

Límite clásico de la teoría ECE: desarrollo de la teoría x para secciones cónicas con precesión.

por

M. W. Evans y H. Eckardt

Civil List y AIAS.

(www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org,
www.et3m.net)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se desarrolla la teoría x de las secciones cónicas con precesión con el objeto de obtener expresiones para el área y circunferencia de una sección cónica cerrada y con precesión. La teoría x es una teoría para todas las órbitas observables en términos de las secciones cónicas con precesión, y se incluye un ejemplo de la teoría en operación. El significado de la conocida ley de fuerza de Newton se explica mediante dinámica lagrangiana, y se deduce de una manera sencilla la ley universal de fuerzas de la teoría x . Se evalúa el efecto del factor x de precesión sobre cantidades observables experimentalmente.

Palabras clave: Límite clásico de la teoría ECE, teoría x , ley de fuerza para órbitas con precesión.

1. Introducción.

Recientemente en esta serie de más de 200 documentos a la fecha, se ha desarrollado una teoría para todas las órbitas observables sobre la base de las secciones cónicas con precesión [1 – 10]. Estas últimas se caracterizan por el factor de precesión x . El ángulo de precesión también se define mediante x y es $2\pi(x - 1)$. Es bien sabido que en el sistema solar el ángulo de precesión es igual a unos pocos segundos de arco por siglo, de manera que x es muy cercano a la unidad para el sistema solar. En pulsares binarios y en estrellas de neutrones binarias, los cuales son sistemas con los máximos valores de precesión observados, x es ligeramente diferente de la unidad. Sin embargo se ha descubierto en recientes documentos de esta serie que cuando se incrementa el valor de x , las secciones cónicas con precesión adoptan una variedad de propiedades desconocidas hasta la fecha, y que incluyen propiedades fractales. Cuando se permite que x dependa del valor de r , es posible describir todas las órbitas observables mediante secciones cónicas con precesión. Un análisis lagrangiano directo da origen a la ley de fuerza para órbitas que se describen a través de secciones cónicas con precesión. La ley de fuerza es una suma de términos de la inversa del cuadrado y la inversa del cubo respecto de r , que corresponde a la distancia que existe entre el planeta considerado y el Sol. Por lo tanto, el potencial gravitacional universal es la suma de términos de la inversa y del cuadrado de la inversa de r . La teoría x describe en forma directa las órbitas con precesión, sin la necesidad de utilizar la relatividad general einsteiniana (RGE), la cual posee errores de muchas clases [1 – 10]. La refutación definitiva [1] de la RGE es que afirmaba erróneamente ser capaz de producir una sección cónica con precesión a partir de la ley de fuerza equivocada. La ley de fuerza de la RGE es una suma de términos que incluyen el cuadrado de la inversa y la cuarta potencia de la inversa de r . Es muy fácil demostrar que esta ley de fuerza no produce una precesión planetaria, habiendo sido Schwarzschild quien señaló esta situación por primera vez [11]. El desarrollo completo de la RGE durante el siglo XX contiene serios errores. La toma de conciencia de esta situación ha conducido al desarrollo de una teoría x para todas las órbitas, mucho más sencilla y más poderosa. De manera que el producto final representa un avance significativo en el campo de la física y también de las matemáticas. Antes del desarrollo de este trabajo, la teoría de las secciones cónicas fractales era completamente desconocida, y constituye un campo de estudio potencialmente rico que puede desarrollarse en el campo de las matemáticas.

En la Sección 2 se utiliza el Teorema de Green para deducir una expresión para el área de una sección cónica cerrada y con precesión, la elipse con precesión. Estos sencillos ejercicios matemáticos asumen ahora un nuevo significado e importancia, porque ahora se sabe que un incremento en el valor de x da origen a unas matemáticas completamente novedosas. En la física, es bien sabido el hecho de que el área descrita por una órbita se relaciona con la segunda y tercera leyes de Kepler. Se incluyen detalles precisos de la deducción de la ecuación polar de la elipse a partir de la ecuación cartesiana de la elipse, y una vez más, dichos detalles adquieren una nueva importancia. Se incluye un ejemplo resuelto de la teoría x , la obtención de una órbita en espiral logarítmica a partir de una sección cónica con precesión. Se desarrolla el significado preciso mediante dinámica lagrangiana de la ley de fuerza newtoniana, y se deduce la nueva ley de fuerza universal a partir de la teoría x . La deducción es la sencilla consecuencia de la bien conocida dinámica lagrangiana, pero una vez más adquiere un nuevo significado en el campo de las matemáticas a medida que se incrementa el valor de x . Resulta concebible que puedan existir órbitas, en el campo de la astronomía, que muestren propiedades fractales de la teoría x . Finalmente, se calcula la circunferencia de una órbita con precesión, y una vez más, a medida que se incrementa el valor de x , las propiedades de las circunferencias adquieren un significado completamente novedoso.

En la Sección 3 se incluyen resultados gráficos y análisis de las deducciones efectuadas en la Sección 2.

2. Propiedades de las órbitas con precesión en la teoría x.

Consideremos la ecuación cartesiana de la elipse:

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1 \quad (1)$$

donde a y b son, respectivamente, el semieje mayor y el semieje menor. En la Ec. (1):

$$X = a \cos \theta, \quad Y = b \sin \theta \quad (2)$$

donde θ es el ángulo polar del sistema plano de coordenadas polares cilíndricas. En teoría planetaria, el Sol se ubica en uno de los focos F de la elipse, de manera que se requiere de la ecuación polar de la elipse con respecto al foco F . El foco F es el punto $(ae, 0)$ donde e es la excentricidad de la elipse. La distancia r desde el punto (X, Y) a $(ae, 0)$ es la coordenada radial del sistema cilíndrico plano. A partir de consideraciones elementales:

$$\begin{aligned} r^2 &= X^2 - a^2 e^2 + Y^2 \\ &= X^2 - a^2 e^2 + b^2 \left(1 - \frac{X^2}{a^2}\right). \end{aligned}$$

La excentricidad de la elipse se define mediante:

$$e^2 = 1 - \frac{b^2}{a^2}, \quad (3)$$

de manera que:

$$r^2 = X^2 e^2 - 2aeX + a^2 \quad (4)$$

Por lo tanto:

$$r = \pm (eX - a) \quad (5)$$

donde:

$$X = a\epsilon + r \cos \theta \quad (6)$$

Se acostumbra seleccionar la raíz negativa de la Ec. (5) para definir la ecuación polar de la elipse, de manera que:

$$r = -\epsilon (a\epsilon + r \cos \theta) + a \quad (7)$$

es decir

$$r = \frac{a}{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (8)$$

En donde la semilatiitud recta es:

$$a = a(1 - \epsilon^2) \quad (9)$$

la Ec. (8) es la ecuación polar de la elipse, Q.E.D. Es también la ecuación polar de todas las secciones cónicas, como fue demostrado originalmente por Bernoulli.

El área de la elipse se obtiene mediante una sencilla aplicación del Teorema de Green:

$$\frac{1}{2} \oint X dY - Y dX = \int dX dY. \quad (10)$$

En coordenadas polares elípticas:

$$X = a \cos \theta, \quad Y = b \sin \theta, \quad (11)$$
$$dX = -a \sin \theta d\theta, \quad dY = b \cos \theta d\theta.$$

De manera que:

$$A = \oint X dY = \int_0^{2\pi} ab \cos^2 \theta d\theta = \pi ab \quad (12)$$

En coordenadas polares circulares:

$$\begin{aligned}
 X &= r \cos \theta, & Y &= r \sin \theta, \\
 dX &= -r \sin \theta d\theta - dr, & dY &= r \cos \theta d\theta + dr, \\
 dY &= r \cos \theta d\theta + dr, & dX &= -r \sin \theta d\theta - dr,
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

de manera que:

$$A = \frac{1}{2} \oint (X dY - Y dX) = \frac{1}{2} \oint r^2 d\theta
 \tag{14}$$

a partir de lo cual se obtiene la bien conocida [12] ecuación para cualquier línea en un plano:

$$dA = \frac{1}{2} r^2 d\theta.
 \tag{15}$$

En el campo de la astronomía, la Ec.(15) conduce a la segunda ley de Kepler [12].

En consecuencia:

$$A = \frac{1}{2} \oint r^2 d\theta = \oint X dY
 \tag{16}$$

donde:

$$X = a \cos \theta, \quad Y = b \sin \theta,$$

$$r = \frac{a}{1 + \epsilon \cos \theta}
 \tag{17}$$

y el área es, consistentemente:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \oint r^2 d\theta = \frac{a^2}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1 + \epsilon \cos \theta)^2} \\
 &= \frac{a^2}{2(1 - \epsilon^2)} \left[\frac{2}{(1 - \epsilon^2)^{1/2}} \tan^{-1} \left(\frac{(1 - \epsilon) \tan(\theta/2)}{(1 - \epsilon^2)^{1/2}} \right) - \frac{\epsilon \sin \theta}{1 + \epsilon \cos \theta} \right]_0^{2\pi} \\
 &= ab \tan^{-1} \left(\left(\frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon} \right)^{1/2} \tan \pi \right) = ab \tan^{-1} 0 \\
 &= \pi ab
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

En este caso resulta más fácil deducir el área a partir del Teorema de Green. Para la elipse con precesión $(\theta \rightarrow x\theta)$ el área es:

$$A = \oint X dY \quad (19)$$

donde:

$$X = a \cos(x\theta), \quad Y = b \operatorname{sen}(x\theta),$$

$$dX = -ax \operatorname{sen}(x\theta) d\theta, \quad (20)$$

$$dY = bx \cos(x\theta) d\theta,$$

de manera que:

$$A = \oint X dY = \int_0^{2\pi} abx^2 \cos^2(x\theta) d\theta. \quad (21)$$

La integral puede evaluarse en forma directa utilizando el cambio de variable:

$$\beta = x\theta \quad (22)$$

de manera que

$$\begin{aligned} A &= abx \int_0^{2\pi x} \cos^2 \beta d\beta \\ &= abx \left(\pi x + \frac{1}{4} \operatorname{sen}(4\pi x) \right). \end{aligned} \quad (23)$$

El resultado se representa gráficamente en la Sección 3, y a medida que aumenta el valor de x , el área desarrolla nuevas propiedades matemáticas que podrían concebiblemente observarse en el campo de la astronomía. El sistema solar constituye el caso en el que x adopta un valor muy cercano a la unidad.

Resulta conveniente ejemplificar la teoría x considerando la órbita en espiral logarítmica:

$$r = r_0 e^{a\theta}. \quad (24)$$

En la teoría x esto se representa mediante una sección cónica con precesión:

$$r = r_0 e^{a\theta} = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(\gamma\theta)} \quad (25)$$

La ley de fuerza responsable de la órbita (24) se obtiene en forma directa empleando métodos elementales [12] a partir del ecuación lagrangiana:

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} = - \int \frac{\mu r^2}{L^2} F(r) \quad (26)$$

donde el momento angular total conservado es:

$$L = \int \mu r^2 \frac{d\theta}{dt} \quad (27)$$

La masa reducida μ de dos partículas que interactúan y que poseen las masas m (planeta) y M (Sol) es

$$\mu = \frac{mM}{m+M} \quad (28)$$

y $F(r)$ es la fuerza dirigida en forma central o radial entre m y M . A partir de las Ecs. (24) y (26):

$$F(r) = - \frac{L^2}{\mu r^3} (1 + a^2) \quad (29)$$

de manera que una órbita en espiral logarítmica se obtiene a partir de una ley de fuerza que incluye la inversa de una expresión cúbica. La velocidad angular viene dada por:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{\mu r^2} \quad (30)$$

y una integración elemental produce el intervalo orbital:

$$t = \left(\frac{\mu r_0^2}{2aL} \right) \exp(2a\theta) \quad (31)$$

una ecuación que puede invertirse fácilmente para dar θ como una función de t :

$$\theta = \frac{1}{2a} \log \left(\left(\frac{2aL}{\mu r_0^2} \right) t \right) \quad (32)$$

En general, a partir de la Ec. (14) y el Teorema de Green:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \dot{\omega} = \frac{L}{2\mu} \quad (33)$$

que constituye la segunda ley de Kepler, "áreas iguales recorridas en tiempos iguales". Por lo tanto, en general:

$$dt = \frac{2\mu}{L} dA = \frac{\mu}{L} r^2 d\theta \quad (34)$$

y el intervalo orbital en general es:

$$t = \frac{\mu}{L} \int r^2 d\theta. \quad (35)$$

Esta es una ecuación útil que se cumple para todas las órbitas en un plano. El intervalo orbital puede medirse con gran precisión en la astronomía contemporánea. A partir de las Ecs. (24) y (35):

$$t = \frac{\mu r_0^2}{L} \int e^{2a\theta} d\theta = \left(\frac{\mu r_0^2}{2aL} \right) \exp(2a\theta) \quad (36)$$

que es la Ec. (31), Q. E. D.

Una integración elemental [12] da:

$$r = \left(\frac{2aL}{\mu} t \right)^{1/2} \quad (37)$$

para la órbita en espiral logarítmica. A partir de la Ec. (25):

$$1 + \epsilon \cos \pi\theta = \frac{\alpha}{r_0} e^{-a\theta} \quad (38)$$

de manera que:

$$\cos \chi \theta = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\alpha}{r} - 1 \right) = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\alpha}{r_0} e^{-\alpha \theta} - 1 \right) \quad (39)$$

y el factor de precesión es:

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{1}{\theta} \cos^{-1} \left(\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\alpha}{r} - 1 \right) \right) \\ &= \frac{a}{\log_e \left(\frac{r}{r_0} \right)} \cos^{-1} \left(\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\alpha}{r} - 1 \right) \right). \end{aligned} \quad (40)$$

Por lo tanto, una órbita en espiral logarítmica puede representarse como una sección cónica con precesión si se conoce el factor χ de la Ec. (40). Análogamente, cualquier órbita plana puede representarse como una sección cónica con precesión, lo cual da origen a una teoría consistente para toda la cosmología, una que representa todas las órbitas como secciones cónicas con precesión con la misma ley de fuerza universal.

Con referencia a la nota de acompañamiento 222(3) en el portal www.aias.us, la ley de fuerza para la elipse estática:

$$F(r) = \mu \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{L^2}{\mu r^3} \quad (41)$$

viene dada a partir de la ecuación del lagrangiano (26) como:

$$F(r) = - \frac{L^2}{\mu \alpha r^2} \quad (42)$$

Nótese cuidadosamente que esto es aquello conocido convencionalmente como la ley de fuerza de Newton. Aquí:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{L^2}{\mu r^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (43)$$

a partir de la dinámica lagrangiana. La conocida ley del cuadrado de la inversa surge a partir de una combinación de las Ecs. (41) y (43) como:

$$F(r) = \frac{L^2}{\mu r^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\alpha} \right) - \frac{L^2}{\mu r^3} \quad (44)$$

en donde [12]:

$$L^2 = \alpha \mu m M G, \quad (45)$$

de manera que obtenemos la conocida:

$$F(r) = - \frac{m M G}{r^2}. \quad (46)$$

Como es bien conocido, la teoría de Newton no puede explicar el movimiento planetario. La ley de fuerza (46) es pura atracción, y el invento de la fuerza centrífuga es tan sólo eso, un invento. No existe fuerza centrífuga alguna, sólo hay energía cinética rotacional. En la teoría ECE [1 - 10] se ha desarrollado un enfoque completamente novedoso para el movimiento planetario, el cual se basa en la torsión misma del espaciotiempo de Cartan. El problema básico con la dinámica newtoniana es que se cumple para el movimiento en una línea recta, y no es capaz de tratar en forma consistente del movimiento angular. La teoría lagrangiana, por otro lado, produce la información antes proporcionada, y lo hace de una manera consistente. Por ejemplo, la teoría lagrangiana produce la fuerza orbital neta de la Ec. (41), y esta fuerza neta es igual a cero si:

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{L^2}{\mu r^3}. \quad (47)$$

En el dogma usual de los libros de texto se afirma que la fuerza central newtoniana atractiva $M d^2 r / dt^2$ se ve equilibrada por la fuerza centrífuga repulsiva $L^2 / (\mu r^3)$ y esto produce la bien conocida condición de ausencia de peso. Sin embargo, esta explicación resulta claramente falaz porque la fuerza neta en la Ec.(46) es la misma que en la Ec.(41), y es distinta de cero. La explicación correcta es que la aceleración de la elipse es:

$$a = \frac{1}{\mu} F(r) = \frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{L^2}{\mu r^3} \quad (48)$$

y este resultado se obtuvo de una manera diferente en el documento UFT196. La "explicación" de Newton de las leyes de Kepler no es más que puro empirismo, y de hecho no fue descubierta por Newton sino por Hooke. Este hecho histórico queda completamente claro a través de la obra "Brief Lives" (Vidas Breves) de John Aubrey, la cual puede consultarse en línea.

La elipse con precesión se define mediante:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\alpha} \left(1 + \epsilon \cos(x\theta) \right) \quad (49)$$

y a partir de dinámica lagrangiana elemental:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{L^2}{\mu} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\alpha L \epsilon}{\mu \alpha} \sin(\psi\theta) \quad (50)$$

y

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{L^2}{\mu^2} \frac{1}{r^2} \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) = \left(\frac{\alpha L}{\mu} \right)^2 \frac{\epsilon}{\alpha r^2} \cos(\psi\theta) \quad (51)$$

Estas sencillas deducciones de la dinámica lagrangiana adquieren una vez más un nuevo significado cuando se incrementa el valor de α , de manera que representaciones gráficas polares de las ecuaciones (50) y (51) muestran muchas nuevas propiedades. Estas se ejemplifican brevemente en la Sección 3. Para cualquier curva en un plano [12]:

$$dA = \frac{1}{2} r^2 d\theta \quad (52)$$

y en dinámica newtoniana:

$$dA = \frac{L}{2\mu} dt \quad (53)$$

(que es la segunda ley de Kepler). De manera que:

$$\frac{dA}{dr} = \frac{dA}{dt} \frac{dt}{dr} = \frac{\alpha}{2\epsilon \sin\theta} \quad (54)$$

donde:

$$\cos\theta = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\alpha}{r} - 1 \right) \quad (55)$$

y

$$\sin\theta = \frac{1}{\epsilon r} \left(\epsilon^2 r^2 - (\alpha - r)^2 \right)^{1/2}. \quad (56)$$

En consecuencia, el elemento infinitesimal de área es:

$$dA = \frac{\alpha r dr}{2 \left(\epsilon^2 r^2 - (\alpha - r)^2 \right)^{1/2}} \quad (57)$$

y su integral es el área obtenida a partir de la dinámica newtoniana:

$$A = \int dA \quad (58)$$

Sin embargo, esta área es el área de una elipse:

$$A = \pi a b = \pi \alpha^2 (1 - \epsilon^2)^{-3/2} \quad (59)$$

Si la circunferencia de la elipse es igual a R , entonces:

$$\int_0^R \frac{r dr}{(\epsilon^2 r^2 - (\alpha - r)^2)^{1/2}} = \frac{2\pi\alpha}{(1 - \epsilon^2)^{3/2}} \quad (60)$$

Esta ecuación produce analíticamente la circunferencia de la elipse.

Con referencia a las notas de acompañamiento 222(4) en www.aias.us los ajustes a estos resultados debido a la precesión son los siguientes. La ley de fuerza universal es:

$$F(r) = \frac{L^2}{\mu r^2} \left(\frac{x^2 - 1}{r} - \frac{x^2}{\alpha} \right) \quad (61)$$

y produce todas las órbitas conocidas a partir de un valor apropiado de x . Ya se ha ejemplificado esta ley mediante la órbita de la espiral logarítmica. La ley (61) es la única ley que produce una elipse con precesión en la dinámica lagrangiana. Las afirmaciones de la RGE, en cuanto a que es capaz de producir una elipse con precesión poseen errores graves, y la RGE utiliza la misma dinámica lagrangiana. La velocidad central lineal y la aceleración se ajustan de la siguiente manera:

$$\frac{dr}{dt} = \left(\frac{x\epsilon L}{\alpha\mu} \right) \text{sen}(x\theta) \quad (62)$$

y

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \left(\frac{xL}{\mu} \right)^2 \frac{1}{r^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (63)$$

y una vez más el empleo de un valor creciente de x conduce a una nueva física y matemática. Estos resultados se resumen en forma gráfica en la Sección 3. Finalmente, el área de una órbita con precesión se ajusta a:

$$A = \frac{\alpha}{2\gamma} \int_0^{\gamma} \frac{r dr}{(\epsilon^2 r^2 - (\alpha - r)^2)^{1/2}} \quad (64)$$

y este resultado se representa gráficamente una vez más en la Sección 3. En general:

$$\int_0^R \frac{r dr}{(\epsilon^2 r^2 - (\alpha - r)^2)^{1/2}} = \frac{\gamma}{\alpha} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \lambda \theta} \right)^2 d\theta. \quad (65)$$

3. Resultados y análisis gráfico.

Sección a cargo del Dr. Horst Eckardt

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por el otorgamiento a MWE de una Pensión Civil Vitalicia. Se agradece al equipo técnico de AIAS por muchas discusiones interesantes, a Dave Burleigh por sus publicaciones en la red, y a Alex Hill, Robert Cheshire y Simon Clifford por las traducciones y las grabaciones. AIAS forma parte del fideicomiso de la Familia Newlands (establecido en 2012).

Referencias.

- [1] M. W. Evans, Ed., “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity” (Cambridge International Science Publishing, CISP, 2012, www.cisp-publishing.com), número especial seis de la referencia (2).
- [2] M. W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem., (CISP seis publicaciones anuales).
- [3] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (CISP, 2011, y www.aias.us).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis Academic, 2005 a 2011), en siete volúmenes.
- [5] K. Pendergast, “The Life of Myron Evans” (CISP, 2011).
- [6] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, documentos de la teoría ECE publicados por la Academia de Ciencias de Serbia, 2010 al presente y por Physica B y Acta Physica Polonica.
- [7] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis 2007 y en su traducción al castellano por Alex Hill en el portal www.aias.us).
- [8] M. W. Evans y S. Kielich, eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley 1992, 1993, 1997 y 2001) en seis volúmenes y dos ediciones.
- [9] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific 2001).
- [10] M. W. Evans y J. - P. Vigié, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002), en diez volúmenes con encuadernación dura o blanda.
- [11] K. Schwarzschild, carta a A. Einstein de Dic. 22, 1915, traducida para la red por Vankov.
- [12] J. B. Marion y S. T. Thornton, “Classical Dynamics” (Harcourt, 1988, 3ª Ed.)