

# Demostraciones sencillas de la antisimetría de la conexión de Christoffel.

por

M .W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom

Civil List y A. I. A. S

([www.aias.us](http://www.aias.us), [www.atomicprecision.com](http://www.atomicprecision.com), , [www.upitec.org](http://www.upitec.org), [www.webarchive.org.uk](http://www.webarchive.org.uk),  
[www.et3m.net](http://www.et3m.net))

Traducción: Alex Hill ([www.et3m.net](http://www.et3m.net))

## Resumen.

Se demuestra en forma directa a través de dos métodos que la conexión de Christoffel es antisimétrica en sus dos índices inferiores, refutando así en forma directa la relatividad general einsteiniana. Se presenta la deducción correcta de la ecuación de Newton a partir de la ecuación de la geodésica, utilizando una conexión antisimétrica de Christoffel correcta.

*Palabras clave:* Teoría ECE, antisimetría de la conexión de Christoffel, deducción de la ecuación de Newton a partir de la ecuación de la geodésica.

## 1. Introducción.

La conexión de Christoffel fue introducida a la geometría en el año de 1869, en una forma tal que se le definió como simétrica en sus dos índices inferiores. Existen símbolos de Christoffel simétricos de primera y segunda clase. La conexión de Christoffel expandió el trabajo previo de Riemann, quien introdujo la idea del tensor métrico simétrico. Alrededor de treinta años después, se desarrolló la disciplina del análisis tensorial y Levi-Civita, Ricci, Bianchi y colaboradores introdujeron el concepto de curvatura. En aquella época, la conexión simétrica de Christoffel era la única definición disponible, y fue la utilizada por Einstein en su desarrollo de la relatividad general, como es bien sabido. La ecuación de campo de Einstein es correcta si, y sólo si, la conexión de Christoffel es simétrica. Sin embargo, alrededor del año 1923 Cartan y sus colaboradores introdujeron el concepto de torsión, la cual existe si, y sólo si, la conexión de Christoffel es antisimétrica. De manera que resulta claro que la definición original de Christoffel, del año 1869, era demasiado restringida. Cartan se comunicó con Einstein, como es bien sabido, pero la parte antisimétrica de la conexión continuó sin ser tomada en cuenta. En la serie de documentos de la teoría ECE [1 – 10] se ha demostrado de varias maneras que la conexión de Christoffel no posee una parte simétrica, y es totalmente antisimétrica. Ha quedado así refutada toda la era de la relatividad general einsteiniana (RGE).

En la Sección 2 se presenta una demostración completamente sencilla de la antisimetría de la conexión, utilizando el conocido método del commutador [11] que genera simultáneamente torsión y curvatura. La teoría RGE considera incorrectamente como axiomática una conexión simétrica, de manera que la torsión es incorrectamente igual a cero por axioma. Por otra parte, el método del commutador aísla la conexión, mostrando que su simetría en sus índices inferiores es aquella del commutador, es decir antisimétrica. El commutador nulo es un commutador, y es igual a cero porque es simétrico. En consecuencia, la conexión simétrica es igual a cero, Q.E.D. Este descubrimiento resulta suficiente para refutar íntegramente la RGE, la cual deviene una teoría sin sentido, lo cual quita toda realidad a las afirmaciones de que fue comprobada en la práctica.

En la Sección 3 se brinda una demostración sencilla adicional de la antisimetría de la conexión, utilizando la transformación general de coordenadas. Se incluyen todos los detalles pertinentes en las notas de acompañamiento para este documento, publicadas en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). Finalmente, en la Sección 4 se muestra de una manera muy sencilla que la deducción einsteiniana de la ecuación de Newton a partir de la ecuación de la geodésica falla desde un principio debido a su empleo de una conexión simétrica de Christoffel. Se incluye un ejemplo de una deducción correcta, utilizando una conexión de Christoffel antisimétrica.

## 2. Demostración de la antisimetría de la conexión mediante el commutador.

El commutador de derivadas covariantes [11] en geometría es un operador que actúa sobre cualquier tensor en un espacio de cualquier número de dimensiones para producir

tensores de torsión y curvatura. Su acción sobre un vector  $v^\rho$  produce el siguiente resultado:

$$[D_\mu, D_\nu] V^\rho = R_{\sigma\mu\nu}^\rho V^\sigma - T_{\mu\nu}^\lambda D_\lambda V^\rho \quad (1)$$

donde el tensor de torsión se define mediante:

$$T_{\mu\nu}^\lambda = \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \Gamma_{\nu\mu}^\lambda \quad (2)$$

y donde  $R_{\sigma\mu\nu}^\rho$  es el tensor de curvatura. Es bien sabido que tanto la torsión como la curvatura son antisimétricos:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = -\Gamma_{\nu\mu}^\lambda \quad (3)$$

$$R_{\sigma\mu\nu}^\rho = -R_{\sigma\nu\mu}^\rho \quad (4)$$

porque el commutador es antisimétrico:

$$[D_\mu, D_\nu] V^\rho = - [D_\nu, D_\mu] V^\rho \quad (5)$$

$$\text{Sea: } \Gamma_{\mu\nu}^\lambda = A, \quad \Gamma_{\nu\mu}^\lambda = B \quad (6)$$

entonces

$$[D_\mu, D_\nu] V^\rho = (B-A) D_\lambda V^\lambda + \dots \quad (7)$$

$$[D_\nu, D_\mu] V^\rho = (A-B) D_\lambda V^\lambda + \dots \quad (8)$$

Ahora permitamos que:

$$\mu = \nu \quad (9)$$

y la Ec. (7) da:

$$\mathcal{B} - \mathcal{A} = 0 \quad (10)$$

en tanto que la Ec. (8) da:

$$\mathcal{A} - \mathcal{B} = 0. \quad (11)$$

De manera que resulta que:

$$\mathcal{B} - \mathcal{A} = \mathcal{A} - \mathcal{B} = 0, \quad (12)$$

$$2\mathcal{A} = 2\mathcal{B} = 0. \quad (13)$$

La conexión simétrica es igual a cero, Q. E. D., y la conexión de Christoffel es siempre antisimétrica:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = - \Gamma_{\nu\mu}^{\lambda} \quad (14)$$

Esta demostración utiliza el hecho de que el commutador nulo es un commutador que es igual a cero porque es simétrico:

$$[\mathcal{D}_{\mu}, \mathcal{D}_{\nu}] V^{\lambda} = 0, \quad (15)$$
$$\mu = \nu$$

La teoría RGE utiliza una conexión simétrica y, por ende, pierde todo sentido como teoría.

### 3. Transformación de la conexión de Christoffel.

Es bien sabido [1 – 10] que la conexión de Christoffel se transforma según:

$$\Gamma_{\mu'\lambda'}^{\nu'} = q_{\mu'}^{\mu} q_{\lambda'}^{\lambda} (\Gamma_{\mu\lambda}^{\nu} - \partial_{\mu} q_{\lambda}^{\nu}) \quad (16)$$

bajo una transformación general de coordenadas. En esta anotación:

$$g_{\mu}^{\nu} = \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}}, \quad g^{\lambda}_{\nu} = \frac{\partial x^{\lambda}}{\partial x^{\nu}}, \quad g^{\nu}_{\lambda} = \frac{\partial x^{\nu}}{\partial x^{\lambda}} \quad (17)$$

Consideremos:

$$g^{\nu}_{\lambda} = \frac{\partial x^{\nu}}{\partial x^{\lambda}} = \frac{\partial x^{\nu}}{\partial x^{\lambda}} \frac{\partial x^{\lambda}}{\partial x^{\lambda}}. \quad (18)$$

En la variedad arbitraria, sin embargo, la Ec. (2.15) de la referencia (11), notas en línea de 1997):

$$\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x^{\lambda}} = \sum_{\lambda}^{\nu} \quad (19)$$

dónde la función delta de Kronecker se define como:

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda}^{\nu} &= 1, & \nu = \lambda \\ &= 0, & \nu \neq \lambda. \end{aligned} \quad (20)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial x^{\nu}}{\partial x^{\lambda}} = 0 \quad (21)$$

a menos que:

$$\nu = \lambda. \quad (22)$$

Si se cumple la Ec. (22) entonces:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x^{\nu}}{\partial x^{\lambda}} &= \frac{\partial x^{\lambda}}{\partial x^{\lambda}} = \frac{\partial x^{\lambda}}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\lambda}} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

a menos que:

$$\nu = \lambda. \quad (24)$$

De manera que:

$$\partial_\mu q^\nu_\lambda = 0 \quad (25)$$

a menos que:

$$\mu = \nu = \lambda \quad (26)$$

Esto resulta inconsistente con el hecho de que:

$$\mu \neq \nu \neq \lambda \quad (27)$$

en general. Por lo tanto:

$$\frac{\partial x^y}{\partial x^\lambda} = 0 \quad (28)$$

en general y la conexión se transforma como tensor:

$$\Gamma^v_{\mu\lambda} = q^\mu_\lambda q^\lambda_\gamma q^\gamma_v \Gamma^\gamma_\mu \quad (29)$$

Las notas acompañantes muestran que este resultado puede demostrarse en varias otras formas, y se refiere al lector a estas notas en la sección UFT del portal [www.ais.us](http://www.ais.us).

La RGE utiliza la idea de un marco local de Lorentz [11] en el cual el espacio tiempo es localmente plano y desaparecen las conexiones. A partir de la Ec. (16) la conexión transformada desaparece si:

$$q^\nu_\lambda \Gamma^\nu_\mu = \partial_\mu q^\nu_\lambda \quad (30)$$

es decir, si:

$$\Gamma^\nu_\mu = \frac{\partial x^\nu}{\partial x^{y'}} \frac{\partial}{\partial x^y} \left( \frac{\partial x^{y'}}{\partial x^\mu} \right) \quad (31)$$

entonces:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = 0. \quad (32)$$

Sin embargo, se obtiene el resultado correcto a partir de las Ecs. (28) y (31), es decir si

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = 0 \quad (33)$$

entonces

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = 0. \quad (34)$$

Si la conexión desaparece en un marco desaparece en todos los marcos. La idea de las coordenadas normales de Riemann no puede utilizarse. A su vez, el principio de equivalencia de Einstein no se sostiene tal como se define en la RGE, porque depende del marco plano local de Lorentz.

La definición original de 1869 para la conexión de Christoffel es similar a la Ec. (31), una ecuación que implica una conexión simétrica porque:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \left( \frac{\partial x^\nu}{\partial x^\lambda} \right) = \frac{\partial}{\partial x^\lambda} \left( \frac{\partial x^\nu}{\partial x^\mu} \right). \quad (35)$$

Sin embargo, a partir de la Ec. (28) se observa que

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \Gamma_{\lambda\nu}^{\mu} = 0 \quad (36)$$

es decir, la conexión simétrica es igual a cero, Q.E.D. la conexión antisimétrica es la única conexión distinta de cero y se transforma como un tensor:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = g_{\mu}^{\lambda} g_{\nu}^{\lambda} - g_{\nu}^{\lambda} g_{\mu}^{\lambda}. \quad (37)$$

La torsión se transforma como un tensor:

$$T_{\mu\nu}^{\lambda} = g_{\mu}^{\lambda} g_{\nu}^{\lambda} - g_{\nu}^{\lambda} g_{\mu}^{\lambda} \quad (38)$$

y si es igual a cero en un marco también será igual a cero en todos los marcos.

#### 4. Una deducción correcta de la ecuación de Newton a partir de la ecuación de la geodésica.

La ecuación de la geodésica [1 – 11] es:

$$\frac{\partial^2 x^\mu}{\partial \tau^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{\partial x^\rho}{\partial \tau} \frac{\partial x^\sigma}{\partial \tau} = 0 \quad (39)$$

donde se ha elegido como parámetro afín (o manifiestamente covariante) al tiempo propio  $\tau$ . En la teoría RGE, la reducción de esta ecuación a la ecuación de Newton consistía en la suposición de que en la parte espacial del ecuación con índice  $i$ :

$$\frac{\partial x^i}{\partial \tau} \ll \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (40)$$

Donde  $t$  es el tiempo en el marco del observador. Esta suposición reduce la Ec. (39) a:

$$\frac{\partial^2 x^\mu}{\partial \tau^2} + \Gamma_{00}^\mu \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} \right)^2 = 0 \quad (41)$$

Sin embargo:

$$\Gamma_{00}^\mu = 0 \quad (42)$$

por antisimetría, de manera que la teoría RGE falla desde un principio.

Se incluye a continuación una forma correcta para reducir la Ec. (39) al formato de la dinámica newtoniana. Consideraremos la parte espacial de la Ec. (39):

$$\frac{\partial^2 x^i}{\partial \tau^2} = - \Gamma_{jk}^i \frac{\partial x^j}{\partial \tau} \frac{\partial x^k}{\partial \tau}, \quad (43)$$

utilizando el método desarrollado en el documento UFT212 en [www.aitas.us](http://www.aitas.us):

$$\nabla^i_{jk} = - \nabla^i_{kj} = \frac{1}{r} \epsilon^i_{jk} \quad (44)$$

donde  $r$  es la magnitud del vector radial. Si multiplicamos ambos lados de la Ec. (43) por

$$x = \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \quad (45)$$

para dar:

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -\frac{1}{r} \epsilon^i_{jk} \frac{dx^j}{dt} \frac{dx^k}{dt} \quad (46)$$

La dinámica newtoniana viene dada por:

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = - \frac{\partial \Phi}{\partial x^i} \quad (47)$$

En la Ec.. (47):

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x^i} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} \frac{dt}{dx^i} = \frac{1}{r} \epsilon^i_{jk} \frac{dx^j}{dt} \frac{dx^k}{dt} \quad (48)$$

de manera que:

$$\Phi = \frac{x^i}{r} \epsilon^i_{jk} v^j v^k = \frac{x^i}{r} v^i v^i \quad (49)$$

Por lo tanto la dinámica newtoniana se define mediante:

$$\Phi = \frac{v^i}{r} x^i v_i \quad (50)$$

Con sumatorias respecto de índices repetidos. El commutador antisimétrico da origen a la

dinámica newtoniana, un commutador definido por:

$$\left[ \begin{matrix} i \\ j_k \end{matrix} \right] = \frac{1}{r} \epsilon_{ijk} \quad (51)$$

En forma más generalizada:

$$\frac{\partial^2 x^i}{\partial t^2} = - \left[ \begin{matrix} i \\ j_k \end{matrix} \right] \frac{\partial x^j}{\partial t} \frac{\partial x^k}{\partial t} \quad (52)$$

y en forma aún más general:

$$\frac{\partial^2 x^\mu}{\partial \tau^2} = - \left[ \begin{matrix} \mu \\ \nu_\lambda \end{matrix} \right] \frac{\partial x^\nu}{\partial \tau} \frac{\partial x^\lambda}{\partial \tau} \quad (53)$$

da origen a una dinámica no newtoniana. La deducción de la teoría RGE utiliza una conexión simétrica, por lo que resulta en correcta y sin sentido.

## Agradecimientos.

Se agradece el Gobierno Británico por el otorgamiento de la Pensión Civil Vitalicia y el rango de Armiger para MWE. Se agradece al grupo técnico de AIAS y a otros colegas por muchas discusiones interesantes. Se agradece a David Burleigh, Director General de Annexa Inc., por sus publicaciones en línea voluntarias, a Alex Hill, Robert Cheshire y Simon Clifford por las traducciones y grabaciones. AIAS está establecido bajo el Patroncino del Fideicomiso de la Familia Newlands (est. 2012).

## Referencias.

- [1] M.W. Evans, Ed, “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity” (CISP, Cambridge International Science Publishing, [www.cisp-publishing.com](http://www.cisp-publishing.com), 2012).
- [2] M. W. Evans, Ed., J. Foundations Physics and Chemistry (CISP, seis publicaciones anuales, a partir del año 2011 ).
- [3] M .W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation, CISP 2011).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field

Theory” (Abramis Academic, Suffolk, 2005a 2011) en siete volúmenes.

[5] L .Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis 2007). Existe traducción al castellano por Alex Hill en la sección en español del portal [www.aias.us](http://www.aias.us).

[6] K .Pendergast, “The Life of Myron Evans” (CISP 2011).

[7] M .W. Evans y S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley, 1992, 1993, 1997, 2001), en seis volúmenes y dos ediciones.

[8] M . W .Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific 2001).

[9] M .W. Evans y J.-P. Vigier, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002), en 10 volúmenes con encuadernación dura y blanda.

[10] M .W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory” (World Scientific 1994).

[11] S . P. Carroll, “Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity” (Addison Wesley, Nueva York 2004, y notas en línea de 1997).