Análisis vectorial de las Identidades de Cartan y Evans y de las Ecuaciones de Campo de la Teoría ECE.

por

M. W. Evans y H. Eckardt

Civil List, AIAS y UPITEC

(www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.upitec.org, www.atomicprecision.com, www.et3m.net)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se desarrollan las identidades de Cartan y Evans de la geometría diferencial en formato vectorial y se aplica al resultado un análisis de duales de Hodge. Se demuestra que el rotacional vectorial en cuatro dimensiones es el rotacional en tres dimensiones y su dual de Hodge. El producto tensorial antisimetrizado de una 1-forma y una 2-forma se expresa como una cuestión vectorial que clarifica apreciablemente su significado. La transformación de dualidad de la electrodinámica se utiliza para demostrar que la fuerza del campo eléctrico puede expresarse como un dual de Hodge del rotacional vectorial del potencial. Estos resultados se extienden a la teoría ECE y se confirma que las ecuaciones de la teoría ECE producen la resonancia de conexión de espín.

Palabras clave: teoría ECE, identidades de Cartan y Evans como identidades vectoriales, análisis dual de Hodge, transformación de dualidad de las ecuaciones de campo.

1. Introducción.

En esta serie de 254 documentos a la fecha [1 – 10] se ha demostrado que puede desarrollarse una teoría del campo unificado directamente sobre la base de la relatividad general con torsión. La geometría elegida es la geometría de Cartan tradicional [11], definida por las dos ecuaciones estructurales de Cartan Maurer y la identidad de Cartan. Se ha demostrado que la identidad de Evans es la identidad de Cartan para duales de Hodge de 2-formas en las cuatro dimensiones del espaciotiempo. Las ecuaciones estructurales definen la relación entre el campo y el potencial, y las identidades de Cartan y Evans definen, respectivamente, las ecuaciones de campo homogéneas e inhomogéneas, tanto para el electromagnetismo como para la gravitación. Estos resultados se describen en detalle en el Modelo de Ingeniería de la teoría ECE, publicado en el portal www.aias.us. Descubrimientos mayores de la teoría ECE incluyen el hecho de que la omisión de la torsión refuta íntegramente la era de la relatividad general, conocida como relatividad general einsteiniana, de manera que, por ejemplo, no existen agujeros negros y no existe el Big Bang. Estas conclusiones resultan obvias a partir de la geometría, una vez que se comprende que la torsión es tan fundamental como la curvatura. Otra conclusión mayor de la teoría ECE es que existe un campo gravitomagnético.

Estas conclusiones han sido aceptadas por una amplia legión de lectores de la teoría ECE, la cual ha sido monitoreada sistemáticamente durante casi una década. El modelo establecido de la física ha quedado descartado como esencialmente sin sentido, a excepción de unas pocas de sus ecuaciones. Este cambio de pensamiento se conoce como el desplazamiento paradigmático post einsteiniano. Se ha demostrado que el bosón de Higgs no tiene sentido alguno, y su aplicación a la teoría electrodébil posee errores escandalosos. Por lo tanto, la física se ha dividido en dos temas completamente diferentes, la matemáticamente correcta teoría ECE y la matemáticamente incorrecta y obsoleta física establecida. Dado que la teoría ECE se basa directamente en la geometría de Cartan, la primera no puede refutarse matemáticamente, simplemente porque la geometría de Cartan es precisa y elegante y, por supuesto, irrefutable dentro del marco de sus definiciones, o sea las ecuaciones estructurales e identidades.

En la Sección 2 se muestra que la ecuación estructural de Cartan puede simplificarse y clarificarse significativamente mediante el empleo del análisis vectorial de Heaviside Gibbs. Las ecuaciones de Cartan son elegantes y precisas, pero resultan demasiado abstractas para su aplicación inmediata a la física y a la ingeniería. Para aplicaciones prácticas debe de desarrollarse mediante notación tensorial, la cual no se utiliza mucho en química o ingeniería, y luego desarrollarse mediante notación vectorial. Los ingenieros utilizan casi exclusivamente la notación vectorial. La notación tensorial sólo la utilizan algunos químicos y físicos. Las ecuaciones de la teoría ECE en notación vectorial son las más útiles, en especial por su resonancia de conexión de espín [1 – 10], y se incluyen en el modelo de ingeniería de la teoría ECE publicado en el portal www.aias.us. En la Sección 2 se muestra que la notación vectorial clarifica significativamente la notación en forma diferencial. Por ejemplo, se demuestra que el rotacional vectorial en cuatro dimensiones es el rotacional vectorial en tres dimensiones junto con su dual de Hodge. Se demuestra que la identidad de Cartan es una identidad vectorial bien conocida, y se demuestra que esta identidad produce resultados consistentes. La complejidad de los productos tensoriales anti-simetrizados a ambos lados de la identidad de Cartan se reduce significativamente y clarifica mediante el empleo de notación vectorial. Finalmente, se aplica el método del dual de Hodge al análisis vectorial y se desarrolla con la transformación de dualidad del electromagnetismo.

En la Sección 3, Horst Eckardt comenta algunos aspectos del desarrollo vectorial de la geometría de Cartan y de la teoría ECE.

2. Desarrollo del Análisis Vectorial.

La primera ecuación estructural de Cartan Maurer puede escribirse [1 – 10] en su formato más conciso y abstracto de la siguiente manera:

$$T = D \wedge q = d \wedge q + \omega \wedge q \tag{1}$$

la cual es una forma abreviada de la habitual notación de forma [11]:

$$T^a = d \wedge q^a + \omega^a_{\ b} \wedge q^b \tag{2}$$

En notación tensorial, la Ec. (2) es

$$T^a_{\ \mu\nu} = \partial_\mu q^a_{\ \nu} - \partial_\nu q^a_{\ \mu} + \omega^a_{\ \mu b} q^b_{\ \nu} - \omega^a_{\ \nu b} q^b_{\ \mu} \tag{3}$$

la cual da origen a dos ecuaciones vectoriales (véase el Modelo de Ingeniería de la teoría ECE) que definen respectivamente la torsión de espín:

$$\underline{T}^a_{\text{espín}} = \underline{\nabla} \times \underline{q}^a - \underline{\omega}^a_{\ b} \times \underline{q}^b \tag{4}$$

y la torsión orbital:

$$\underline{T}^a_{\text{orbital}} = -\underline{\nabla} q^a_0 - \frac{\partial \underline{q}^a}{c\,\partial t} - \omega^a_{\ 0b} \underline{q}^b + \underline{\omega}^a_{\ b} q^b_0 . \tag{5}$$

Aquí, T denota la torsión, q denota la tétrada de Cartan, ω denota la conexión de espín, $D \wedge$ denota el producto cuña covariante y $d \wedge$ el producto cuña de la geometría diferencial. Esta notación se explica en detalle en la literatura relacionada con la teoría ECE.

Análogamente, la segunda ecuación estructural de Cartan Maurer es:

$$R = D \wedge \omega = d \wedge \omega + \omega \wedge \omega \tag{6}$$

que es una notación abreviada para:

$$R^a_{\ b} = d \wedge \omega^a_{\ b} + \omega^a_{\ c} \wedge \omega^c_{\ b} \tag{7}$$

En notación tensorial, la Ec. (7) deviene:

$$R^a_{\ b\mu\nu} = \partial_\mu \omega^a_{\ \nu b} - \partial_\nu \omega^a_{\ \mu b} + \omega^a_{\ \mu c}\,\omega^c_{\ \nu b} - \omega^a_{\ \nu c}\,\omega^c_{\ \mu b} \tag{8}$$

que nuevamente denota dos ecuaciones vectoriales para la curvatura de espín:

$$\underline{R}^a_{\ b\,\text{espín}} = \underline{\nabla} \times \underline{\omega}^a_{\ b} - \underline{\omega}^a_{\ c} \times \omega^c_{\ b} \tag{9}$$

y la curvatura orbital:

$$\underline{R}^a_{\ b\,\text{orbital}} = -\underline{\nabla}\,\omega^a_{\ 0b} - \frac{\partial \underline{\omega}^a_{\ b}}{c\,\partial t} - \omega^a_{\ 0c}\,\underline{\omega}^c_{\ b} + \underline{\omega}^a_{\ c}\,\omega^c_{\ 0b}\,. \tag{10}$$

La identidad de Cartan es, en notación abreviada:

$$D \wedge T := R \wedge q \tag{11}$$

La cual en notación de forma diferencial tradicional [1 – 11] es:

$$d \wedge T^a + \omega^a_{\ b} \wedge T^b := R^a_{\ b} \wedge q^b\,. \tag{12}$$

A ambos lados de la ecuación hay productos tensoriales anti-simetrizados de una 1-forma y una 2-forma [11]. De manera que en notación tensorial la identidad es la suma cíclica:

$$\begin{aligned} &\partial_\mu T^a_{\ \nu\rho} + \partial_\rho T^a_{\ \mu\nu} + \partial_\nu T^a_{\ \rho\mu} + \omega^a_{\ \mu b} T^b_{\ \nu\rho} + \omega^a_{\ \rho b} T^b_{\ \mu\nu} \\ &+ \omega^a_{\ \nu b} T^b_{\ \rho\mu} := q^b_{\ \mu} R^a_{\ b\nu\rho} + q^b_{\ \rho} R^a_{\ b\mu\nu} + q^b_{\ \nu} R^a_{\ b\rho\mu} \end{aligned} \tag{13}$$

La identidad de Evans es, en notación abreviada:

$$D \wedge \tilde{T} := \tilde{R} \wedge q \tag{14}$$

la cual da la suma cíclica antisimetrizada:

$$d \wedge \tilde{T}^a + \omega^a_b \wedge \tilde{T}^b := \tilde{R}^a_b \wedge q^b \tag{15}$$

donde el tilde denota el dual de Hodge [1 – 11]. La identidad de Evans se obtiene a partir del hecho de que el dual de Hodge de una 2-forma en cuatro dimensiones también es una 2-forma.

Consideremos el producto cuña:

$$A_\mu \wedge D_{\nu\rho} = A_\mu D_{\nu\rho} + A_\rho D_{\mu\nu} + A_\nu D_{\rho\mu} \tag{16}$$

donde:

$$D_{\nu\rho} = B_\nu C_\rho - B_\rho C_\nu \tag{17}$$

$$D_{\mu\nu} = B_\mu C_\nu - B_\nu C_\mu \tag{18}$$

$$D_{\rho\mu} = B_\rho C_\mu - B_\mu C_\rho \tag{19}$$

Para índices del tipo espacial hay términos tales como:

$$A_1 \wedge D_{23} = A_1 (B_2 C_3 - B_3 C_2) = A_1 D^1 \tag{20}$$

así, para índices de tipo espacial el producto (16) se traduce de la siguiente manera a notación vectorial:

$$A \wedge D \longrightarrow \underline{A} \cdot \underline{B} \times \underline{C} \tag{21}$$

La parte de tipo espacial de la identidad de Cartan es la parte de espín, o en electromagnetismo la parte magnética. Se demuestra a continuación que la identidad de Cartan de espín se reduce a una simple identidad vectorial.

Para la torsión de espín la identidad de Cartan es:

$$\underline{\nabla} \cdot \underset{\sim}{T}^a + \underline{\omega}^a{}_b \cdot \underset{\sim}{T}^b = \underline{q}^b \cdot \left(\underline{\nabla} \times \underline{\omega}^a{}_b - \underline{\omega}^a{}_c \times \underline{\omega}^c{}_b \right)$$

es decir:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\nabla} \times \underline{q}^a - \underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}^a{}_b \times \underline{q}^b + \underline{\omega}^a{}_b \cdot \left(\underline{\nabla} \times \underline{q}^b - \underline{\omega}^a{}_c \times \underline{q}^c \right)$$

$$= \underline{q}^b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\omega}^a{}_b - \underline{q}^b \cdot \underline{\omega}^a{}_c \times \underline{\omega}^c{}_b \tag{21.1}$$

Ahora utilicemos:

$$\underline{q}^b \cdot \underline{\omega}^a{}_c \times \underline{\omega}^c{}_b = \underline{\omega}^a{}_b \cdot \underline{\omega}^a{}_c \times \underline{q}^c \tag{22}$$

y:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\nabla} \times \underline{q}^a = 0 \tag{23}$$

para hallar que:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}^a{}_b \cdot \underline{q}^b = \underline{\omega}^a{}_b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{q}^b - \underline{q}^b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\omega}^a{}_b \tag{24}$$

que es la identidad vectorial:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{F} \times \underline{G} = \underline{G} \cdot \underline{\nabla} \times \underline{F} - \underline{F} \cdot \underline{\nabla} \times \underline{G} \tag{25}$$

Q. E. D.

La estructura de la ecuación de campo homogénea en la teoría ECE es [1 – 10]:

$$\underline{\nabla} \cdot \left(\underline{\nabla} \times \underline{q}^b - \underline{\omega}^b{}_c \times \underline{q}^c \right) = 0 \tag{26}$$

Sigue de inmediato que:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}^b{}_c \times \underline{q}^c = 0 . \tag{27}$$

A partir de las Ecs. (21) y (26):

$$\underline{\omega}^a{}_b \cdot \left(\underline{\nabla} \times \underline{q}^b - \underline{\omega}^b{}_c \times \underline{q}^c \right) = \underline{q}^b \cdot \left(\underline{\nabla} \times \underline{\omega}^a{}_b - \underline{\omega}^a{}_c \times \underline{\omega}^a{}_b \right) \tag{28}$$

es decir :

$$\underline{\omega}^a{}_b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{q}^b = \underline{q}^b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\omega}^a{}_b \tag{29}$$

y nuevamente se obtiene la Ec. (27), Q. E. D.

La densidad de flujo magnético en el modelo de ingeniería de la teoría ECE se define mediante [1 – 10]:

$$\underline{B}^a = \underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}^a{}_b \times A^b \tag{30}$$

y la Ec. (27) en el electromagnetismo de la teoría ECE deviene:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}^b{}_c \times A^c = 0 \tag{31}$$

de manera que se obtiene que:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B}^a = 0 . \tag{32}$$

No hay monopolo magnético, en forma consistente ésta fue la suposición de condujo a la Ec. (26). Ello constituye otra evaluación exitosa de la consistencia interna de la teoría ECE.

La fuerza del campo eléctrico en el modelo de ingeniería de la teoría ECE se define mediante:

$$\underline{E}^a = -\underline{\nabla} \phi^a - \frac{\partial \underline{A}^a}{\partial t} - c\, \omega^a{}_{0b} A^b + \phi^b \underline{\omega}^a{}_b \tag{33}$$

es decir mediante la torsión orbital. El potencial electromagnético es la tétrada:

$$A^a_\mu = \left(\frac{\phi^a}{c}, -\underline{A}^a \right) \tag{34}$$

donde ϕ^a es el potencial escalar y *A* es el potencial vectorial. La conexión de espín se define mediante:

$$\omega^a_{\mu b} = \left(\omega^a_{0b}, -\underline{\omega}^a_b \right) . \tag{35}$$

Es conveniente expresar la fuerza del campo eléctrico en términos del dual de Hodge con el objeto de desarrollar la identidad de Cartan en formato vectorial para torsión orbital tanto como para torsión de espín. Los antecedentes para este desarrollo se incluyen en las Notas de Acompañamiento de este documento 254(5) y 254(6) publicadas en el portal www.aias.us . El dual de Hodge del rotacional del potencial vectorial se define mediante:

$$\partial^0 A^1 - \partial^1 A^0 = \epsilon^{0123} \left(\partial_2 A_3 - \partial_3 A_2 \right) \tag{36}$$

$$\partial^0 A^2 - \partial^2 A^0 = \epsilon^{0213} \left(\partial_1 A_3 - \partial_3 A_1 \right) \tag{37}$$

$$\partial^0 A^3 - \partial^3 A^0 = \epsilon^{0312} \left(\partial_1 A_2 - \partial_2 A_1 \right) \tag{38}$$

en donde:

$$\epsilon^{0123} = - \epsilon^{0213} = \epsilon^{0312} = 1 \tag{39}$$

de manera que el dual de Hodge del rotacional vectorial es:

$$\begin{aligned} \left(\underline{\nabla} \times \underline{A} \right)_{DH} = & \left(\partial^0 A^1 - \partial^1 A^0 \right) \underline{i} + \left(\partial^0 A^2 - \partial^2 A^0 \right) \underline{j} \\ & + \left(\partial^0 A^3 - \partial^3 A^0 \right) \underline{k} \end{aligned} \tag{40}$$

si el rotacional vectorial original es:

$$\underline{\nabla} \times \underline{A} = \left(\partial_2 A_3 - \partial_3 A_2 \right) \underline{i} - \left(\partial_1 A_3 - \partial_3 A_1 \right) \underline{j} + \left(\partial_1 A_2 - \partial_2 A_1 \right) \underline{k} \tag{41}$$

En el nivel U(1) (teoría de Maxwell Heaviside) la fuerza del campo eléctrico se define, por lo tanto, mediante el rotacional del dual de Hodge multiplicado por la velocidad de la luz *c* en unidades S. I. :

$$\underline{E} = -c\left(\underline{\nabla} \times \underline{A}\right)_{DH} \tag{42}$$

y la densidad de flujo magnético polar rotacional original:

$$\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{A} \tag{43}$$

En la teoría ECE la fuerza del campo eléctrico se define a través del formato del dual de Hodge:

$$\underline{E}^a = -c\left(\underline{\nabla} \times \underline{A}\right)^a_{DH} - \left(\underline{\omega}^a{}_b \times \underline{A}^b\right)_{DH} \tag{44}$$

en donde la definición (33) se recupera mediante:

$$-c\left(\underline{\nabla} \times A\right)^a_{DH} = -\underline{\nabla}\phi^a - \frac{\partial \underline{A}^a}{\partial t} \tag{45}$$

y

$$-\left(\underline{\omega}^a{}_b \times A^b\right)_{DH} = -c\,\omega^a{}_{0b}\,\underline{A}^b + \phi^b\,\underline{\omega}^a{}_b \tag{46}$$

El formato del dual de Hodge resulta especialmente útil para el campo electromagnético libre. En el nivel U(1) las cuatro ecuaciones del campo libre son bien conocidas:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B} = 0 \tag{47}$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} + \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} = \underline{0} \tag{48}$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E} = 0 \tag{49}$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = \underline{0}\,. \tag{50}$$

También es bien conocido [1 – 10] que permanecen iguales bajo la transformación de dualidad:

$$\underline{E} \longrightarrow ic\underline{B}, \quad \underline{B} \longrightarrow \frac{1}{ic}\underline{E}. \tag{51}$$

Por lo tanto, bajo la transformación de dualidad:

$$\underline{E} \longrightarrow ic\underline{B} = ic\underline{\nabla} \times \underline{A} = c\underline{\nabla} \times (i\underline{A}) \tag{52}$$

$$\underline{B} \longrightarrow \frac{1}{ic}\underline{E} = \frac{1}{ic}\left(-\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}\right) \tag{53}$$

A partir de las Ecs. (42) y (52) la fuerza del campo eléctrico del campo libre es:

$$\underline{E} = c\left(\underline{\nabla} \times \underline{A}\right)_{DH} = c\underline{\nabla} \times (i\underline{A}) \tag{54}$$

mostrando que el dual de Hodge del rotacional, en este caso, se define a través de rotacional original, reemplazando a $\underline{A}$ por $i\underline{A}$.

En teoría ECE la transformación de dualidad del campo libre produce:

$$\underline{E}^a = c\left(\underline{\nabla} \times (iA^a) - \underline{\omega}^a{}_b \times (i\underline{A}^b)\right) \tag{55}$$

Se deduce así que, para la torsión orbital subyacente del campo libre se define mediante:

$$\underline{T}^a{}_{orbital} = \underline{\nabla} \times (i\underline{q}^a) - \underline{\omega}^a{}_b \times (i\underline{q}^b) \tag{56}$$

y se genera a partir de la torsión de espín al reemplazar el vector de la tétrada q^a por iq^a. Se deduce entonces que las Ecs. (24) y (27) también se cumplen para la componente eléctrica del campo libre. Finalmente, cuando a interacción del campo con la materia, la transformación de dualidad deberá aumentarse a:

$$\underline{E} \longrightarrow ic\underline{B}, \quad \rho \longrightarrow 0, \quad \underline{J} \longrightarrow 0 \tag{57}$$

$$\underline{B} \longrightarrow \frac{1}{ic}\underline{E}, \quad 0 \longrightarrow \rho, \quad \underline{0} \longrightarrow \underline{J} \tag{58}$$

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por sus publicaciones en la red y a Robert Cheshire y Alex Hill por las grabaciones y traducciones.

Referencias.

[1] M. W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem. (CISP, 2011, www.cisp-publishing.com).

[2] M. W. Evans, Ed., "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity", número especial seis de la ref. (1), 2012.

[3] Los portales de la teoría ECE www.aias.us, www.atomicprecision.com y www.upitec.org.

[4] M .W. Evans, S. J.Crothers, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (CISP 2011).

[5] L. Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis 2007), traducida al castellano por Alex Hill en el portal www.aias.us.

[6] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis 2005 a 2011) en siete volúmenes.

[7] M .W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field" (World Scientific 2001).

[8] M. W. Evans y S. Kielich, "Modern Nonlinear Optics" (Wiley 1992, 1993, 1997, 2001) en seis volúmenes y dos ediciones.

[9] M . W. Evans y J.-P. Vigier, "The Enigmatic Photon" (Kluwer 1994 a 2002) en diez volúmenes con encuadernación de tapa dura y blanda.

[10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagneton in Quantum Field Theory" (World Scientific, 1994).

[11] S. M. Carroll, "Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity" (Addison Wesley, Nueva York, 2004).