Deducción de la Ley del Magnetismo de Gauss, la Ley de Inducción de Faraday, y la Electrodinámica $O^{(3)}$ a partir de la Teoría de Campo de Evans.

Myron W. Evans (www.aias.us)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se deducen la Ley de Gauss aplicada al magnetismo y a ley de inducción de Faraday a partir de la teoría de campo unificado de Evans. Las restricciones geométricas impuestas en la teoría de campo general por estas conocidas leyes conducen de una manera consistente a la electrodinámica $O^{(3)}$.

Palabras clave: teoría de campo de Evans, la ley de Gauss aplicada al magnetismo, la ley de inducción de Faraday, electrodinámica $O^{(3)}$.

1. Introducción

En este documento, se deducen la ley de Gauss aplicada al magnetismo [1] y la Ley de Inducción de Faraday [1, 2] a partir de la teoría de campo de Evans [3]–[33], mediante la imposición de restricciones bien definidas en geometría diferencial. Por lo tanto, se rastrea el origen de estas conocidas leyes hasta la geometría diferencial y las propiedades de la variedad general en cuatro dimensiones conocida como el espacio-tiempo de Evans. Estas inferencias no resultan posibles en la teoría de Maxwell-Heaviside (MH) del modelo establecido [1, 2] porque MH no constituye una teoría objetiva de la física, sino más bien una teoría de la relatividad restringida que es covariante sólo para la transformación de Lorentz. Una teoría objetiva de la física debe de ser covariante para cualquier transformación de coordenadas [1] y ello constituye un requisito filosófico fundamental para toda la física, como lo descubrió inicialmente Einstein. Este requerimiento fundamental se conoce como relatividad general, y la transformación general de coordenadas conduce a la covariancia general, en contraste con la covariancia de Lorentz de la relatividad restringida. La falta fundamental de objetividad de la teoría covariante MH según Lorentz significa que no es capaz de describir los importantes efectos mutuos de la gravitación y el electromagnetismo. En contraste, la teoría de campo unificado de Evans es covariante generalizada y constituye una consecuencia lógica directa de la relatividad general de Einstein, la cual es en esencia una geometrización de la física. La teoría de campo unificado, por definición, es capaz de analizar los efectos de la gravitación sobre el electromagnetismo y viceversa.

En la Sección 2 se deduce una restricción geométrica fundamental sobre la teoría general de campo, a partir de una consideración de la primera identidad de Bianchi de la geometría diferencial. Luego se muestra que esta restricción conduce a la electrodinámica $O^{(3)}$ [3]–[33] directamente a partir de la identidad de Bianchi. Estas inferencias rastrean el origen de la ley de Gauss aplicada al magnetismo y la ley de inducción de Faraday hasta la geometría diferencial y a la relatividad general, como lo requiere la filosofía natural de Einstein. La Sección 3 es una discusión acerca de los métodos numéricos requeridos para resolver las ecuaciones de campo general y restringida de Evans.

2. Condición geométrica necesaria para la Ley del Magnetismo de Gauss y la Ley de Inducción de Faraday y el desarrollo de la Electrodinámica $O^{(3)}$.

El origen geométrico de estas leyes en la teoría de campo de Evans es la primera identidad de Bianchi de la geometría diferencial [1]:

$$D \wedge T^a = R^a_{\ b} \wedge q^b \tag{1}$$

que puede re-expresarse como:

$$d \wedge T^a = R^a_{\ b} \wedge q^b - \omega^a_{\ b} \wedge T^b. \tag{2}$$

Aquí, T^a es la 2-forma vectorial de la torsión, $R^a{}_b$ es la curvatura tensorial o 2-forma de Riemann; q^b es la uno-forma tétrada vectorial; $\omega^a{}_b$ es la conexión de espín, que puede considerarse como una uno-forma [1]. El símbolo D ∧ denota la derivada exterior covariante, mientras que d ∧ denota la derivada exterior ordinaria.

La identidad de Bianchi deviene la ecuación de campo homogénea de Evans (EH) utilizando:

$$A^a = A^{(0)} q^a, \tag{3}$$

$$F^a = A^{(0)} T^a. \tag{4}$$

Aquí $A^{(0)}$ es una magnitud de potencial electromagnético escalar (cuyas unidades en el S.I. son voltios/m). Así, A^a es la 1-forma de potencial electromagnético vectorial y F^a es la dos-forma vectorial del campo electromagnético. La HE es, por lo tanto:

$$\begin{aligned} d \wedge F^a &= R^a{}_b \wedge A^b - \omega^a{}_b \wedge F^b \\ &= \mu_0 j^a \end{aligned} \tag{5}$$

donde:

$$j^a = \frac{1}{\mu_0} \left(R^a{}_b \wedge A^b - \omega^a{}_b \wedge F^b \right) \tag{6}$$

es la corriente homogénea, una tres-forma vectorial. Aquí, μ_0 es la permeabilidad del vacío en unidades del S.I.

La corriente homogénea es, teóricamente, distinta de cero. Sin embargo, se sabe experimentalmente y con gran precisión que:

$$d \wedge F^a \sim 0. \tag{7}$$

La Ec. (7) encapsula las dos leyes que deben de obtenerse aquí de la teoría de campo de Evans. Éstas se expresan usualmente en forma vectorial como sigue. La ley de Gauss aplicada al magnetismo es:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B}^a \sim 0, \tag{8}$$

donde B^a es la densidad de flujo magnético. La ley de inducción Faraday es:

$$\nabla \times \underline{E}^a + \frac{\partial \underline{B}^a}{\partial t} \sim 0 \tag{9}$$

donde $\underline{E}^a$ es la fuerza de campo eléctrico. El índice a que aparece en las Ecs. (8) y (9) viene de la Ec. (5), es decir de la relatividad general, como lo requiere Einstein. El significado físico de a es que indica un conjunto base del paquete tangente del espacio-tiempo, un espacio-tiempo plano o de Minkowski. Cualquier elemento base (p.ej. vectores unitarios o matrices de Pauli) pueden usarse [1] en el espacio-tiempo tangente de la geometría diferencial, y los elementos base pueden usarse para describir estados de polarización [3]–[33], por ejemplo polarización circular, descubierta experimentalmente por Arago en 1811. Arago fue el primero en observar lo que ahora se conoce como los dos estados transversales de la polarización circular. Resulta conveniente [3]–[33] describir estos estados de polarización circular mediante la conocida base circular compleja [34]:

$$a = (1), (2) \text{ y } (3) \tag{10}$$

cuyos vectores unitarios son:

$$\underline{e}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\underline{i} - i\underline{j}) = \underline{e}^{(2)*}, \tag{11}$$

$$\underline{e}^{(3)} = \underline{k} \tag{12}$$

donde * denota cojugación compleja. Cada estado de polarización circular puede describirse mediante dos complejos conjugados. Un sentido de radiación con polarización circular se describe por los complejos conjugados:

$$\underline{A}_1^{(1)} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}}(\underline{i} - i\underline{j})e^{i\varphi}, \tag{13}$$

$$\underline{A}_1^{(2)} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}}(\underline{i} + i\underline{j})e^{-i\varphi}. \tag{14}$$

El otro sentido de radiación con polarización circular se describe mediante los complejos conjugados:

$$\underline{A}_2^{(1)} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}}(\underline{i} + i\underline{j})e^{i\varphi}, \tag{15}$$

$$\underline{A}_2^{(2)} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}}(\underline{i} - i\underline{j})e^{-i\varphi}. \tag{16}$$

Aquí, φ es la fase electromagnética y las Ecs. (13) y (16) son soluciones de la Ec. (7).

El campo de espín de Evans $\underline{B}^{(3)}$ [3]–[33], observable experimentalmente, se define como el producto cruz vectorial de un conjugado con el otro. En óptica no lineal [3]–[33] esto se conoce como el producto conjugado, y se observa experimentalmente en el efecto Faraday inverso, (EFI), es decir la magnetización de cualquier material mediante radiación electromagnética con polarización circular. En el sentido de polarización circular definido por las Ecs. (13) y (14):

$$\underline{B}_1^{(3)} = -ig\underline{A}_1^{(1)} \times \underline{A}_1^{(2)} = B^{(0)}\underline{k} \tag{17}$$

donde

$$g = \frac{\kappa}{A^{(0)}} \tag{18}$$

y donde κ es el número de onda. En el sentido de polarización circular definido por las Ecs. (15) y (16), $\underline{B}^{(3)}$ invierte el signo:

$$\underline{B}_2^{(3)} = -ig\underline{A}_2^{(1)} \times \underline{A}_2^{(2)} = -B^{(0)}\underline{k} \tag{19}$$

y esto se observa experimentalmente [3]–[33] porque la magnetización observable cambia de signo cuando se invierte el sentido de polarización circular. La polarización lineal es la suma de polarización circular 50% a la izquierda y 50% a la derecha, y en este estado se observa que el EFI desaparece. Así, $\boldsymbol{B}^{(3)}$, en un haz con polarización lineal desaparece, porque la mitad del haz tiene $\boldsymbol{B}^{(3)}$ positivo y la otra mitad tiene $\boldsymbol{B}^{(3)}$ negativo. El campo $\boldsymbol{B}^{(3)}$ fue inicialmente inferido por Evans en 1992 [34] y se reconoció por primera vez que la magnetización libre de fase del EFI se debe a un tercer estado de espín de polarización ahora reconocido como $a = (3)$ en la teoría de campo unificado. Las leyes de Gauss y de Faraday de la inducción se cumplen para $a = (3)$, pero se ha observado que $\underline{A}^{(3)} = 0$ [3]-[33].

Por lo tanto:

$$\nabla \cdot \underline{B}^{(3)} \sim 0 \tag{20}$$

$$\frac{\partial \underline{B}^{(3)}}{\partial t} \sim 0. \tag{21}$$

La razón fundamental para esto es que el espín del campo electromagnético produce un momento angular que se observa experimentalmente en el efecto Beth [3]–[33]. El campo electromagnético es negativo bajo simetría de conjugación de carga (C), de manera que el momento angular de Beth produce $\boldsymbol{B}^{(3)}$ directamente, siendo el momento angular y el campo magnético ambos vectores axiales.

El putativo $\boldsymbol{E}^{(3)}$ irradiado sería un vector polar, si llegase a existir, y no se produciría por espín. Sin embargo. no existe un análogo eléctrico del efecto Faraday inverso, un campo electromagnético con polarización circular no produce experimentalmente una polarización eléctrica, sólo una magnetización. Análogamente, en el efecto Faraday original, un campo magnético estático rota el plano de radiación linealmente polarizada, pero no lo hace un campo eléctrico estático. El efecto Faraday y el EFI se explican usando el mismo tensor de hiperpolarizabilidad en el modelo establecido, y en la teoría de campo de Evans mediante un término en la bien definida expansión de Maclaurin de la conexión de espín en términos de la tétrada, produciendo la magnetización del EFI:

$$\underline{M}^{(3)} = -\frac{i}{\mu_0} g' \underline{A}^{(1)} \times \underline{A}^{(2)} \tag{22}$$

donde $\underline{A}^{(1)}$ y $\underline{A}^{(2)}$ son elementos de la tétrada complejos conjugados combinados en vectores [3]–[33]. Análogamente, todos los efectos ópticos no lineales en la teoría de campo de Evans son, consistentemente, propiedades del espacio-tiempo de Evans, o variedad base general de cuatro dimensiones. Por lo tanto, la teoría del campo unificado permite que la óptica no lineal se construya a partir del espacio-tiempo, como lo requiere la relatividad general. En la teoría MH, el espacio-tiempo es plano y no puede cambiarse, de manera que la óptica no lineal debe de describirse usando relaciones constitutivas extrañas a la teoría lineal original.

En la teoría de campo unificado, el campo de espín de Evans y el producto conjugado se deducen en forma consistente a partir de observación experimental:

$$j^a \sim 0. \tag{23}$$

Las Ecs.(23) y (6) implican:

$$R^a{}_b \wedge q^b = \omega^a{}_b \wedge T^b \tag{24}$$

con alto grado de precisión. En otras palabras, la ley de Gauss y la de Faraday de inducción parecen cumplirse para la precisión experimental actual. El motivo está en la relatividad general (física objetiva) en la Ec.(24), una restricción de geometría diferencial. Con las ecuaciones estructurales de Maurer-Cartan de geometría diferencial [1]:

$$T^a = D \wedge q^a \tag{25}$$

$$R^a_{\ b} = D \wedge \omega^a_{\ b} \tag{26}$$

la Ec. (24) deviene la siguiente restricción implícita experimentalmente en la teoría de campo unificada general:

$$(D \wedge \omega^a_{\ b}) \wedge q^b = \omega^a_{\ b} \wedge (D \wedge q^b). \tag{27}$$

Una solución particular de la Ec.(27) es:

$$\omega^a_{\ b} = -\kappa \epsilon^a_{\ bc}\, q^c \tag{28}$$

donde $\varepsilon^a_{\ bc}$ es el tensor de Levi-Civita en el paquete tangente plano del espacio-tiempo. Siendo un espacio-tiempo plano, los índices de letras latinas pueden elevarse y descenderse en notación contravariante y covariante, y en consecuencia podremos re-expresar la Ec. (28) como:

$$\omega_{ab} = \kappa \epsilon_{abc}\, q^c \tag{29}$$

La Ec. (29) establece que la conexión de espín es un tensor antisimétrico dual al vector axial, dentro de un factor escalar con las dimensiones de metros a la inversa. Así, la Ec. (29) define la magnitud del número de onda, κ, en la teoría del campo unificado. Se deduce de la Ec.(29) que la derivada covariante que define la forma de torsión en la ecuación estructural de Maurer-Cartan (25) puede escribirse como:

$$T^a = d \wedge q^a + \omega^a_{\ b} \wedge q^b \tag{30}$$

$$= d \wedge q^a + \kappa q^b \wedge q^c \tag{31}$$

a partir de lo cual resulta, con las Ecs.(3) y (4), que:

$$F^a = d \wedge A^a + g A^b \wedge A^c \tag{32}$$

En la base circular compleja, la Ec.(32) puede expandirse como el conjunto cíclico simétrico de tres ecuaciones:

$$F^{(1)*} = d \wedge A^{(1)*} - ig A^{(2)} \wedge A^{(3)} \tag{33}$$

$$F^{(2)*} = d \wedge A^{(2)*} - ig A^{(3)} \wedge A^{(1)} \tag{34}$$

$$F^{(3)*} = d \wedge A^{(3)} - igA^{(1)} \wedge A^{(2)} \tag{35}$$

con simetría $O^{(3)}$ [3]–[33]. Estas son las relaciones definitorias de la electrodinámica $O^{(3)}$, desarrolladas por Evans entre 1992 y 2003 [3]–[33]. Se ha demostrado que la electrodinámica $O^{(3)}$ es un resultado directo de la teoría del campo unificado, dadas las restricciones experimentales impuestas por la ley de Gauss y la de inducción de Faraday. Se deduce que la electrodinámica $O^{(3)}$ produce automáticamente estas leyes, es decir:

$$d \wedge F^{(a)} = 0, \quad a = 1, 2, 3 \tag{36}$$

tal como se observó experimentalmente. La existencia del producto conjugado se ha DEDUCIDO en la Ec.(32) a partir de geometría diferencial, y resulta que el campo de espín y el EFI también se han deducido de la geometría diferencial y la teoría del campo unificado de Evans de la relatividad general, o física objetiva. Esto constituye un avance fundamental a partir del modelo establecido y de la teoría MH de la relatividad restringida.

3. Métodos numéricos de las soluciones

En general, las ecuaciones de campo homogénea y inhomogénea de Evans deben de resolverse simultáneamente para condiciones iniciales y de contorno. En esta sección se expresan ambas ecuaciones con notación tensorial y se resume información subsidiaria. La ecuación de campo homogénea en notación tensorial es:

$$\begin{aligned} \partial_\mu F^a_{\nu\rho} + \partial_\nu F^a_{\rho\mu} + \partial_\rho F^a_{\mu\nu} &= R^a_{b\mu\nu} A^b_\rho + R^a_{b\nu\rho} A^b_\mu + R^a_{b\rho\mu} A^b_\nu \\ &\quad - \omega^a_{b\mu} F^b_{\nu\rho} - \omega^a_{b\nu} F^b_{\rho\mu} - \omega^a_{b\rho} F^b_{\mu\nu} \end{aligned} \tag{37}$$

y esto es equivalente a la notación de piel y huesos, o minimalista, de la geometría diferencial:

$$d \wedge F = R \wedge A - \omega \wedge F \tag{38}$$

donde se han suprimido todos los índices. Para los propósitos de ingeniería eléctrica, la Ec. (37) es, con un excelente grado de aproximación:

$$\partial_\mu F^a_{\nu\rho} + \partial_\nu F^a_{\rho\mu} + \partial_\rho F^a_{\mu\nu} = 0 \tag{39}$$

La Ec.(39) es equivalente a la Ley de Gauss aplicada al magnetismo:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B}^a = 0 \tag{40}$$

y la Ley de inducción de Faraday:

$$\underline{\nabla} \times \underline{B}^a + \frac{\partial \underline{E}^a}{\partial t} = 0 \tag{41}$$

para todos los estados de polarización a.

La extremadamente importante influencia de la gravitación sobre el magnetismo y viceversa, debe sin embargo computarse en general cuando el lado derecho de la Ec.(37) es distinto de cero. Esta influencia, pequeña pero en general distinta de cero, conduce a una violación de las conocidas leyes (40) y (41), y esto debe de buscarse con instrumentación de alta precisión. La Ec.(39) puede expresarse como la ecuación del dual de Hodge:

$$\partial^\mu \tilde{F}^a_{\mu\nu} = 0 \tag{42}$$

y para cada índice a ésta es una ecuación de campo homogénea de Maxwell-Heaviside. En general, $\tilde{F}^a{}_{\mu\nu}$ es el dual de Hodge de $F_{\mu\nu}{}^a$ en el espacio-tiempo de Evans, y $\tilde{j}_\nu{}^a$ es el dual de Hodge de la tres-forma de densidad de carga-corriente definida por el lado derecho de la Ec.(37), es decir, por:

$$\partial_\mu F^a_{\nu\rho} + \partial_\nu F^a_{\rho\mu} + \partial_\rho F^a_{\mu\nu} = \mu_0 \left(j^a_{\mu\nu\rho} + j^a_{\nu\rho\mu} + j^a_{\rho\mu\nu} \right) \tag{43}$$

donde

$$j^a_{\mu\nu\rho} = \frac{1}{\mu_0} \left(R^a_{b\mu\nu} A^b_\rho - \omega^a_{\mu b} F^b_{\nu\rho} \right) \tag{44}$$

Así,

$$\begin{aligned} \tilde{j}^a_\sigma &= \frac{1}{6} \epsilon^{\mu\nu\rho}_{\sigma} j^a_{\mu\nu\rho} \\ &= \frac{1}{6} \epsilon^{\nu\rho\mu}_{\sigma} j^a_{\nu\rho\mu} \\ &= \frac{1}{6} \epsilon^{\rho\mu\nu}_{\sigma} j^a_{\rho\mu\nu} \end{aligned} \tag{45}$$

y

$$
\begin{aligned}
\tilde{F}^{a}_{\mu\sigma} &= \frac{1}{2}\epsilon^{\nu\rho}_{\ \ \mu\sigma} F^{a}_{\nu\rho}, \\
\tilde{F}^{a}_{\nu\sigma} &= \frac{1}{2}\epsilon^{\rho\mu}_{\ \ \nu\sigma} F^{a}_{\rho\mu}, \\
\tilde{F}^{a}_{\rho\sigma} &= \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu}_{\ \ \rho\sigma} F^{a}_{\mu\nu}.
\end{aligned}
\tag{46}
$$

Al computar estos duales de Hodge, la definición general correcta mapea desde una p-forma de la geometría diferencial a una (n-p) -forma de la geometría diferencial, en la variedad n-dimensional general. La variedad general de cuatro dimensiones es el espacio-tiempo de Evans, así nombrado para distinguirlo del espacio-tiempo de Riemann utilizado en la teoría de campo gravitacional de Einstein. El dual de Hodge es, en general [1]:

$$\tilde{X}_{\mu_1 \cdots \mu_{n-p}} = \frac{1}{p!}\epsilon^{\nu_1 \dots \nu_p}_{\ \ \mu_1 \cdots \mu_{n-p}} X_{\nu_1 \dots \nu_p}. \tag{47}$$

El símbolo general de Levi-Civita es:

$$
\epsilon'_{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n} = \begin{cases} 1 \text{ si } \mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_n \text{ es permutación par} & (48) \\ -1 \text{ si } \mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_n \text{ es permutación impar} & (49) \\ 0 \quad \text{demás casos} & (50) \end{cases}
$$

y el tensor de Levi-Civita utilizado en la Ec.(47) es:

$$\epsilon_{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n} = (|g|)^{1/2} \epsilon'_{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n} \tag{51}$$

$A^a_\mu = A^{(0)} q^a_\mu$

La métrica se factoriza en un producto escalar de tétradas:

$$g_{\mu\nu} = q^a_\mu q^b_\nu \eta_{ab} \tag{52}$$

donde:

$$\eta_{ab} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{53}$$

es el tensor de la métrica diagonal del paquete tangente del espacio-tiempo, un espacio-tiempo plano o de Minkowski. Las conexiones gamma y de espín se relacionan a través del postulado de la tétrada:

$$D_\mu q^a_\nu = \partial_\mu q^a_\nu + \omega^a_{\mu b} q^b_\nu - \Gamma^\lambda_{\mu\nu} q^a_\lambda = 0. \tag{54}$$

Los tensores de torsión y curvatura (o de Riemann) se definen a través de las relaciones estructurales de Maurer-Cartan de la geometría diferencial. El tensor de torsión es la derivada covariante de la tétrada y es:

$$T^\lambda_{\mu\nu} = q^\lambda_a T^a_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\nu\mu}. \tag{55}$$

Por lo tanto desaparece de la conexión de Christoffel de la teoría gravitacional de Einstein:

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda_{\nu\mu}. \tag{56}$$

El tensor de curvatura es la derivada covariante de la conexión de espín, y es:

$$R^\sigma_{\lambda\nu\mu} = q^\sigma_a q^b_\lambda R^a_{b\nu\mu} \tag{57}$$

Se deduce entonces que:

$$R^a_{b\nu\mu} = \partial_\nu \omega^a_{\mu b} - \partial_\mu \omega^a_{\nu b} + \omega^a_{\nu c} \omega^c_{\mu b} - \omega^a_{\mu c} \omega^c_{\nu b} \tag{58}$$

y

$$R^\sigma_{\lambda\nu\mu} = \partial_\nu \Gamma^\sigma_{\mu\lambda} - \partial_\mu \Gamma^\sigma_{\nu\lambda} + \Gamma^\sigma_{\nu\rho} \Gamma^\rho_{\mu\lambda} - \Gamma^\sigma_{\mu\rho} \Gamma^\rho_{\nu\lambda}. \tag{59}$$

Por lo tanto, el espacio-tiempo de Evans está completamente definido por las relaciones estructurales. La ecuación de campo homogénea es la primera identidad de Bianchi de la geometría diferencial con el factor C negativo $A^{(0)}$. La segunda identidad de Bianchi conduce al teorema de Noether de la teoría de campo de Evans, y establece que la derivada covariante del tensor de curvatura desaparece en forma idéntica.

Nótese que la Ec.(39) es equivalente al empleo de las coordenadas normales de Riemann y un espacio-tiempo local plano, porque se trata de una ecuación en derivadas ordinarias, no en derivadas covariantes. En general, $|g|$, el módulo del determinante de la métrica, en la Ec.(49) es una función de x^μ, pero en el punto p en el espacio-tiempo de Evans o la variedad M siempre es posible definir el sistema de coordenadas normales de Riemann, de manera que la métrica esté en forma canónica, y:

$$\partial_\mu g = 0. \tag{60}$$

Esto define el espacio-tiempo plano local. Nótese cuidadosamente que la ecuación homogénea general (37) no puede expresarse como una ecuación dual de Hodge del tipo (39), de manera que la ecuación apropiada para una solución numérica siempre ha de ser la Ec.(37). Se menciona la Ec.(39) sólo por el método tradicional para expresar la ecuación homogénea de Maxwell-Heaviside en el espacio-tiempo de Minkowski (HME) como la ecuación dual de Hodge. La forma correcta de la HME es la siguiente identidad de Bianchi en el espacio-tiempo de Minkowski:

$$\partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0 \tag{61}$$

un espacio-tiempo en el que el dual de Hodge es definible como:

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}, \tag{62}$$

puede entonces demostrarse que la Ec.(61) es la misma ecuación que:

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0. \tag{63}$$

La demostración es como sigue. A partir de la Ec.(63):

$$\partial_\lambda \tilde{F}^{\lambda\rho} + \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\rho} + \partial_\nu \tilde{F}^{\nu\rho} = 0 \tag{64}$$

y utilizando la Ec.(62):

$$\frac{1}{2}\left(\partial_\lambda\left(\epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} F_{\mu\nu}\right) + \partial_\mu\left(\epsilon^{\mu\rho\nu\lambda} F_{\nu\lambda}\right) + \partial_\nu\left(\epsilon^{\nu\rho\lambda\mu} F_{\lambda\mu}\right)\right) = 0. \tag{65}$$

Utilizando el teorema de Leibniz y la constancia de $\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ en el espacio-tiempo de Minkowski, la Ec.(65) deviene:

$$\epsilon^{\lambda\rho\mu\nu}\partial_\lambda F_{\mu\nu} + \epsilon^{\mu\rho\nu\lambda}\partial_\mu F_{\nu\lambda} + \epsilon^{\nu\rho\lambda\mu}\partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0. \tag{66}$$

Podemos agregar índices individuales de la Ec.(66), para dar, por ejemplo:

$$\epsilon^{1\rho 23}\partial_1 F_{23} + \epsilon^{2\rho 31}\partial_2 F_{31} + \epsilon^{3\rho 12}\partial_3 F_{12} + \ldots = 0 \tag{67}$$

que es

$$\partial_1 F_{23} + \partial_2 F_{31} + \partial_3 F_{12} + \ldots = 0 \tag{68}$$

cuando se emplea

$$\epsilon^{1023} = \epsilon^{2031} = \epsilon^{3012} = -1. \tag{69}$$

Procediendo de esta manera vemos que la Ec.(61) es igual que la Ec.(63). Nótese cuidadosamente que esta demostración no se cumple en general para el espacio-tiempo de Evans, porque en dicho espacio-tiempo se obtienen resultados tales como:

$$\partial^\mu \tilde{F}^a_{\mu\sigma} = \frac{1}{2}\partial^\mu\left(\epsilon^{\nu\rho}_{\mu\sigma} F^a_{\nu\rho}\right) = \frac{1}{2}\left(\epsilon^{\nu\rho}_{\mu\sigma}\partial^\mu F^a_{\nu\rho} + \left(\partial^\mu \epsilon^{\nu\rho}_{\mu\sigma}\right) F^a_{\nu\rho}\right) \tag{70}$$

y como depende de ello se obtiene

$$\partial^\mu \epsilon^{\nu\rho}_{\mu\sigma} \neq 0 \tag{71}$$

y hay un término adicional que no aparece en la Ec.(63) del espacio-tiempo de Minkowski. Sólo en el caso especial de la Ec.(62) obtenemos:

$$\partial^\mu \epsilon^{\nu\rho}_{\mu\sigma} = 0. \tag{72}$$

Por lo tanto, en general, la ecuación homogénea de Evans (37) debe de resolverse simultáneamente con la ecuación inhomogénea de Evans. Esta última es una expresión para la derivada exterior covariante del dual de Hodge de $F^a{}_{\mu\nu}$. En la notación minimalista o de piel y huesos de la geometría diferencial, esta expresión es:

$$\begin{aligned} d \wedge \tilde{F} &= \tilde{R} \wedge A - \omega \wedge \tilde{F} \\ &= \mu_0 J \end{aligned} \tag{73}$$

donde R denota el dual de Hodge de la forma de curvatura. La Ec.(73) es la expresión objetiva o covariante generalizada en la teoría de campo unificado de la ecuación inhomogénea de Maxwell-Heaviside (IMH) de la relatividad restringida:

$$d \wedge \tilde{F} = \mu_0 J. \tag{74}$$

Se ve por comparación entre as Ecs.(73) y (74) que en la teoría de campo unificado $d\wedge$ se ha visto reemplazado por $D\wedge$, tal como se requiere. Dado que tanto F como R en la Ec.(38) son dos-formas, se deduce por simetría que si una de ellas toma el dual de Hodge de F del lado izquierdo, uno debe de tomar el dual de Hodge de R del lado derecho. La razón es que el dual de Hodge de cualquier dos-forma en el espacio-tiempo de Evans siempre es otra dos-forma. Resulta conveniente reescribir la Ec.(73) como:

$$D \wedge \tilde{F} = \tilde{R} \wedge A \tag{75}$$

y por analogía con la Ec.(37), la expresión tensorial para la Ec.(73) es:

$$\begin{aligned} \partial_\mu \tilde{F}^a_{\nu\rho} + \partial_\nu \tilde{F}^a_{\rho\mu} + \partial_\rho \tilde{F}^a_{\mu\nu} &= \tilde{R}^a_{b\mu\nu} A^b_\rho + \tilde{R}^a_{b\nu\rho} A^b_\mu + \tilde{R}^a_{b\rho\mu} A^b_\nu \\ &\quad - \omega^a_{b\mu} \tilde{F}^b_{\nu\rho} - \omega^a_{b\nu} \tilde{F}^b_{\rho\mu} - \omega^a_{b\rho} \tilde{F}^b_{\mu\nu} . \end{aligned} \tag{76}$$

Por lo tanto, la tarea computacional general es el resolver las Ecs.(37) y (76) simultáneamente, para condiciones iniciales y de contorno dadas. En último análisis, esto constituye un problema de ecuaciones diferenciales parciales simultáneas. Podemos ahora definir la corriente inhomogénea

$$J_{\mu\nu\rho} = \frac{1}{\mu_0} \left(\tilde{R}^a_{b\mu\nu} A^b_\rho - \omega^a_{\mu b} \tilde{F}^b_{\nu\rho} \right) \tag{77}$$

$$\vdots$$

y podremos notar que $J_{\mu\nu\rho}$ es en general mucho mayor que la corriente homogénea $j\mu\nu\rho$. Por lo tanto, $J_{\mu\nu\rho}$ es de gran importancia práctica para la adquisición de energía eléctrica a partir del espaciotiempo de Evans, y para tecnología contra-gravitacional en le industria aeroespacial.

Finalmente, una forma conveniente de la ecuación de campo inhomogénea puede obtenerse a partir de las siguientes consideraciones. Primero construimos el siguiente dual de Hodge:

$$\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma} \tag{78}$$

en el límite de MH:

$$d \wedge F = 0 \tag{79}$$

$$d \wedge \tilde{F} = \mu_0 J \tag{80}$$

y nótese que:

$$(d \wedge \tilde{F})^{\mu\nu} \neq \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (d \wedge F)_{\rho\sigma} . \tag{81}$$

Mediante conveniente notación reducida, este resultado puede expresarse como:

$$d \wedge \tilde{F} \neq \frac{1}{2} \epsilon' d \wedge F \tag{82}$$

un resultado que deviene:

$$d \wedge \tilde{F} \neq \frac{1}{2} |g|^{\frac{1}{2}} \epsilon' d \wedge F \tag{83}$$

en el espacio-tiempo de Evans. Esto constituye un resultado clave porque muestra que J^a no es igual a cero si j^a es cero o casi cero, y que es J^a el término de corriente importante para la adquisición de energía eléctrica a partir del espacio-tiempo de Evans.

Para propósitos de computación se requiere un método sistemático de construcción de la ecuación de campo de Evans inhomogénea (IE), en donde cada término requerido para la codificación esté precisamente definido. Para ello, debemos de comenzar con las definiciones fundamentales de la geometría diferencial, las dos ecuaciones estructurales de Maurer-Cartan:

$$T^a = D \wedge q^a \tag{84}$$

$$R^a_b = D \wedge \omega^a_b \tag{85}$$

y las dos ecuaciones de Bianchi:

$$D \wedge T^a = R^a_b \wedge q^b \tag{86}$$

$$D \wedge R^a_b = 0. \tag{87}$$

Con el objeto de construir correctamente los duales de Hodge de T^a y $R_b{}^a$ que aparecen en el IE, debe de definirse correctamente el determinante de la métrica en cada caso (ver la Ec.(49)). Para proceder, consideremos el límite de la teoría del campo unificado de Evans para la gravitación sin influencia del electromagnetismo. En el límite de Einstein, el tensor de la métrica es simétrico y definido por el producto punto interno de dos tétradas:

$$g_{\mu\nu}^{(s)} = q_{\mu}^{a(s)} q_{\nu}^{b(s)} \eta_{ab} \tag{88}$$

La geometría diferencial adecuada a la teoría de Einstein es, entonces:

$$T^{a(s)} = 0 \tag{89}$$

$$d \wedge q^{a(s)} = -\omega_{b}^{a(s)} \wedge q^{b(s)}, \tag{90}$$

$$R_{b}^{a(s)} \wedge q^{b(s)} = 0. \tag{91}$$

El determinante de la métrica se define en este límite a través de:

$$g^{(s)} = \left| g_{\mu\nu}^{(s)} \right| \tag{92}$$

y así el dual de Hodge de la forma de Riemann se define en la teoría de la gravitación de Einsteinmediante

$$\tilde{R}_{b}^{a(s)} = \frac{1}{2} \left| g_{\mu\nu}^{(s)} \right|^{\frac{1}{2}} \epsilon' R_{b}^{a(s)} \tag{93}$$

Consideremos a continuación el límite de la teoría de campo de Evans que da el campo electromagnético libre cuando no existe interacción entre campo y materia, definiéndose la materia por la presencia de una masa distinta de cero. La geometría diferencial que define este límite es:

$$T^{a(A)} = D \wedge q^{a(A)} \tag{94}$$

$$R_{b}^{a(A)} = D \wedge \omega_{b}^{a(A)} \tag{95}$$

$$g_{\mu\nu}^{c\,(A)} = q_{\mu}^{a(A)} \wedge q_{\nu}^{b(A)} \tag{96}$$

y el determinante de la métrica es:

$$g^{(A)} = |g^{c\,(A)}_{\mu\nu}|. \tag{97}$$

Los duales de Hodge de las formas de torsión y de Riemann para el campo electromagnético libre son, por lo tanto:

$$\tilde{T}^{a(A)} = \frac{1}{2}|g^{(A)}|^{\frac{1}{2}}\epsilon' T^{a(A)}, \tag{98}$$

$$\tilde{R}^{a\,(A)}_{b} = \frac{1}{2}|g^{(A)}|^{\frac{1}{2}}\epsilon' R^{a\,(A)}_{b}. \tag{99}$$

Tercero, cuando el campo electromagnético interactúa con la materia, como en IE, la geometría diferencial apropiada es:

$$T^a = D \wedge q^a, \tag{100}$$

$$R^a_b = D \wedge \omega^a_b, \tag{101}$$

$$g^{ab}_{\mu\nu} = q^a_\mu q^b_\nu \tag{102}$$

y el determinante del tensor de la métrica es ahora:

$$g = |g^{ab}_{\mu\nu}|. \tag{103}$$

El tensor de la métrica mismo es la suma de componentes de tensores métricos simétrico y antisimétricos:

$$q^a_\mu q^b_\nu = \frac{1}{2}\left((q^a_\mu q^b_\nu)^{(S)} + (q^a_\mu q^b_\nu)^{(A)}\right). \tag{104}$$

El dual de Hodge de la forma de Riemann en el IE es, por lo tanto:

$$\tilde{R}^a_b = \frac{1}{2}|g|^{\frac{1}{2}}\epsilon' R^a_b, \tag{105}$$

porque en general tanto la métrica simétrica como la antisimétrica contribuyen al tensor de Riemann o forma de Riemann cuando existe una interacción entre campo y materia. Sin embargo, el dual de Hodge de la forma de torsión en el IE es:

$$\tilde{T}^a = \frac{1}{2} |g^{(A)}|^{\frac{1}{2}} \epsilon' T^a, \qquad (106)$$

porque sólo la métrica antisimétrica contribuye al tensor de torsión o forma de torsión a partir de la Ec.(94).

Por lo tanto, el algoritmo computacional está completamente definido, y la tarea computacional en general es el resolver el HE y el IE SIMULTÁNEAMENTE para condiciones iniciales y de contorno dadas. Las HE y IE contienen más información que sus equivalentes de la teoría de campo de Maxwell-Heaviside, y la tarea de ingeniería es el diseñar mediante CAD/CAM un circuito que tome energía eléctrica del espacio-tiempo de Evans, definido por la variedad general de cuatro dimensiones en el que los tensores de Riemann y de torsión son ambos distintos de cero. En el espacio-tiempo de Minkowski de la teoría de campo de Maxwell-Heaviside ambos tensores son iguales a cero. Debemos de utiliza la computadora para definir esta fuente adicional de energía y para optimizar circuitos que emplean esta fuente adicional en dispositivos prácticos.

Agradecimientos.

Se agradece a la Fundación Ted Annis, Craddock Inc., John B. Hart y a otros académicos por el apoyo financiero para este trabajo, y al equipo de AIAS por muchas discusiones interesantes.

Referencias bibliográficas.

1. S.P.Carroll., *Lecture Notes in General Relativity* (curso para graduados en Harvard,UC Santa Barbara y U.Chicago, del dominio público en: arXiv:gr-gq 973019 v1 Dec 1997, public domain).
2. L.H.Ryder, *Quantum Field Theory*, (Cambridge Univ Press,1996,2a ed.).
3. M.W.Evans, A Unified Field Theory for Gravitation and Electromagnetism, *Found. Phys. Lett.*, **16**, 367 (2003).
4. M.W.Evans, A Generally Covariant Wave Equation for Grand Unified Field Theory, *Found.Phys.Lett.*, **16**, 507 (2003).
5. M.W.Evans, The Equations of Grand Unified Field Theory in Terms of the Maurer-Cartan Structure relations of Differential Geometry, *Found. Phys. Lett.*, **17**,25 (2004).
6. M.W.Evans, Derivation of Dirac's Equation from the Evans Wave Equation, *Found. Phys. Lett.*, **17**,149 (2004).
7. M.W.Evans, Unification of the Gravitational and Strong Nuclear Fields, *Found. Phys. Lett.*, **17**,267 (2004).
8. M.W.Evans, The Evans Lemma of Differential Geometry, *Found. Phys. Lett.*, **17**,433

(2004).
9. M.W.Evans, Derivation of the Evans Wave Equation form the Lagrangian and Action,Origin of the Planck Constant in General Relativity, *Found. Phys. Lett.*, **17**,535 (2004).
10. M.W.Evans et. al. (Grupo de Autores de AIAS), Development of the Evans Wave Equation in the Weak Field Limit: the Electrogravitic Equation,*Found. Phys. Lett.*, **17**,497 (2004).
11. M.W.Evans, Physical Optics, the Sagnac Effect and the Aharonov Bohm Effect in the Evans Unified Field Theory, *Found.Phys.Lett.*, **17**, 301 (2004).
12. M.W.Evans, Derivation of the Geometrical Phase from the Evans Phase Law of Generally Covariant Unified Field Theory, *Found.Phys.Lett.*, **17**,393 (2004).
13. M.W.Evans, Derivation of the Lorentz Boost from the Evans Wave Equation, *Found. Phys. Lett.*, **17**,663 (2004).
14. M.W.Evans,The Electromagnetic Sector of the Evans Field Theory, *Found. Phys. Lett.*, en prensa (2005), preimpresión en www.aias.us .
15. M.W.Evans, New Concepts from the Evans Field Theory,Part One: The Evolution of Curvature, Oscillatory Universe without Singularity and general Force and Field Equations, *Found.Phys.Lett.*, en prensa (2005), preimpresión en www.aias.us .

16. M.W .Evans, New Concepts from the Evans Field Theory,Part Two: Derivation of the Heisenberg Equation and Reinterpretation of the Heisenberg Uncertainty Principle, *Found. Phys.Lett.*, en prensa (2005), preimpresión en www.aias.us .
17. M.W.Evans, The Spinning and Curving of Spacetime, the Electromagnetic and Gravitational Fields in the Evans Unified Field Theory, *Found.Phys.Lett.*, en prensa, (2005), preimpresión en www.aias.us .
18. M.W.Evans, Derivation of O(3) Electrodynamics from Generally Covariant Unified Field Theory, *Found.Phys.Lett.*, en prensa, preimpresión en www.aias.us .
19. M.W.Evans, Derivation of O(3) Electrodynamics form the Evans Unified Field Theory, *Found.Phys.Lett.*, en prensa, preimpresión en www.aias.us .
20. M.W.Evans, Calculation of the Anomalous Magnetic Moment of the Electron, *Found.Phys.Lett.*, en prensa, preimpresión en www.aias.us .
21. M.W.Evans, Generally Covariant Electro-weak Theory, *Found.Phys.Lett.*, en prensa, preimpresión en www.aias.us .
22. M.W.Evans, Evans Field Theory of Neutrino Oscillations, *Found.Phys.Lett.*, en prensa, preimpresión en www.aias.us .
23. M.W.Evans, The Interaction of Gravitation and Electromagnetism, *Found. Phys. Lett.*, preimpresión en www.aias.us .
24. M.W.Evans, Electromagnetic Energy from Gravitation, *Found.Phys.Lett.*, en prensa, preimpresión en www.aias.us .

25. M.W.Evans, The Fundamental Invariants of the Evans Field Theory, *Found. Phys. Lett.*, en prensa, preimpresión en www.aias.us .
26. M.W.Evans, The Homogeneous and Inhomogeneous Evans Field Equations, *Found.Phys.Lett.*, en prensa, preimpresión en www.aias.us .

27. M.W.Evans, *Generally Covariant Unified Field Theory: the Geometrization of Physics*, (en prensa, 2005), preimpresión en www.aias.us .
28. L. Felker, *The Evans Equations*, (libro de texto para principiantes, en prep.).
29. M.Anderson, Artspeed Website for the Collected Works of Myron Evans, www.myronevanscollectedworks.com .
30. M.W.Evans y L.B.Crowell, *Classical and Quantum Electrodynamics and the* $\boldsymbol{B}^{(3)}$ *Field* (World Scientific, Singapur,2001).
31. M.W.Evans (ed.), *Modern Nonlinear Optics*, una publicación en edición especial por temas, en tres partes de I. Prigogine y S.A.Rice (eds. de la serie), *Advances in Chemical Physics*, (Wiley Interscience, Nueva York, 2001, 2a ed., y 1992, 1993, 1997,1ª ed.), vols 119 y 85.
32. M.W.Evans, J.-P.Vigier et al, *The Enigmatic Photon*, (Kluwer, Dordrecht,1994 a 2002, encuadernación dura y blanda), en cinco volúmenes.
33. M.W.Evans y A.A.Hasanein, *The Photomagneton in Quantum Field Theory* (World Scientific,Singapur,1994)
34. M.W.Evans, Physica B, **182**,227,237 (1992).