente deducida (39) puede approximarse con exactitud mediante la métrica (42). La métrica (39) es la primera métrica en cosmología que ha sido deducida correctamente a partir de la geometría. Es bien sabido [1-10] que los intentos einsteinianos de antaño descartaban incorrectamente la torsión, y por esta misma razón carecían de sentido alguno.

4. Análisis computacional de la función de la métrica.

En esta sección se presentan detalles de soluciones cosmológicas. Luego de mostrar la solución general $m(r)$ deducida en la sección anterior, se deduce la función métrica de las órbitas de Kepler (relativista y no relativista, es decir newtoniana). Estas órbitas son válidas para el sistema solar. Finalmente presentamos la métrica de órbitas con forma de espiral logarítmica que se observan en escamas galácticas.

4.1 Propiedades de la solución general

En la Ec.(39) se presenta la forma general de $m(r)$. R es una constante establecida en un valor numérico de $1/3$ por simplicidad. A partir de la Fig. 1 puede observarse que esta función se comporta de un modo muy similar a la así-llamada métrica de Schwarzschild de la Ec. (42), con $r_0 = 1$. En particular, existe un punto de cruce del cero y una conducta

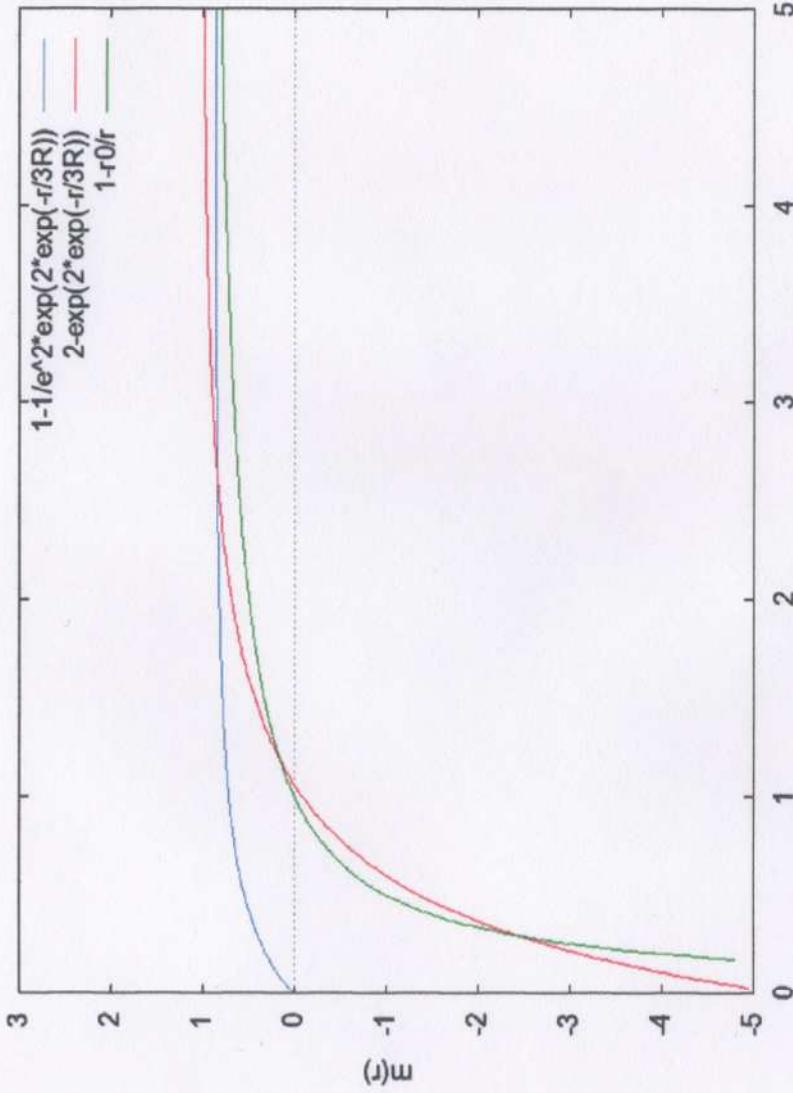


Figura 1: Formas diferentes de $m(r)$.

divergente para $r \rightarrow 0$. El punto de cruce de la línea de cero aparece en

$$r_{\text{cero}} = 3R \log\left(\frac{2}{\log(2)}\right) \quad (44)$$

El comportamiento divergente puede evitarse mediante un cambio de la coordenada r o utilizando otra solución admisible para la función métrica, como por ejemplo

$$w(r) = 1 - \frac{1}{c^2} \exp\left(2 \exp\left(-\frac{r}{3R}\right)\right) \quad (45)$$

Esta función es regular para $r \geq 0$, aunque el límite de esta función es

$$\mu(r) \rightarrow 1 - e^{-2} \quad (46)$$

en vez de la unidad cuando r se proyecta al infinito.

A partir del sistema solar se sabe que la Ec. (42) proporciona una excelente descripción de la gravedad. En consecuencia, intentaremos adoptar la curva de $m(r)$ a la representación gráfica de esta ecuación mediante la técnica de ajuste por mínimos cuadrados. En el caso de $m(r)$ se tiene sólo un parámetro R de ajuste; en consecuencia, no es posible obtener una coincidencia perfecta. El procedimiento numérico da

$$R = 0.374 \cdot r_o \quad (47)$$

como un valor óptimo. La representación gráfica resultante es muy similar a aquella mostrada en la Fig. (1) para $R = 1/3$.

4.2 El Problema relativista y no relativista de Kepler

La ecuación de las órbitas se encuentra a partir de la Ec. (14) para $\mu = v = 0$:

$$\nabla \cdot \mathbf{g}_{\text{ext}} = 0 \quad (48)$$

que es

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{w}(r, t) = 0. \quad (49)$$

La dependencia respecto del tiempo de m no se ha considerado hasta el momento. A partir de la Ec. (39) se puede ver que sólo el radio característico R puede depender del tiempo, de manera que

$$\mathbf{w}(r, t) = \mathcal{Z} - \exp(2 \exp(-\frac{r}{R(t)})). \quad (50)$$

Aplicando la derivada temporal en la Ec. (49) conduce entonces a la ecuación diferencial

$$\frac{1}{R^2(t)} \left(R(t) \frac{dr}{dt} - r \frac{dR(t)}{dt} \right) = 0 \quad (51)$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{r}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt}. \quad (52)$$

Esta es una ecuación para todas las órbitas. Debe considerarse que la coordenada radial r debe tener ahora una dependencia respecto del tiempo, la cual es característica para el movimiento orbital. Nótese que esta dependencia respecto del tiempo no aparece a priori en la función de la métrica (39). Las órbitas de los planetas en el sistema solar se describen experimentalmente mediante una elipse con precesión:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(\gamma\theta)} \quad (53)$$

donde ϵ es la excentricidad, α es el eje semi-mayor y γ es un parámetro que describe la precesión de la elipse. En el límite newtoniano tenemos

$$\gamma \rightarrow 1. \quad (54)$$

La trayectoria elíptica en precesión se deduce a partir de la así-llamada métrica de Schwarzschild

$$ds^2 = \left(1 - \frac{v_0}{r}\right)c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{v_0}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 \sin^2(\theta) d\theta^2 \quad (55)$$

que es una aproximación a la métrica mediante la función métrica $m(r,t)$ deducida en este documento y que se introduce en la métrica de Minkowski para

$$\frac{v_0}{r} \rightarrow 0 \quad (56)$$

La derivada respecto del tiempo de θ en el movimiento central es

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{\mu r^2} \quad (57)$$

donde L es el momento angular conservado y μ es la masa reducida. Con la Ec. (53) esto resulta

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{\mu \alpha^2} \left(1 + \epsilon \cos(\gamma\theta)\right)^2 \quad (58)$$

y a partir de esta ecuación y la Ec. (53) se obtiene por diferenciación:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \frac{dr}{d\theta} = \frac{L}{\mu \alpha^2} \frac{\epsilon \sin(\gamma\theta)}{\gamma}. \quad (59)$$

Insertando los resultados en la Ec. (52) nos da una ecuación diferencial para $R(t)$:

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{L}{\mu \alpha^2} \left(1 + \epsilon \cos(\gamma\theta)\right) \sin(\gamma\theta) = \frac{1}{R(t)} \frac{\alpha R(t)}{\alpha t} \quad (60)$$

Debido a que

$$\frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} = \frac{d \log(R(t))}{dt} \quad (61)$$

Puede integrarse esta ecuación para dar:

$$R(t) = c \int \frac{L \epsilon}{\mu \alpha^2} \left(1 + \epsilon \cos(\gamma\theta)\right) \sin(\gamma\theta) dt \quad (62)$$

con una constante de integración c. La integral no puede evaluarse directamente debido a la dependencia respecto del tiempo de θ , pero puede llevarse a cabo una sustitución de variables $t \rightarrow \theta$ utilizando la Ec. (58). El posterior empleo de álgebra computacional da el resultado final

$$R(\theta) = \frac{c}{(1 + \epsilon \cos(\theta))^{\frac{1}{\sqrt{3}}}} \quad (63)$$

el cual con una apropiada selección de la constante c puede expresarse como

$$R(\theta) = r(\theta)^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \quad (64)$$

Para órbitas newtonianas esto se simplifica aún más hasta el resultado fundamental

$$R(\theta) = r(\theta) \quad (65)$$

La dependencia de $m(r; \theta)$ se ha representado gráficamente como una superficie en la Fig. 2, para $\epsilon = 0.3$ (fijando todas las demás constantes igual a la unidad). La débil dependencia cíclica del ángulo θ se vuelve visible. La dependencia de θ respecto del tiempo puede calcularse por integración de la Ec.(58). El resultado que se obtiene a partir de álgebra computacional es bastante complejo:

$$\begin{aligned} t = & \frac{2 \sqrt{\mu}}{y} \left(\operatorname{atan} \left(\frac{(2\epsilon - 2)\sin(\theta)}{2\sqrt{1 - \epsilon^2}(\cos(\theta) + 1)} \right) \right. \\ & \left. - \frac{\epsilon \sin(\theta)}{(\cos(\theta) + 1) \left(\frac{(\epsilon^3 - \epsilon^2 - \epsilon + 1)\sin(\theta)^2}{(\cos(\theta) + 1)^2} - \epsilon^3 - \epsilon^2 + \epsilon + 1 \right)} \right) \quad (66) \end{aligned}$$

El comportamiento se ilustra en la Fig. 3. Puede apreciarse que, para un valor de excentricidad relativamente fuerte de $\epsilon = 0.3$ la dependencia permanece cercana a una función lineal, tal como habría de esperarse para el sistema solar.

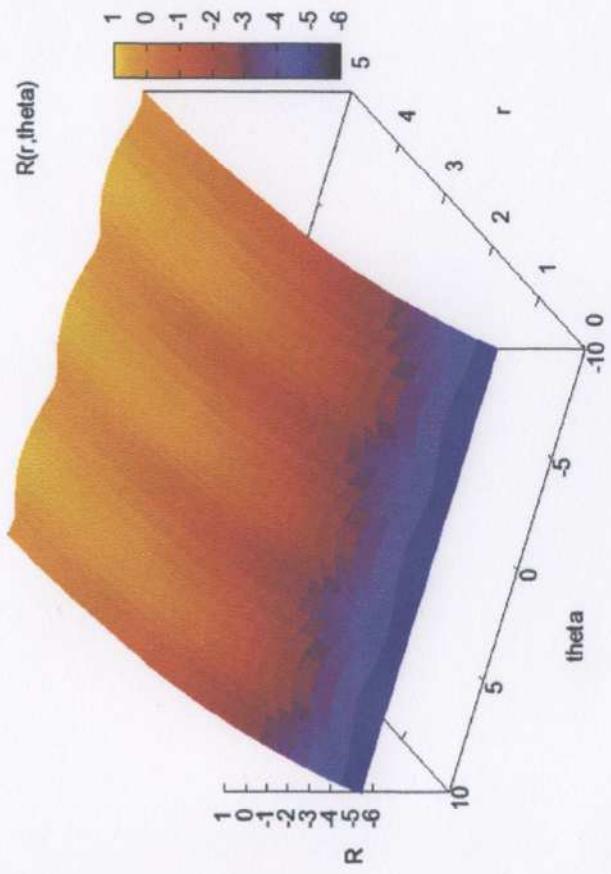


Figura 2: Representación gráfica de superficie de $m(r,t)$ para órbitas keplorianas.

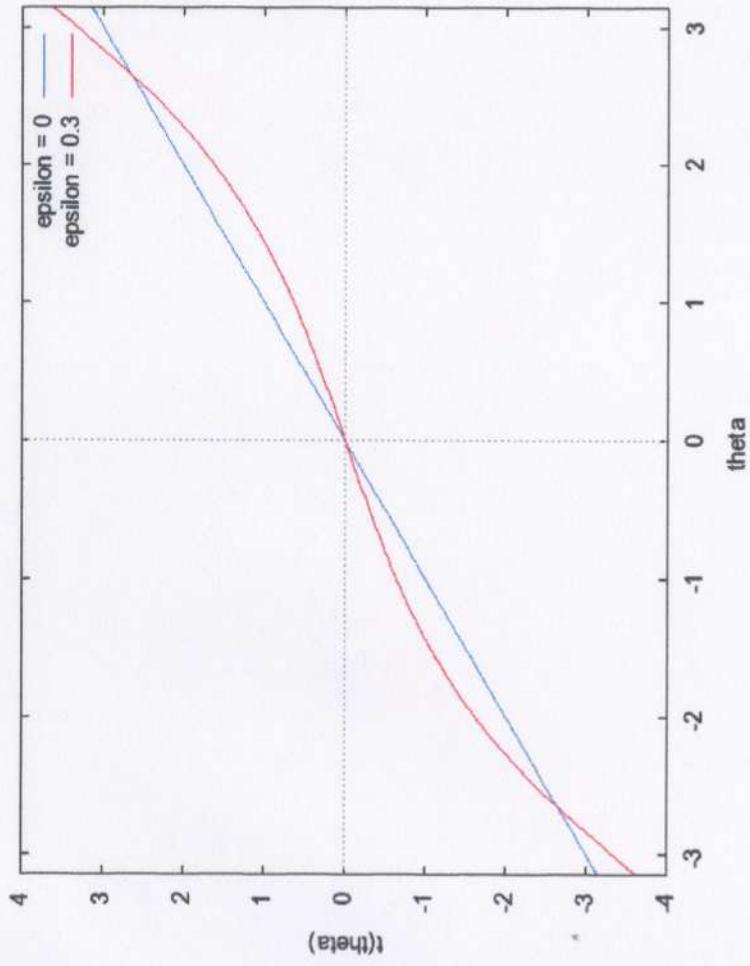


Figura 3: Dependencia de $t(\theta)$ para órbitas keplorianas.

4.1 Órbitas con forma de espiral logarítmica.

La órbita de una espiral logarítmica viene dada por [13]

$$r = k \exp(\alpha \theta) \quad (67)$$

donde k y α son constantes. La dependencia respecto del tiempo de r es

$$r(t) = \left(\frac{2\alpha L}{\mu} + k^2 C \right)^{\frac{1}{2}} \quad (68)$$

donde μ y L se definen como en el caso de las órbitas keplerianas. A partir de la última ecuación resulta

$$\frac{dr(t)}{dt} = -\frac{\alpha L}{\mu} \left(\frac{2\alpha L}{\mu} t + k^2 C \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (69)$$

Con la Ec. (52), que es

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} \quad (70)$$

obtenemos la ecuación diferencial

$$-\frac{\alpha L}{\mu} \left(\frac{2\alpha L}{\mu} t + k^2 C \right)^{-2} = \frac{1}{R(t)} \frac{dR(t)}{dt} \quad (71)$$

La solución es

$$R(t) = R_0 \exp\left(-\frac{1}{\mu^2} \left(\alpha^2 L^2 t^2 + \alpha k^2 \mu C L t \right)\right) \quad (72)$$

con una constante de integración R_0 . Esto constituye una función de tipo gaussiana, ilustrada en la Fig. 4, donde una vez más se han establecido todas las constantes iguales a la unidad. Insertando $R(t)$ en la Ec. (50) obtenemos la función métrica para órbitas logarítmicas. Esto también se representa gráficamente en la Fig. 4, demostrando cierta clase de comportamiento semejante al de una gaussiana invertida. La dependencia combinada de r y t puede observarse en la representación gráfica de superficie (Fig. 5). La función $m(r, t)$ se comporta como una gaussiana en función del tiempo y como una función tipo $1/r$ en la coordenada radial. El intervalo que muestra cierto significado físico comienza en $t = 0$, en donde m posee la mayor pendiente, reflejando el hecho de que m posee la máxima desviación respecto de un comportamiento como habría de darse en el espacio libre cuando está cerca del centro de una espiral. Los brazos en forma de espiral de las galaxias debieran poder describirse en esta forma.

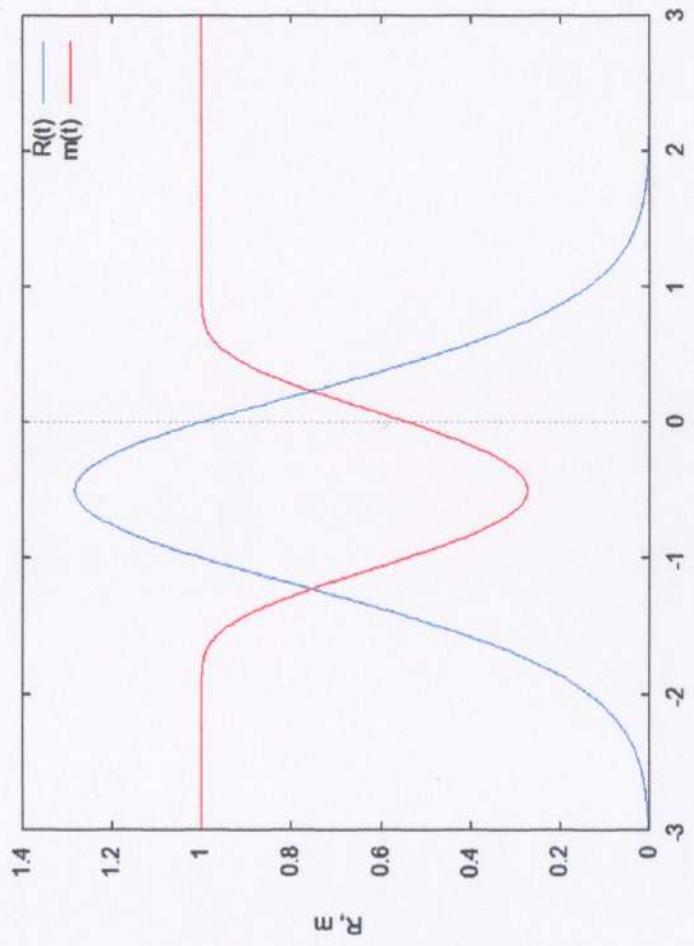


Figura 4: Las funciones $R(t)$ y $m(r,t)$ (con $r = 5$) para una órbita en forma de espiral logarítmica.

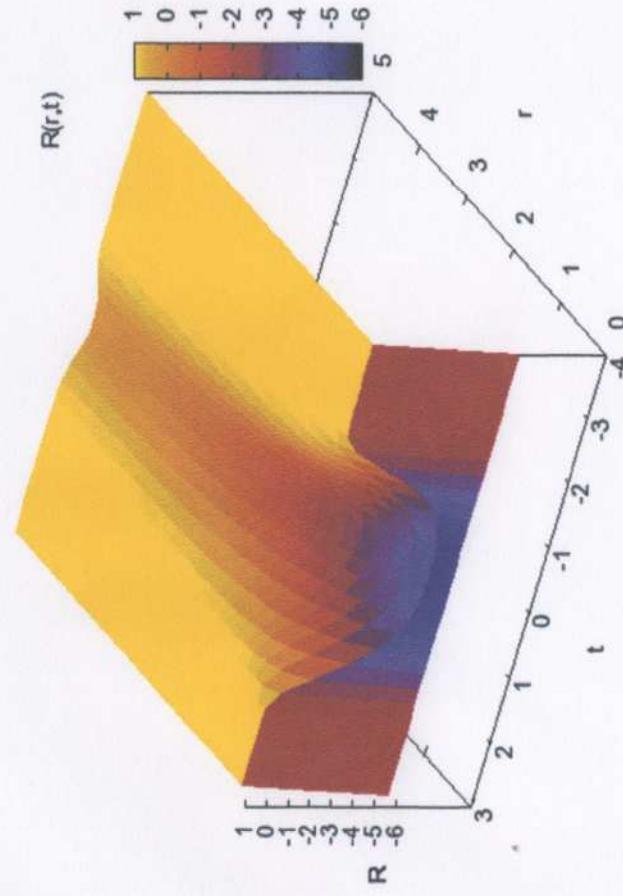


Figura 5: Representación gráfica de superficie para $m(r,t)$ para una órbita con forma de espiral logarítmica.

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia, y al grupo técnico de AIAS por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por su publicación en la red, a Alex Hill por sus traducciones y grabaciones, y a Robert Cheshire y a Simon Clifford por su colaboración en las grabaciones. Se agradece al personal de la Biblioteca Nacional de Gales y de la Biblioteca Británica por su colaboración en el archivado del portal www.aias.us y de su diario en red (“blog”) en dichas bibliotecas.

Referencias.

- [1] M. W. Evans, ed., *Journal of Foundations of Physics and Chemistry* (bimestral a partir de junio 2011, Cambridge International Science Publishing, www.cisp-publishing.com).
- [2] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendar gast, “*Criticisms of the Einstein Field Equation*” (Cambridge International Science Publishing, primavera 2011).
- [3] K. Pendar gast, “*The Life of Myron Evans*” (Cambridge International Science Publishing, primavera 2011).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y K. Pendar gast, “*Generally Covariant Unified Field Theory*” (Abramis 2005 - 2011) en siete volúmenes.
- [5] L. Felker, “*The Evans Equations of Unified Field Theory*” (Abramis 2007). Tanto la versión en inglés como su traducción al castellano pueden hallarse en el portal www.aias.us. La traducción al castellano se encuentra en la Sección Español de dicho portal.
- [6] M.W.Evans, D.W.Lindstrom y H.Eckardt, “*ECE Theory Applied to H Bonding*”, (Academia de Ciencias de Serbia, 2010).
- [7] Los portales acerca de la teoría ECE: www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org, www.et3m.net.
- [8] M. W. Evans y S.Kielich (eds.), “*Modern Non-Linear Optics*”, (Wiley, primera edición, 1992, 1993, 1997, 2001), en seis volúmenes y dos ediciones.
- [9] M. W. Evans y L. B. Crowell, “*Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field*” (World Scientific, 2001).

- [10] M. W. Evans y J.-P. Vigier, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, 1994 - 2002), en diez volúmenes, en encuadernación ya sea de tapa dura o blanda. M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagnetons in Quantum Field Theory” (World Scientific, 1994).
- [11] S. P. Carroll, “Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York, 2004).
- [12] E.G.Milewski (Editor en Jefe), “The Vector Analysis Problem Solver” (Res.Ed.Assoc., Nueva York, 1987).
- [13] J.B.Marion y S.T.Thornton, “Classical Dynamics of Particles and Systems”, (Harcourt Brace, Nueva York, 1988, 3a edición).
- [14] G. Stephenson, “Mathematical Methods for Science Students”, (Longmans, 1968, 5^a impresión).