Cálculo de la precesión del perihelio con la ecuación de fuerza de Minkowski.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,
Civil List y AIAS.

(www.webarchive.org.uk, , www.aias.us, www.upitec.org, www.et3m.net, www.atomicprecision.com).

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se calcula la precesión del perihelio planetario mediante la ecuación de fuerza de Minkowski, un límite de la teoría ECE. Para órbitas elípticas se demuestra que se reduce a la precesión de Thomas. La precesión de Minkowski / Thomas difiere significativamente de la bien conocida precesión planetaria debida a la relatividad general einsteiniana (RGE). Para los planetas exteriores, la precesión de la RGE no se reduce a la precesión de Minkowski, como firman los protagonistas del modelo establecido de la física. Se demuestra que el cálculo de la precesión planetaria mediante la RGE posee muchos errores e inconsistencias internas.

Palabras clave: Teoría ECE, ecuación de Minkowski, precesión del perihelio.

1. Introducción.

Es bien sabido que las órbitas de los planetas en el sistema solar son elipses con precesión, es decir elipses cuyo perihelio se mueve. En trabajos recientes [1 – 10] se ha descubierto la presencia de secciones cónicas fractales, las cuales se generan al variar la constante de precesión x. En la Sección 2 se calcula en forma directa la precesión utilizando el factor de Lorentz de la relatividad. Este factor constituye el elemento esencial en la transformación de la ecuación de fuerza de Newton en aquella de Minkowski. En los documentos inmediatamente precedentes de esta serie, se ha desarrollado la ecuación de Minkowski para órbitas planas de toda clase. Se ha descubierto que la precesión de Minkowski se reduce a la precesión de Thomas para las órbitas elípticas. La precesión del perihelio de Minkowski / Thomas (MT) difiere significativamente del conocido, aunque erróneo, cálculo de la precesión en la relatividad general einsteiniana (RGE). La precesión en la RGE se vuelve más pequeña por varios órdenes de magnitud con respecto a la precesión de MT para los planetas exteriores, de manera que la precesión en la RGE no se reduce a la precesión en MT. Este resultado demuestra que la relatividad general no se reduce a la relatividad restringida. El cálculo mediante RGE de la precesión planetaria resulta obviamente incorrecto porque se aplica sólo a aquello que se conoce en la teoría de la RGE como la precesión anómala. Para los planetas exteriores el valor obtenido es varios órdenes de magnitud más pequeño que la precesión observada a nivel experimental. El procedimiento en la física establecida es el de calcular casi toda la precesión de una manera incorrecta e inconsistente, utilizando la teoría newtoniana, un procedimiento enraizado en la historia de la astronomía, el cual inexplicablemente sigue empleándose. El método correcto y poseedor de consistencia interna es, obviamente, el cálculo de toda la precesión observada experimentalmente, mediante el empleo de la misma ley de fuerza. Si se selecciona como teoría a la RGE, entonces debe utilizarse la ley de fuerza de la RGE para la totalidad del cálculo, un problema nada trivial de gravitación para un conjunto de N cuerpos que interactúan. Dado que ya se ha demostrado, por muchos autores y durante un siglo [1 – 10], que la RGE está plagada de errores, se ha desarrollado un método novedoso para el cálculo de la ley de fuerza de Minkowski al final de la Sección 2, el cual se analiza y representa gráficamente en la Sección 3.

2. Cálculo de la precesión de Lorentz/Minkowski y procedimiento iterativo para la ley de fuerza de Minkowski.

Consideremos el momento angular no relativista para el movimiento orbital en un plano:

$$L_0 = mr^2 \frac{d\theta}{dt}. \qquad (1)$$

Resulta que la velocidad angular es:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{L_0}{mr^2}. \qquad (2)$$

El momento angular relativista es [11]:

$$L = mr^2 \frac{d\theta}{d\tau} = \gamma L_0 \tag{3}$$

donde τ es el tiempo propio y γ es el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \tag{4}$$

en donde la velocidad v se define mediante el elemento lineal infinitesimal. En coordenadas polares planas:

$$\begin{aligned} ds^2 = c^2 d\tau^2 &= c^2 dt^2 - d\underline{r} \cdot d\underline{r} = \left(c^2 - v^2\right) dt^2 \\ &= c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 d\theta^2 \end{aligned} \tag{5}$$

de manera que se deduce que la velocidad es:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 . \tag{6}$$

El infinitesimal de tiempo en el marco de referencia del observador o de laboratorio es:

$$dt = \frac{mr^2}{L_0} d\theta \tag{7}$$

y el tiempo propio infinitesimal es:

$$d\tau = \frac{mr^2}{L_0} \left(\frac{d\theta}{\gamma}\right) . \tag{8}$$

Se deduce que el cambio:

$$dt \longrightarrow d\tau \tag{9}$$

es producido por:

$$d\theta \longrightarrow \frac{d\theta}{\gamma} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} d\theta \tag{10}$$

Para una revolución orbital de 2π radianes:

$$\int_0^{2\pi} d\theta \longrightarrow \int_0^{2\pi} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} d\theta \tag{11}$$

es decir:

$$2\pi \longrightarrow \int_0^{2\pi} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} d\theta \,. \tag{12}$$

Si la órbita es una elipse puede demostrarse que [1 – 10]:

$$v^2 = \left(\frac{L_0}{m\alpha}\right)^2 \left(1 + \epsilon^2 + 2\epsilon\cos\theta\right) \tag{13}$$

donde la semi latitud recta viene definida por:

$$\alpha = (1+\epsilon)\, r_{mín} = (1-\epsilon)\, r_{máx} = \left(1-\epsilon^2\right) a = \left(1-\epsilon^2\right)^{1/2} b \tag{14}$$

Aquí, ε es la excentricidad orbital, *a* y *b* son los semieje es mayor y menor, y $r_{máx}$ y $r_{mín}$ las distancias máxima y mínima entre un objeto en órbita con masa *m* y una masa *M* ubicada en uno de los focos de la elipse.

El efecto relativista de la Ec.(9) es, por lo tanto, producir:

$$\Delta\theta = 2\pi(1 - x) \tag{15}$$

donde:

$$x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(1 - \left(\frac{L_0}{mc\alpha}\right)^2 \left(1 + \epsilon^2 + 2\epsilon\cos\theta\right)\right)^{1/2} d\theta \tag{16}$$

es el factor de precesión, y la elipse deviene una elipse con precesión. En la teoría newtoniana [11]:

$$L_0^2 = m^2 M G \alpha \tag{17}$$

de manera que el factor de precesión deviene:

$$x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(1 - \frac{MG}{\alpha c^2}\left(1 + \epsilon^2 + 2\epsilon\cos\theta\right)\right)^{1/2} d\theta \tag{18}$$

En RGE, el radio equivocadamente atribuido a Schwarzschild es:

$$r_0 = 2MG/c^2 \tag{19}$$

de manera que:

$$x = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(1 - \frac{r_0}{2\alpha}\left(1+\epsilon^2+2\epsilon\cos\theta\right)\right)^{1/2} d\theta \tag{20}$$

es la precesión de Lorentz / Minkowski de los planetas.

En el sistema solar:

$$\frac{r_0}{2\alpha} \ll 1 \tag{21}$$

de manera que:

$$x \sim \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(1 - \frac{r_0}{4\alpha}\left(1+\epsilon^2+2\epsilon\cos\theta\right)\right) d\theta \tag{22}$$

Por lo tanto, el ángulo de precesión es:

$$\Delta\theta = 2\pi(1-x) = \frac{\pi r_0}{2\alpha}\left(1+\epsilon^2\right) \tag{23}$$

es decir:

$$\Delta\theta = \frac{\pi r_0\left(1+\epsilon^2\right)}{2(1-\epsilon)\, r_{máx}} = \frac{\pi r_0\left(1+\epsilon^2\right)}{2(1+\epsilon)\, r_{mín}} \tag{24}$$

en términos de $r_{máx}$ y $r_{mín}$.

Para el sistema Tierra-Sol:

$r_0 = 2{,}950$ m ; $\varepsilon = 0.0167$, $r_{máx} = 1.521 \times 10^{11}$ m ; $r_{mín} = 1.671 \times 10^{11}$ m ; $\alpha = 1.496 \times 10^{11}$ m (25)

y

$\Delta\theta = 0.64$ '' por siglo (26)

La precesión observada para la Tierra es de 11,450 segundos de arco por siglo, y el resultado obtenido mediante el empleo de la RGE es de 3.8345 segundos de arco por siglo.

La Ec. (12) es muy similar a la precesión de Thomas calculada en el documento UFT110, publicado en el portal www.aias.us de esta serie:

$$\Delta\theta = 2\pi\left(1-\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}\right) \tag{27}$$

De manera que la precesión de Thomas para la Tierra en su órbita viene dada por la Ec. (12), es decir:

$$\Delta\theta\,(\text{Precesión de Thomas}) = 0.64'' \text{ por siglo} \tag{28}$$

suponiendo que *v* viene dada por la Ec. (13). La velocidad orbital media observada para la Tierra es:

$$v = 2.978 \times 10^4 \ ms^{-1} \tag{29}$$

y este resultado se obtiene con exactitud mediante el empleo de la Ec. (13). Esta última puede aproximarse mediante:

$$v^2 \sim MG/r_{prom} = 2.98 \times 10^4 \ ms^{-1} \tag{30}$$

utilizando:

$$r_{prom} = 1.496 \times 10^{11} \, m, \quad MG = 1.33 \times 10^{20} \ m^3 s^{-2} \tag{31}$$

A partir de la Ec. (27):

$$\Delta\theta \cong \pi\left(\frac{v}{c}\right)^2 \tag{32}$$

para:

$$v \ll c \tag{33}$$

y utilizando las Ecs. (29) y (32) la precesión de Thomas para la Tierra es:

$$\Delta\theta = 3.10 \times 10^{-8} \text{ radianes/año} \tag{34}$$

resultado que coincide de un modo excelente con la Ec. (28).

La precesión del perihelio de la teoría RGE es la conocida aproximación [11]:

$$\Delta\theta \sim \frac{6\pi G M}{a c^2 (1-\epsilon^2)} \tag{35}$$

La Tabla 1 es una compilación de las precesiones observada de RGE y de MT para los planetas excluyendo a Plutón.

Tabla 1: Precesión planetaria (seg de arco/ siglo)

Planeta	**Minkowski**	**Einstein**	**Observado (x 10)**
Mercurio	1.65	42.195	5,750
Venus	0.89	8.6186	2,040
Tierra	0.64	3.8345	11,450
Marte	0.42	1.3502	16,280
Júpiter	0.30	0.0623	6,550
Saturno	0.165	0.0137	19,500
Urano	0.03	0.0024	3,340
Neptuno	0.02	0.0008	360

A partir de esta tabla se observa que la precesión del perihelio medida experimentalmente es mucho mayor que el resultado obtenido mediante la teoría RGE. Se afirma en la física establecida que esta discrepancia de órdenes de magnitud entre la RGE y los datos experimentales se debe a otros efectos gravitacionales. Sin embargo, estos efectos se calculan mediante el empleo de la teoría newtoniana, cuando en realidad debieran calcularse mediante la teoría RGE. Este error grosero fue introducido por Einstein y se ha conservado dogmáticamente a través de los años. Se afirma en la física establecida que es posible calcular el efecto gravitacional de todos los planetas y otros objetos sobre la precesión del perihelio de la órbita de un planeta dado. Esto constituye un problema nada trivial de cálculo gravitacional entre N cuerpos mediante el empleo de la teoría de perturbación y supercomputadoras. El error grosero en este procedimiento es que utiliza la ley de fuerza newtoniana:

$$\underline{F} = -\frac{mMG}{r^2}\,\underline{e}_r \tag{36}$$

y produce un dado porcentaje de la precesión observada. El resto de la precesión se conoce como la precesión anómala. Einstein eligió atribuir la precesión anómala a la relatividad general, utilizando su ley de fuerza:

$$\underline{F} = -\left(\frac{mMG}{r^2} + \frac{3L_0^2 MG}{mc^2 r^4}\right)\underline{e}_r \tag{37}$$

Pero no aplicó esta ley de fuerza universal a la otra parte de la precesión. Debió de haber aplicado la Ec. (37) a toda la precesión observada experimentalmente. Esto resulta obvio en retrospectiva, pero constituye un desafortunado hecho histórico que Einstein cometiese este error básico.

Por ejemplo, para el planeta Saturno la precesión observada es de 1,950 segundos de arco por siglo, pero la teoría de Einstein da como resultado 0.0137 segundos de arco por siglo. La física establecida calcula 19,499.9863 segundos de arco por siglo mediante el empleo de la teoría newtoniana, sin el empleo de la relatividad general. Afirma que la relatividad general sólo aplica a 0.0137 segundos de arco por siglo, cuando en realidad la relatividad general debiera aplicarse para 1,950 segundos de arco por siglo, con la ley de fuerza (37). En otras palabras, el problema gravitacional entre N cuerpos debe de utilizar la Ec. (37) de fuerza bajo toda circunstancia, y no tan sólo para la precesión anómala. Cuando este procedimiento computacional se lleve a cabo correctamente, podrá entonces apreciarse qué tan exitosa es la RGE. Es bien sabido que críticas hacia la RGE como la presente se han efectuado por parte de muchos científicos durante un siglo. Para el planeta Mercurio la precesión total del perihelio observado el de 575 segundos de arco por siglo, en comparación con la afirmación de la RGE de 42.195 segundos de arco por siglo. De manera que en este caso la física establecida afirma que su completamente equivocada teoría de perturbación entre N cuerpos produce precisamente 5,707.805 segundos de arco por siglo. Si ha de utilizarse en forma consistente la RGE, entonces debiera de utilizarse a ley de fuerza de la Ec. (37), y modificará el resultado en 5,707.805 segundos de arco porque la ley de fuerza newtoniana (36) utilizada para producir este resultado se habrá cambiado por la ley de fuerza de la RGE (37). Se concluye que la afirmación de la RGE de reproducir esta anomalía también fracasará. Esto resulta muy sencillo de observar, e ilustra cómo el dogma puede ocultar el buen juicio.

La ley de fuerza (37) puede expresarse como:

$$\underline{F} = -\frac{mMG}{r^2}\left(1 + \frac{3}{2}\frac{\alpha r_0}{r^2}\right)\underline{e}_r \qquad (38)$$

Para el sistema Tierra- Sol:

$$r_0 = 2,950 \text{ m}$$
$$\alpha = 1.496 \times 10^{11} \text{ m} \qquad (39)$$
$$r_{prom} = 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$$

de manera que:

$$\underline{F} = -\frac{mMG}{r^2}\left(1 + 2.96 \times 10^{-8}\right)\underline{e}_r \qquad (40)$$

En la teoría RGE se afirma que esta ley de fuerza es universal, y como tal debe de utilizarse en todas las circunstancias, en lugar de seleccionarse cuidadosamente para su empleo como en el cálculo de la precesión anómala. La corrección en la Ec. (40)

significa que la masa del Sol, la cual es de alrededor de 2 x 10^{30} kilogramos, se incrementa en 10^{22} kilogramos. Esto debiera de tener consecuencias por todas partes en el sistema solar. Por ejemplo, si la distancia entre la Tierra y el Sol se modifica por aproximadamente 10^{-8}, el efecto de la RGE se verá anulado.

De manera que la RGE no constituye una teoría creíble en modo alguno [1 – 10]. Por otro lado, la ecuación de fuerza de Minkowski se basa en la idea más fundamental de la relatividad, la transformación de Lorentz. La precesión de Lorentz Minkowski Thomas puede observarse mediante el empleo de un péndulo de Foucault de un modo mucho más preciso que mediante la precesión planetaria, el cual probablemente constituye el fenómeno menos adecuado con el cual evaluar una teoría, al ser muy complicado y con muchos factores contribuyentes.

Finalmente, se desarrolla en esta sección la ecuación de fuerza de Minkowski para órbitas planas, con el objeto de ilustrar métodos de solución. En virtud de los numerosos errores en la RGE, puede utilizarse la ecuación de Minkowski para todas las órbitas planas de una manera consistente, en tanto que la RGE fracasa cualitativamente para galaxias en espiral y también en el sistema solar, tal como se acaba de argumentar.

Al igual que en los documentos inmediatamente precedentes de la serie UFT publicados en el portal www.aias.us , la ecuación de fuerza de Minkowski para todas las órbitas planas es:

$$\underline{F} = -\gamma^2 \frac{L_0^2}{mr^2}\left(\gamma^2 \frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r}\right)\underline{e}_r + \frac{\gamma^4 L_0^2}{m^3 r^3 c^2}\frac{d}{d\theta}\left(\frac{1}{r}\right)\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right)\underline{e}_\theta \tag{41}$$

en coordenadas polares planas. En el límite

$$v \ll c \tag{42}$$

la ecuación puede aproximarse mediante:

$$\gamma^2\left(\gamma^2 \frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r}\right) = -\frac{mr^2 F}{L_0^2} . \tag{43}$$

Es posible resolver esta ecuación por iteración. Por motivos de ilustración, supongamos que la solución inicial del procedimiento iterativo es el newtoniano:

$$F \sim -\frac{mMG}{r^2} \tag{44}$$

entonces resulta que:

$$\gamma^2\left(\gamma^2 \frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r}\right) = \frac{1}{\alpha} \tag{45}$$

donde

$$\alpha = \frac{L_0^2}{m^2 M G} . \tag{46}$$

la Ec. (45) deviene:

$$\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r} = \frac{1}{\alpha}\left(1 - 2\frac{v^2}{c^2} + \frac{v^4}{c^4}\right) + \frac{v^2}{c^2 r} . \tag{47}$$

La suposición (44) considera que la solución inicial del proceso iterativo es una órbita elíptica:

$$\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r} = \frac{1}{\alpha} \tag{48}$$

de manera que la solución inicial (44) supone que:

$$\gamma \longrightarrow 1 , \quad v \longrightarrow 0 . \tag{49}$$

Sin embargo, para la elipse:

$$v^2 = \left(\frac{L_0}{m\alpha}\right)^2 \left(1 + \epsilon^2 + 2\epsilon\cos\theta\right) \tag{50}$$

donde:

$$\epsilon\cos\theta = \frac{\alpha}{r} - 1 \tag{51}$$

de manera que para la elipse:

$$v^2 = 2\left(\frac{L_0^2}{m^2 \alpha r}\right) + \left(\epsilon^2 - 1\right)\left(\frac{L_0^2}{m^2 \alpha^2}\right) . \tag{52}$$

Sin embargo, la suposición inicial es una órbita elíptica:

$$r = \frac{\alpha}{1+\epsilon\cos\theta} \tag{53}$$

y ésta se corrige mediante las Ecs. (47) y (52) para producir una nueva órbita cuya ecuación diferencial es:

$$\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r} = \frac{1}{\alpha} - \frac{v^2}{c^2}\left(\frac{2}{\alpha} - \frac{1}{r}\right) + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{v}{c}\right)^4 \tag{54}$$

donde:

$$v^2 = 2\left(\frac{L_0^2}{m^2\alpha r}\right) + \left(\epsilon^2 - 1\right)\left(\frac{L_0}{m\alpha}\right)^2 \tag{55}$$

y:

$$v \ll c \tag{56}$$

En la aproximación (56):

$$L_0^2 = m^2 MG\alpha \tag{57}$$

de manera que:

$$v^2 = \frac{2MG}{r} + \left(\epsilon^2 - 1\right)\left(\frac{MG}{\alpha}\right) \tag{58}$$

y en la aproximación (56), la Ec. (54) es aproximadamente igual a:

$$\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r} = \frac{1}{\alpha} - \frac{2\left(\epsilon^2-1\right)MG}{c^2\alpha^2} - \frac{MG}{\alpha r c^2}\left(5 - \epsilon^2\right) + \frac{2MG}{c^2 r^2} \tag{59}$$

lo cual puede expresarse como:

$$\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r} = \frac{1}{\alpha} + \frac{2MG}{c^2 r^2} - \frac{MG\left(5-\epsilon^2\right)}{\alpha r c^2} - \frac{2\left(\epsilon^2-1\right)MG}{c^2\alpha^2} \tag{60}$$

que puede compararse con el resultado de la teoría RGE [1 – 10]:

$$\frac{d^2}{d\theta^2}\left(\frac{1}{r}\right) + \frac{1}{r} = \frac{1}{\alpha} + \frac{3MG}{c^2 r^2} \tag{61}$$

Si no se utiliza la suposición newtoniana (57) entonces:

$$\frac{d^2}{d\phi^2}\left(\frac{1}{r}\right)+\frac{1}{r}=\frac{1}{\alpha}+\frac{2L_0^2}{m^2c^2r^2\alpha}-\frac{L_0^2(5-\epsilon^2)}{\alpha^2m^2c^2r}-\frac{2(\epsilon^2-1)L_0^2}{\alpha^3m^2c^2}. \tag{62}$$

Si integramos la Ec. (62) puede hallarse una nueva órbita y ley de fuerza. Esta ley de fuerza puede utilizarse como el punto inicial en la segunda etapa del procedimiento iterativo, y así sucesivamente.

3. Soluciones numéricas de la ecuación de fuerza de Minkowski.

Sección a cargo del Dr. Horst Eckardt

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por su publicación en la red y a Alex Hill y Robert Cheshire por las traducciones y grabaciones. AIAS se administra a través del Fideicomiso de la Familia Newlands, establecido en 2012.

Referencias.

[1] M. W. Evans, Ed. "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity" (Cambridge International Science Publishing, CISP, www.cisp-publishing.com, 2012)

[2] M. W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem., (CISP, 2011, seis publicaciones anuales).

[3] M. W. Evans, S. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (CISP, 2011).

[4] M .W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis, Suffolk, 2005 - 2011).

[5] L .Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis 2007). Existe traducción al castellano por Alex Hill en la sección en español del portal www.aias.us.

[6] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, documentos y documento plenario acerca de la teoría ECE publicados por la Academia de Ciencias de Serbia, Found. Phys. Lett., Physica B, y Acta Phys. Polonica.

[7] M. W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field" (World Scientific, 2001).

[8] M. W. Evans y S. Kielich, Eds., "Modern Nonlinear Optics" (Wiley, 1992, 1993, 1997 y 2001), en dos ediciones y seis volúmenes.

[9] M. W. Evans y J. - P. Vigier, "The Enigmatic Photon" (Kluwer, 1994 a 2002), en 10 volúmenes con encuadernación dura y blanda.

[10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagneton in Quantum Field Theory" (World Scientific, 1994).

[11] J. B. Marion y S. T. Thornton, "Classical Dynamics" (Harcourt, Nueva York, 1988, tercera edición).