

La Estructura de Beltrami del Electromagnetismo y la Gravitación.

por

M. W. Evans y H. Eckardt.,
Civil List, AIAS y UPITEC

(www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org,
www.et3m.net)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se demuestra que en el electromagnetismo, en la teoría ECE de la física, la densidad de flujo magnético, el potencial vectorial y la conexión de espín son en general vectores de Beltrami. La parte vectorial de la identidad de Cartan también posee una estructura de Beltrami en general. En la física U(1) (modelo establecido), la estructura de Beltrami de la densidad de flujo magnético refuta de inmediato la invariancia gauge U(1), indica idénticamente una masa del fotón distinta de cero y la ausencia de un bosón de Higgs. En magnetostática, la curvatura de espín y la densidad de corriente también son vectores de Beltrami. Se discute la teoría de la masa del fotón y se desarrolla en términos de la electrodinámica de Beltrami y la ecuación de Proca. En general, la ecuación de Beltrami posee soluciones intrincadas que se comentan, representan gráficamente y se someten a animación en la Sección 3. Conclusiones similares surgen para el caso de la gravitación.

Palabras clave: Teoría ECE de la física, electrodinámica de Beltrami, masa finita del fotón.

1. Introducción.

En documentos recientes de esta serie, se ha investigado la estructura de Beltrami de la teoría ECE de la física, obteniéndose varias conclusiones interesantes [1 – 10]. Se demuestra en este documento que, en el electromagnetismo en general, la densidad de flujo magnético, el potencial vectorial y el vector de conexión de espín siempre son vectores de Beltrami, los cuales en general poseen estructuras intrincadas, soluciones de la ecuación de Beltrami [11]. Esta última se aplicó por primera vez en el campo de la hidrodinámica, y es útil en varios campos que incluyen la magneto-hidrodinámica, la aerodinámica, la cosmología, y tal como se ha demostrado en documentos recientes [1 – 10], en electromagnetismo y gravitación. Las notas de acompañamiento para este documento (UFT258 en el portal www.aias.us) contiene muchos detalles y conclusiones a los que se hace referencia en el contexto. En la Sección 2, la estructura de Beltrami del potencial vectorial y del vector de conexión de espín se demuestra según la teoría ECE de la física a partir de la estructura de Beltrami de la densidad de flujo magnético \underline{B} . Se demuestra que la parte espacial de la identidad de Cartan también posee una estructura de Beltrami. En la física U(1) (el modelo establecido), la estructura de Beltrami de \underline{B} refutó de inmediato la invariancia gauge U(1), porque \underline{B} deviene directamente proporcional a \underline{A} . Se deduce que la masa del fotón es idénticamente distinta de cero, sin que importe cuán pequeña sea su magnitud. Por lo tanto, no existe el bosón de Higgs en la naturaleza, porque este último constituye un resultado de la invariancia gauge U(1). La estructura de Beltrami de \underline{B} es el resultado directo de la ley de Gauss del magnetismo y la ausencia de un monopolio magnético. Resulta difícil concebir por qué se adoptó alguna vez como teoría la invariancia gauge U(1), porque su refutación es trivial. Una vez descartada la invariancia gauge U(1), emerge un rico conjunto de nuevas ideas y resultados. Éstos se resumen brevemente en la Sección 2, con referencia a los detalles completos de cálculo incluidos en las notas de acompañamiento de este documento UFT258 en el portal www.aias.us.

En la Sección 3 se ilustra la intrincada estructura de los vectores de Beltrami mediante gráficas y animación. Todas las animaciones se publican en la sección de publicaciones/animaciones del portal www.aias.us. En este documento se demuestra que esta intrincada estructura está presente en el electromagnetismo y la gravitación, en la densidad de flujo magnético, en el potencial vectorial y en el vector de conexión de espín. Estos constituyen descubrimientos mayores de la teoría ECE de la física.

2. Deducción de las Ecuaciones de Beltrami.

La ley de Gauss del magnetismo en la teoría ECE de la física es:

$$\nabla \cdot \underline{B}^a = 0$$

(1)

a partir de la cual la ecuación de Beltrami se deduce inmediatamente (notas 258(1) a 258(5), y 258(9)):

(2)

$$\nabla \times \underline{B}^a = \kappa \underline{B}^a.$$

Aquí, \underline{B}^a es la densidad de flujo magnético en unidades de tesla y κ tiene las unidades de metros a la inversa. El caso más sencillo, κ es un vector de onda, pero tal como demuestran las notas de acompañamiento 285(6) a 258(8) puede volverse sumamente intrincado. Algunas soluciones conocidas [11] de la Ec. (2) se han sometido a animación en la Sección 3, de manera que las estructuras de flujo puede observarse directamente. Comparando la Ec. (2) con la ley de Ampere Maxwell de la teoría ECE de la física:

$$\nabla \times \underline{B}^a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{E}^a}{\partial t} = \mu_0 \underline{J}^a \quad (3)$$

la densidad de flujo magnética se obtiene directamente de la siguiente manera:

$$\underline{B}^a = \frac{1}{\kappa} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{E}^a}{\partial t} + \mu_0 \underline{J}^a \right) \quad (4)$$

donde \underline{E}^a es la fuerza del campo eléctrico, en unidades de voltios por metro, y \underline{J}^a representa la densidad de corriente. Aquí, μ_0 es la permeabilidad del vacío en unidades del S. I. La ley de Coulomb en la teoría ECE de la física es:

$$\nabla \cdot \underline{E}^a = \frac{\rho^a}{\epsilon_0} \quad (5)$$

donde ρ^a es la densidad de carga y ϵ_0 es la permitividad del vacío. Utilizando la Ec. (5):

$$\nabla \cdot \underline{B} = \frac{\mu_0}{\kappa} \left(\frac{\partial \rho^a}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{J}^a \right) = 0 \quad (6)$$

un resultado que se obtiene a partir de:

$$\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad (7)$$

donde c es la constante universal conocida como la velocidad de la luz en el vacío. Nótese cuidadosamente que c es la velocidad de la luz en el vacío si y sólo si la masa del fotón es idénticamente igual a cero. Esta última suposición se respalda en la invariancia gauge U(1). La conservación de la densidad de corriente de carga en la teoría ECE de la física es:

$$\frac{\partial \rho^a}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{J}^a = 0 \quad (8)$$

de manera que \underline{B}^a siempre es un vector de Beltrami, Q. E. D.

En la física U(1):

$$\underline{B} = \nabla \times \underline{A} \quad (9)$$

$$\nabla \times \underline{B} = K \nabla \times \underline{A} \quad (10)$$

donde \underline{A} es el potencial vectorial. Las Ecs. (9) y (10) demuestran inmediatamente que en física U(1) el potencial vectorial también obedece a una ecuación de Beltrami:

$$\nabla \times \underline{A} = K \underline{A} \quad (11)$$

y

$$\underline{B} = K \underline{A}. \quad (12)$$

De manera que la densidad de flujo magnético en la física U(1) es directamente proporcional al potencial vectorial \underline{A} . Se deduce de inmediato (nota 258(1)) que \underline{A} no puede ser invariante gauge U(1), porque una invariancia gauge U(1) significa:

$$\underline{A} \longrightarrow \underline{A} + \nabla \psi \quad (13)$$

y si se modifica \underline{A} , entonces también se modifica \underline{B} . El obsoleto dogma de la física U(1) afirmaba que la Ec.(13) no modifica cantidad física alguna. Este dogma resultó, obviamente, incorrecto, porque \underline{B} constituye una cantidad física y la Ec. (13) la modifica. Por lo tanto, existe una masa finita para el fotón y no existe el bosón de Higgs. El gasto de decenas de miles de millones en el CERN se ve trivialmente refutado.

La teoría de una masa finita para el fotón se apoya en la ecuación de Proca [1 - 10], la cual no es invariante gauge U(1) [12]. La ecuación de Proca puede desarrollarse como:

$$\nabla \cdot \underline{B}^a = 0 \quad (14)$$

$$\nabla \times \underline{E}^a + \partial \underline{B}^a / \partial t = \underline{0} \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \underline{E}^a = \rho^a / \epsilon_0 \quad (16)$$

$$\nabla \times \underline{B}^a - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{E}^a}{\partial t} = \mu_0 \underline{J}^a \quad (17)$$

donde la 4-densidad de corriente es:

$$J^{\alpha\mu} = (c\rho^{\alpha}, \underline{J}^{\alpha}) \quad (18)$$

y donde el 4-potencial es:

$$A^{\alpha\mu} = \left(\frac{\phi}{c}, \underline{A}^{\alpha} \right). \quad (19)$$

La teoría de Proca en la física de la teoría ECE afirma que [1-10]:

$$J^{\alpha\mu} = -\epsilon_0 \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^{\alpha\mu} \quad (20)$$

donde m es la masa del fotón y \hbar es la constante reducida de Planck. Por lo tanto:

$$\rho^{\alpha} = -\epsilon_0 c^2 \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^{\alpha} \quad (21)$$

$$\underline{J}^{\alpha} = -\epsilon_0 \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \underline{A}^{\alpha} \quad (22)$$

La ecuación de Proca se desarrolló a mediados de la década de 1930, pero su ausencia es casi total en los libros de texto. Esto constituye un resultado muy desafortunado de un dogma incorrecto, en cuanto a que la masa del fotón es igual a cero, a pesar de haber sido postulado como partícula por Einstein alrededor de 1905. Por lo tanto, resulta conveniente incluir una breve reseña de la teoría de Proca en el nivel U(1) antes del proceder a nivel de la teoría ECE. La ecuación de campo de Proca según U(1), utilizando unidades correctas del S. I. es:

$$\partial_{\mu} F^{\mu\nu} = \frac{J^{\nu}}{\epsilon_0} = -\left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^{\nu}. \quad (23)$$

Se deduce inmediatamente que:

$$\partial_{\nu} \partial_{\mu} F^{\mu\nu} = \frac{1}{\epsilon_0} \partial_{\nu} J^{\nu} = -\left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \partial_{\nu} A^{\nu} = 0 \quad (24)$$

y que:

$$\partial_{\mu} J^{\mu} = \partial_{\mu} A^{\mu} = 0. \quad (25)$$

(a) (b)

La Ec. (25a) representa la conservación de la densidad de corriente de carga, y la Ec. (25 b)

es la condición de Lorenz. En la ecuación de Proca, la condición de Lorenz no tiene nada que ver con la invariancia gauge. La invariancia gauge $U(1)$ significa que:

$$A^\mu \longrightarrow A^\mu + \nabla^\mu \psi \quad (26)$$

y a partir de la Ec. (23) resulta trivialmente aparente que el campo y la densidad de corriente de carga de Proca cambian bajo la transformación (26), de manera que no son invariantes gauge, Q. E. D. La totalidad del edificio de la electrodinámica $U(1)$ se colapsa tan pronto se considera la existencia de la masa del fotón.

En notación vectorial, la Ec. (24) es:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \underline{E}) = \frac{1}{c \epsilon_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (27)$$

y:

$$\nabla \cdot \nabla \times \underline{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \underline{E}) = \mu_0 \nabla \cdot \underline{J} = 0 \quad (28)$$

Utilizamos ahora

$$\nabla \cdot \nabla \times \underline{B} = 0 \quad (29)$$

y la ley de Coulomb $U(1)$:

$$\nabla \cdot \underline{E} = \rho / \epsilon_0 \quad (30)$$

para encontrar que

$$-\frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \mu_0 \nabla \cdot \underline{J} \quad (31)$$

que es la ecuación de conservación de corriente de carga, Q. E. D.:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{J} = 0. \quad (32)$$

En la teoría de Proca, la Ec. (25) implica la gauge de Lorenz, como se la conoce en la física establecida:

$$\partial_{\mu} A^{\mu} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{A} = 0. \quad (33)$$

La ecuación de onda de Proca en $U(1)$, o física establecida, se obtiene a partir de la definición $U(1)$ del tensor de campo:

$$F^{\mu\nu} = \partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu}, \quad (34)$$

De manera que:

$$\partial_{\mu} (\partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu}) = \square A^{\nu} - \partial^{\nu} \partial_{\mu} A^{\mu} = -\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^{\nu} \quad (35)$$

en donde:

$$\partial_{\mu} A^{\mu} = 0 \quad (36)$$

La Ec. (36) se deduce a partir de la Ec. (23) en la física de Proca, pero en la física establecida debe de suponerse la gauge de Lorenz, y es completamente arbitrario. De manera que la ecuación de onda de Proca es:

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right) A^{\nu} = 0. \quad (37)$$

En la física de la teoría ECE, la Ec. (37) se deduce a partir del postulado de la tetrada de la geometría de Cartan y deviene:

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right) A_{\mu}^e = 0. \quad (38)$$

En la física de la teoría ECE la conservación de la densidad de corriente de carga es:

$$\partial_{\mu} J^{qu} = 0 \quad (39)$$

y resulta consistente con las Ecs. (16) y (17) tal como se acaba de demostrar en el nivel $U(1)$, Q. E. D.

La física de la teoría ECE se ha evaluado rigurosamente a lo largo de 258

documentos de esta serie a la fecha, y siempre demuestra consistencia interna por que se basa en la consistencia de la geometría de Cartan.

En la física de la teoría ECE la densidad de carga eléctrica es de origen geométrico y es:

$$\rho^a = \epsilon_0 \left(\omega_{\underline{b}}^a \cdot \underline{E}_{\underline{b}}^b - c \underline{A}_{\underline{b}}^b \cdot \underline{R}_{\underline{b}}^a(\text{orb}) \right) \quad (40)$$

y la densidad de corriente eléctrica es:

$$\underline{J}^a = \frac{1}{\mu_0} \left(\omega_{\underline{b}}^a \times \underline{B}_{\underline{b}}^b + \frac{\omega_0}{c} \underline{E}_{\underline{b}}^b - \underline{A}_{\underline{b}}^b \times \underline{R}_{\underline{b}}^a(\text{espín}) - \underline{A}_{\underline{b}}^b \cdot \underline{R}_{\underline{b}}^a(\text{orb}) \right) \quad (41)$$

Aquí, $R_{\underline{b}}^a(\text{espín})$ y $R_{\underline{b}}^a(\text{orb})$ son los componentes de espín y orbital del tensor de curvatura [1 - 10]. De manera que las Ecs. (8), (40) y (41) dan origen a muchas nuevas ecuaciones de la física de la teoría ECE, las cuales podrán desarrollarse sistemáticamente en futuros trabajos.

Por ejemplo, en magnetostática, las ecuaciones importantes son:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B}_{\underline{b}}^a = 0 \quad (42)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{B}_{\underline{b}}^a = \mu_0 \underline{J}^a \quad (43)$$

y:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{J}^a = \underline{\nabla} \cdot \underline{\nabla} \times \underline{B}_{\underline{b}}^a = 0. \quad (44)$$

De manera que se deduce a partir de la conservación de corriente de carga que:

$$\partial \rho^a / \partial t = 0. \quad (45)$$

Si se supone que el potencial escalar es igual a cero en magnetostática, lo cual es la suposición habitual, entonces

$$\underline{J}^a = \frac{1}{\mu_0} \left(\omega_{\underline{b}}^a \times \underline{B}_{\underline{b}}^b - \underline{A}_{\underline{b}}^b \times \underline{R}_{\underline{b}}^a(\text{espín}) \right) \quad (46)$$

porque no hay presente ningún campo eléctrico. Se deduce a partir de las Ecs. (44) y (46) que:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a \times \underline{B}^b = \underline{\nabla} \cdot \underline{A}^b \times \underline{R}_b^a(\text{espín}) \quad (A7)$$

en magnetostática de la teoría ECE.

En documentos inmediatamente precedentes de esta serie se ha demostrado que, en ausencia de un monopolo magnético:

$$\underline{\omega}_b^a \cdot \underline{B}^b = \underline{A}^b \cdot \underline{R}_b^a(\text{espín}) \quad (A8)$$

y que la parte espacial de la identidad de Cartan en ausencia de un monopolo magnético da origen a las dos ecuaciones:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b = 0 \quad (A9)$$

y:

$$\underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\nabla} \times \underline{A}^b = \underline{A}^b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a. \quad (50)$$

En la física de la teoría ECE, la densidad de flujo magnético es:

$$\underline{D}^a = \underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b \quad (51)$$

de manera que la ecuación de Beltrami da:

$$\underline{\nabla} \times \underline{D}^a = \kappa \underline{D}^a = \kappa \left(\underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b \right) \quad (52)$$

La Ec. (49) a partir de la parte espacial de la identidad de Cartan también es una ecuación de Beltrami, como también lo es cualquier ecuación sin divergencia:

$$\underline{\nabla} \times \left(\underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b \right) = \kappa \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b. \quad (53)$$

A partir de la Ec. (52):

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{A}^a) - \underline{\nabla} \times (\underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b) = K (\underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b) \quad (54)$$

Utilizando la Ec. (53):

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{A}^a) = K \underline{\nabla} \times \underline{A}^a \quad (55)$$

lo cual implica que el potencial vectorial también se define en general mediante una ecuación de Beltrami:

$$\underline{\nabla} \times \underline{A}^a = K \underline{A}^a \quad (56)$$

Q. E. D. Este es un resultado válido en general de la física de la teoría ECE que implica que:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{A}^a = 0 \quad (57)$$

A partir de la Ec. (25), se obtiene que:

$$\partial f^a / \partial t = 0 \quad (58)$$

constituye un resultado general de la física de la teoría ECE.

A partir de las Ecs. (50) y (56):

$$\underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a = K \underline{\omega}_b^a \quad (59)$$

de manera que el vector de conexión de espín de la física de la teoría ECE también se define en forma general mediante una ecuación de Beltrami.

Estos importantes resultados pueden ser verificados en busca de consistencia interna utilizando la nota de acompañamiento 258(4), comenzando a partir de la Ec. (50) de este documento. Considerando el componente X, por ejemplo:

$$\underline{\omega}_b^a (\underline{\nabla} \times \underline{A}^b)_x = A_x^b (\underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a)_x \quad (60)$$

y se obtiene que:

$$\frac{1}{A_x^{(1)}} (\nabla \times \underline{A}^{(1)})_x = \frac{1}{\omega_x^{(1)}} (\nabla \times \underline{\omega}^{(1)})_x \quad (61)$$

y se procede de una manera similar para los componentes Y y Z. Para que ésta sea una ecuación de Beltrami, deben de cumplirse las Ecs.(56) y (59), Q. E. D.

En magnetostática hay resultados adicionales que surgen de la siguiente manera. A partir de análisis vectorial:

$$\nabla \cdot \underline{\omega}^a \times \underline{B}^b = \underline{B}^b \cdot \nabla \times \underline{\omega}^a - \underline{\omega}^a \cdot \nabla \times \underline{B}^b \quad (62)$$

y

$$\nabla \cdot \underline{A}^b \times \underline{R}_b^a(\text{espín}) = \underline{R}_b^a(\text{espín}) \cdot \nabla \times \underline{A}^b - \underline{A}^b \cdot \nabla \times \underline{R}_b^a(\text{espín}) \quad (63)$$

Resulta claro inmediatamente que las Ecs. (2) y (59) producen la Ec.(62) de una manera consistente, Q. E. D. La Ec. (63) da:

$$\nabla \cdot \underline{\omega}^a \times \underline{B}^b = \nabla \cdot \underline{A}^b \times \underline{R}_b^a(\text{espín}) = 0 \quad (64)$$

y utilizando la Ec.(63):

$$\nabla \times \underline{R}_b^a(\text{espín}) = K \underline{R}_b^a(\text{espín}) \quad (65)$$

de manera que la curvatura de espín se define en magnetostática mediante una ecuación de Beltrami. También en magnetostática:

$$\nabla \times \underline{B}^a = K \underline{B}^a = \mu_0 \underline{J}^a \quad (66)$$

de manera que se deduce que la densidad de corriente en magnetostática también se define mediante una ecuación de Beltrami:

$$\nabla \times \underline{J}^a = K \underline{J}^a \quad (67)$$

Todas estas ecuaciones de Beltrami poseen en general las intrincadas estructuras de flujo que se animan en la Sección 3 y se publican en la sección de publicaciones/animación del portal www.aias.us. Tal como se discutió en las Ecs. (31) a (35) de la Nota 258(5), las estructuras de onda plana y la electrodinámica $O^{(3)}$ [1 - 10] también se definen mediante ecuaciones de Beltrami. Estas últimas dan soluciones sencillas para ondas planas en el vacío. En otros casos, las soluciones se vuelven muy intrincadas. El campo $B^{(3)}$ [1 - 10] se define mediante el tipo más sencillo de ecuación de Beltrami:

$$\underline{\nabla} \times \underline{B}^{(3)} = 0 \underline{D}^{(3)} \quad (68)$$

En teoría de masa fotónica, por lo tanto:

$$\underline{\nabla} \times \underline{A}^a = \kappa \underline{A}^a \quad (69)$$

y:

$$\left(\square + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right) \underline{A}^a = 0 \quad (70)$$

Se deduce a partir de la Ec. (69) que:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{A}^a = 0 \quad (71)$$

de manera que:

$$\underline{\nabla} \times \left(\underline{\nabla} \times \underline{A}^a \right) = \kappa \underline{\nabla} \times \underline{A}^a = \kappa^2 \underline{A}^a \quad (72)$$

produce la ecuación de onda de Helmholtz [11]:

$$\nabla^2 \underline{A}^a + \kappa^2 \underline{A}^a = 0 \quad (73)$$

La Ec. (70) es:

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right) A^\alpha = 0 \quad (74)$$

de manera que:

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + K^2 + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right) A^\alpha = 0 \quad (75)$$

Ahora utilizamos:

$$\underline{P} = \hbar K \underline{e} \quad (76)$$

y

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\frac{E^2}{\hbar^2} \quad (77)$$

para encontrar que la Ec. (75) es la ecuación de energía de Einstein para el fotón con una masa m , de manera que el análisis es rigurosamente consistente, Q. E. D.

En física de la teoría ECE, la gauge de Lorenz es:

$$\partial_\mu A^{\mu\alpha} = 0 \quad (78)$$

es decir

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi^{\alpha}}{\partial t} + \nabla \cdot \underline{A}^\alpha = 0 \quad (79)$$

con la solución:

$$\frac{\partial \phi^{\alpha}}{\partial t} = \nabla \cdot \underline{A}^\alpha = 0. \quad (80)$$

Esto nuevamente constituye un resultado general de la física de la teoría ECE, aplicable bajo cualquier circunstancia. También en la física de la teoría ECE en general el vector de conexión de espín no tiene divergencia:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a = 0 \quad (81)$$

porque:

$$\underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a = K \underline{\omega}_b^a. \quad (82)$$

Otra prueba rigurosa de consistencia se obtiene a partir de la definición del campo magnético en física de la teoría ECE:

$$\underline{B}^a = \underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^a \quad (83)$$

de manera que:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B}^a = -\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^a = 0. \quad (84)$$

Mediante análisis vectorial:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^a = \underline{A}^b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a - \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\nabla} \times \underline{A}^b = 0 \quad (85)$$

porque:

$$\underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a = K \underline{\omega}_b^a, \quad (86)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{A}^b = K \underline{A}^b, \quad (87)$$

y:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{A}^b = 0, \quad (88)$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a = 0. \quad (89)$$

En ausencia de un monopol magnético, la Ec. (84) también se obtiene a partir de la parte espacial de la identidad de Cartan. De manera que la totalidad del análisis resulta rigurosamente consistente.

La consistencia cruzada de las ecuaciones de Beltrami y de la teoría ECE puede verificarse utilizando:

$$\underline{R}^b = \kappa \underline{A}^b - \underline{\omega}_c^b \times \underline{A}^c \quad (90)$$

(como en la nota 258(1)). La Ec.(90) se obtiene a partir de las Ecs.(83) y (87). Si multiplicamos la Ec.(90) por $\underline{\omega}_b^a$ y utilizamos la Ec.(48) encontramos:

$$\kappa \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{A}^b - \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\omega}_c^b \times \underline{A}^c = \underline{A}^b \cdot \underline{R}_b^a (\text{espín}). \quad (91)$$

Utilizamos ahora:

$$\underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\omega}_c^b \times \underline{A}^c = \underline{A}^c \cdot (\underline{\omega}_b^a \times \underline{\omega}_c^b) \quad (92)$$

y re-etiquetamos los índices de sumado para hallar:

$$\kappa \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{A}^b - \underline{A}^b \cdot (\underline{\omega}_c^a \times \underline{\omega}_b^c) = \underline{A}^b \cdot \underline{R}_b^a (\text{espín}) \quad (93)$$

Resulta entonces que:

$$\begin{aligned} \underline{R}_b^a (\text{espín}) &= \kappa \underline{\omega}_b^a - \underline{\omega}_c^a \times \underline{\omega}_b^c \\ &= \underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a - \underline{\omega}_c^a \times \underline{\omega}_b^c \end{aligned} \quad (94)$$

Q. E. D. El análisis produce, correcta y consistentemente, la definición correcta de la curvatura de espín.

Finalmente, en el nivel U(1) por motivos de ilustración, consideremos las ecuaciones de Beltrami (nota 258(3)):

$$\underline{\nabla} \times \underline{A} = \kappa \underline{A} \quad (95)$$

y:

$$\underline{\nabla} \times \underline{B} = \kappa \underline{B} \quad (96)$$

En la ley de Ampere Maxwell:

$$\nabla \times \underline{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = \mu_0 \underline{J} \quad (97)$$

Se obtiene entonces que:

$$\nabla^2 \underline{A} = \underline{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \underline{E}}{\partial t} \quad (98)$$

dónde:

$$\underline{E} = -\nabla \phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \quad (99)$$

Por lo tanto:

$$\nabla^2 \underline{A} = \mu_0 \underline{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\nabla \phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \right) \quad (100)$$

y utilizando la condición de Lorenz:

$$\nabla \cdot \underline{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (101)$$

se obtiene que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (102)$$

Utilizando:

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2, \quad (103)$$

La Ec. (100) deviene la ecuación de d'Alembert en presencia de la densidad de corriente:

$$\square \underline{A} = \mu_0 \underline{J} \quad (104)$$

Las soluciones de la ecuación de d'Alembert (104) pueden hallarse a partir de:

$$\underline{D} = \nabla \underline{A} \quad (105)$$

Mostrando de otra manera que, tan pronto se utiliza la ecuación de Beltrami (2), la invariancia gauge U(1) queda refutada.

3. Representaciones gráficas y animación.

Iniciamos la investigación de campos especiales de Beltrami con una consideración general. Marsh [12] define un campo general de Beltrami con una geometría cilíndrica mediante

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_\theta(r) \\ B_z(r) \end{bmatrix} \quad (106)$$

con coordenadas cilíndricas r, θ, Z . Sólo existe una dependencia respecto de r de los componentes del campo. Para que esto sea un campo de Beltrami, la condición de Beltrami en coordenadas cilíndricas

$$\underline{\nabla} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial \theta} - \frac{\partial B_\theta}{\partial Z} \\ \frac{\partial B_r}{\partial Z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rB_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial \theta} \right) \end{bmatrix} \quad (107)$$

debe cumplirse. La divergencia en coordenadas cilíndricas es

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial B_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial B_z}{\partial Z}. \quad (108)$$

Obviamente, el campo (106) se encuentra libre de divergencia, lo cual constituye un prerrequisito para un campo de Beltrami. La Ec.(107) se simplifica a

$$\underline{\nabla} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\partial B_z}{\partial r} \\ \frac{\partial B_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} B_\theta \end{bmatrix} = \kappa \begin{bmatrix} 0 \\ B_\theta \\ B_z \end{bmatrix}. \quad (109)$$

Dado que el factor común κ (en general una función) debe de ser idéntica para el segundo y tercer componente, obtenemos la condición

$$-\frac{\frac{\partial}{\partial r} B_z}{B_\theta} = \frac{r \left(\frac{\partial}{\partial r} B_\theta \right) + B_\theta}{r B_z} \quad (110)$$

ó

$$-r B_z \left(\frac{\partial}{\partial r} B_z \right) = B_\theta \left(r \left(\frac{\partial}{\partial r} B_\theta \right) + B_\theta \right) \quad (111)$$

que puede transformarse en la ecuación integral

$$-\frac{B_z^2}{2} = \int \left(B_\theta \left(\frac{\partial}{\partial r} B_\theta \right) + \frac{B_\theta^2}{r} \right) dr + C. \quad (112)$$

A partir de esta ecuación diferencial no lineal puede obtenerse uno de los componentes de B cuando se conoce el otro componente. Intentamos varios cálculos mediante álgebra computacional. Luego el sencillo encontrar soluciones con sentido físico. Un caso muy sencillo es

$$B_\theta = \alpha r \quad (113)$$

con un valor constante α . Entonces, a partir de la Ec.(112) se obtiene (con $C=0$):

$$-\frac{B_z^2}{2} = 2\alpha^2 \int r dr = \alpha^2 r^2 \quad (114)$$

o

$$B_z = \pm \sqrt{2} \alpha r \quad (115)$$

que es una solución compleja con una función de número de onda complejo

$$K = \mp \frac{\sqrt{2}i}{r}, \quad (116)$$

Utilizando otras potencias de r resultan también soluciones complejas. Funciones econométrica as conducen a soluciones muy complejas de la integral - se casó existen -y apenas si son manejables aún con álgebra computacional.

A continuación consideramos el caso de un valor constante de κ . A partir del segundo componente de la Ec.(109) se obtiene

$$-\frac{\partial}{\partial r} B_\theta + \frac{B_\theta}{r} = -\kappa^2 \int B_\theta dr, \quad (117)$$

y a partir del tercer componente

$$r \frac{\partial}{\partial r} B_\theta + B_\theta = \kappa r B_z. \quad (118)$$

Integrando la Ec.(117), insertando el resultado para B_z en la Ec.(118) se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial r} B_\theta + \frac{B_\theta}{r} = -\kappa^2 \int B_\theta dr, \quad (119)$$

y diferenciando esta ecuación a conduce a la ecuación diferencial de segundo orden

$$r^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} B_\theta + r \frac{\partial}{\partial r} B_\theta + \kappa^2 r^2 B_\theta - B_\theta = 0. \quad (120)$$

Finalmente cambiamos la variable r a κr , que conduce a la ecuación diferencial de Bessel

$$r^2 \frac{d^2}{dr^2} B_\theta(\kappa r) + r \frac{d}{dr} B_\theta(\kappa r) + (\kappa^2 r^2 - 1) B_\theta(\kappa r) = 0. \quad (121)$$

La solución es la función de Bessel

$$B_\theta(r) = B_0 J_1(\kappa r) \quad (122)$$

(con una constante B_0) y a partir de la Ec.(117) se obtiene

$$B_z(r) = B_0 J_0(\kappa r). \quad (123)$$

Esta es la conocida solución de Reed/Marsh, escalada mediante el número de onda κ , con componentes longitudinales. Esta solución ya se había analizado en el documento UFT 257. En la Fig. 1 pueden observarse las líneas de flujo. Deberá tomarse en cuenta de las líneas de flujo muestran como se mueve una partícula de prueba en el campo vectorial que se considera como un campo de velocidades:

$$\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} + \mathbf{v}(\mathbf{x}) \Delta t \quad (124)$$

Todos los ejemplos de líneas de flujo se inician a partir de nueve puntos en paralelo sobre el eje X , de manera que todas las animaciones debieran de ser comparables.

2. La Fig. 2 muestra líneas de flujo del "oscilador caótico" del cual se define mediante el campo

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} T_3 \cos(TY) + T_2 \operatorname{sen}(TZ) \\ T_3 \operatorname{sen}(TX) + T_1 \cos(TZ) \\ T_2 \cos(TX) + T_1 \operatorname{sen}(TY) \end{bmatrix} \quad (125)$$

Tal como ya se comentó en el documento UFT257, esto es un campo de Beltrami para $T_1 = T_2 = T_3$, pero no es tan caótico como podría suponerse; las líneas de flujo se mueven principalmente a lo largo de los ejes de coordenadas, con simetría especular entre los planos.

3. El campo general de Beltrami puede expresarse como

$$\underline{v} = \kappa \underline{\nabla} \times (\psi \underline{a}) + \underline{\nabla} \times \underline{\nabla} \times (\psi \underline{a}) \quad (126)$$

donde ψ es una función arbitraria, κ es una constante y \underline{a} es un vector constante. En el documento UFT257 se discutió el ejemplo con

$$\psi = \frac{1}{L^3} XYZ, \quad (127)$$

$$\underline{a} = [0, 0, 1]. \quad (128)$$

El campo es coplanar con el plano XY y da origen a líneas de flujo planares de forma hiperbólica (Fig. 3).

4. La solución de Rodrigues - Vaz se define mediante

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\alpha \Omega y}{r^3} - \frac{\beta x z}{r^5}\right) C \\ -\left(-\frac{\beta y z}{r^5} - \frac{\alpha \Omega x}{r^3}\right) C \\ -\left(\frac{\beta(y^2 + x^2)}{r^5} - \frac{z \alpha}{r^3}\right) C \end{bmatrix} \quad (129)$$

con las constantes C , Ω , α , β y la función del radio r . El campo es una especie de campo de vórtice esférico, tal como puede observarse a partir de la gráfica de los vectores de campo (Fig. 4). Los vectores cambian de orientación sobre la dirección Y mediante su rotación en la dirección Z de manera que emerge un componente longitudinal. La procesión de los tres planos Z representó gráficamente en el plano XY (Fig. 5) muestra que también hay una rotación en la dirección Z . en el origen, el vector apunta exactamente en la dirección Z , por lo que no es visible en esta representación gráfica.

Las líneas de flujo (Fig. 6) de este campo de Beltrami muestran un vórtice caótico alrededor del centro. Esta estructura se confina por las potencias inversas de r en la definición de v . Esto recuerda el modelo atómico clásico con electrones que circulan alrededor del núcleo.

5. Otra solución conocida y basada en funciones de Bessel es la solución de Lundquist

$$\underline{y} = \begin{bmatrix} J_1(\kappa r) \lambda e^{-\lambda z} \\ J_1(\kappa r) \alpha e^{-\lambda z} \\ J_1(\kappa r) e^{-\lambda z} \end{bmatrix} \quad (130)$$

con

$$\kappa = \sqrt{\alpha^2 + \lambda^2} \quad (131)$$

y constantes α y λ . La función de Lundquist (para $Z > 0$) se representa gráficamente en la Fig. 7, e inicialmente se comporta de una manera similar al caso de Bessel ya mencionado más arriba. Sin embargo, el campo se encoge con los valores de Z debido al factor exponencial. La Fig. 8 muestra una conexión en el plano XY . Los vectores siempre se rotan 45 grados contra la dirección radial. Las partes longitudinales no son visibles aquí, tal como ya se comentó para el caso de Rodriguez-Vaz. Las líneas de flujo exteriores (Fig. 9) descienden a la región $Z < 0$, y aquí el factor exponencial $\exp(-\lambda Z)$ provoca un crecimiento exponencial; esto se reconoce fácilmente en la segunda versión de esta animación, incluida en el portal www.aiaa.us. El parámetro λ puede suponerse con un valor complejo, tal como lo comenta Reed, lo cual conduce a soluciones oscilatorias, pero entonces puede surgir problemas en otras partes de la definición del campo.

6. Finalmente, se incluyen algunos ejemplos gráficos de ondas planas. Aun cuando éstas son bien conocidas, es útil recordar algunas características que no siempre se consideran cuando se utilizan ondas planas. En la teoría ECE, su aparición más prominente es el real potencial vectorial del campo electromagnético libre, en coordenadas cartesianas cíclicas:

$$\underline{A}_1 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{i(\omega t - \kappa Z)} \\ -i e^{i(\omega t - \kappa Z)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{A}_2 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{i(\omega t - \kappa Z)} \\ i e^{i(\omega t - \kappa Z)} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{A}_3 = 0. \quad (132)$$

Sus divergencias son iguales a cero y el eigenvalor del operador rotacional es κ ó $-\kappa$, respectivamente. La onda plana también puede definirse como con valor real:

$$\underline{A}_1 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \cos(\omega t - \kappa Z) \\ -\sin(\omega t - \kappa Z) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{A}_2 = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sin(\omega t - \kappa Z) \\ \cos(\omega t - \kappa Z) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{A}_3 = 0 \quad (133)$$

y también son campos de Beltrami, aunque con eigenvalores positivos para \underline{A}_1 y \underline{A}_2 . Las ondas planas con valor real se representan gráficamente como campos vectoriales en la Fig. 10 para un instante fijo de tiempo $t = 0$. \underline{A}_1 y \underline{A}_2 son perpendiculares entre sí y definen un marco de rotación en la dirección Z . Las líneas de flujo en un plano son todas líneas rectas

paralelas. Para mostrar una variación, se las representó gráficamente en la Fig. 11 para diferentes puntos de partida sobre el eje Z . Aquí puede verse una vez más la rotación de los marcos.

Las líneas de flujo de las ondas planas no son muy instructivas en lo concerniente al sentido físico de estas ondas. Resulta más ilustrativo mostrar su comportamiento en función del tiempo. Comenzamos con líneas de flujo en el plano XY y computamos su evolución en el tiempo. Las líneas de flujo permanecían en ese plano, de manera que agregamos un componente en el eje Z , v_z , para estimular una propagación en dicha dirección, como es el caso para ondas electromagnéticas con $v = c$. Así, en la Fig. 12 se obtiene la traza de ondas polarizadas circularmente. Resulta interesante que las ondas están desplazadas por fases, aún cuando todos los puntos de partida se encuentran en $Y = 0$.

En este documento estamos considerando ondas planas en el contexto de campos de Beltrami. Los resultados indican que los campos E , B y A son paralelos. Por lo tanto, los componentes A_1 y A_2 lo demuestran un comportamiento de campos eléctricos y magnéticos de campos electromagnéticos transversales ordinarios, los cuales poseen un desplazamiento de fase de 90 grados. Reed [11] ofrece una muy buena explicación de este caso extraordinario:

Cada solución de onda plana corresponde a dos ondas con polarización circular que se propagan en sentidos opuestos entre sí y que se combinan para formar una onda estática. Esta onda estática no posee la característica habitual de flujo de energía de ondas con polarización lineal o circular con $E \perp B$, dado que los vectores combinados de Poynting de las ondas con polarización circular se cancelan entre sí, de una manera similar a la situación que enfrentamos previamente en conexión con filamentos de vórtice de plasma de Beltrami. Esencialmente, la combinación de estas dos ondas produce una onda estática que propaga una helicidad magnética distinta de cero. En el libro de Marsh [12] se muestra la relación entre la helicidad y las densidades de energía para esta onda, así como el muy interesante hecho de que cualquier solución magnetostática para las ecuaciones FFMF puede utilizarse para construir una solución para las ecuaciones de Maxwell con $E \parallel B$.

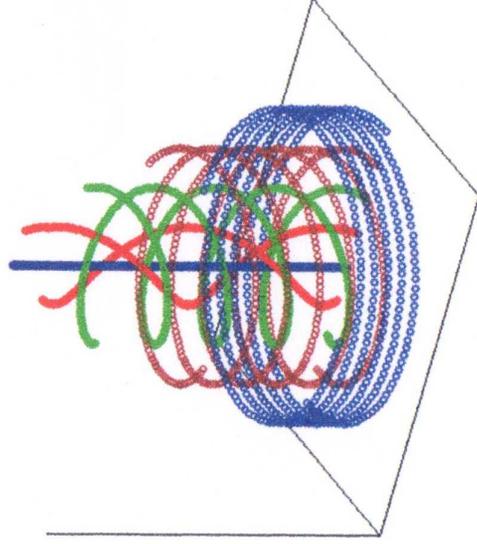


Figura 1: Líneas de flujo de la solución mediante función de Bessel.

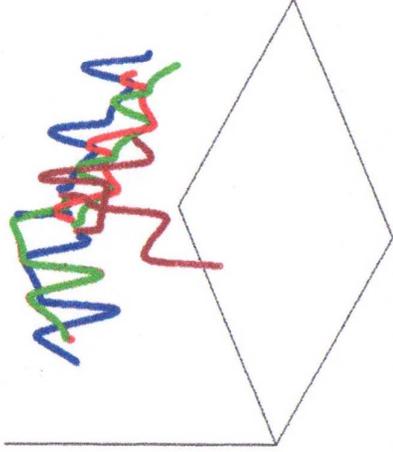


Figura 2: Líneas de flujo del oscilador caótico.

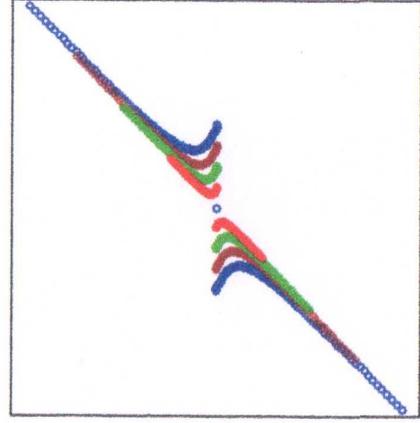


Figura 3: Líneas de flujo de la solución general con $\psi = (1/L^3)XYZ$.

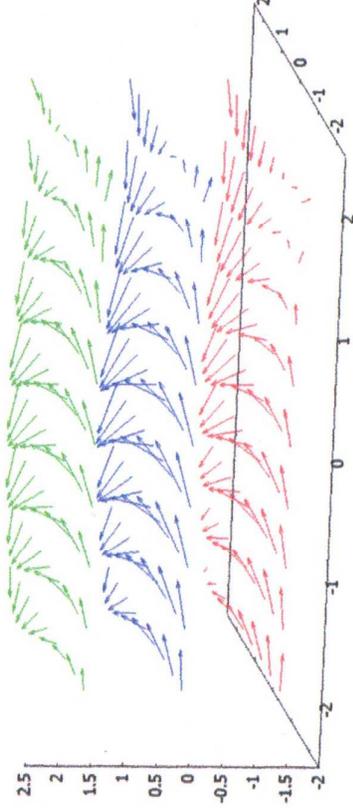


Figura 4: Solución de Rodrigues-Vaz.

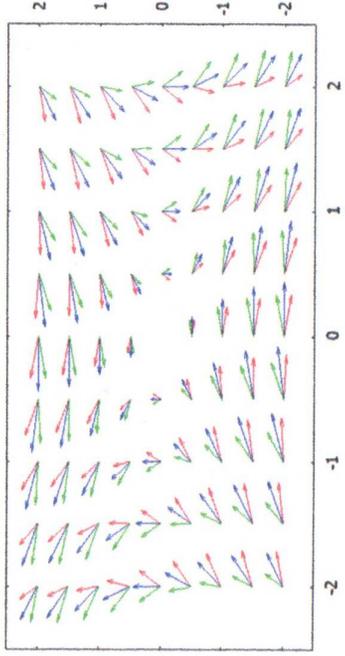


Figura 5: Solución de Rodrigues-Vaz, proyectada al plano XY.

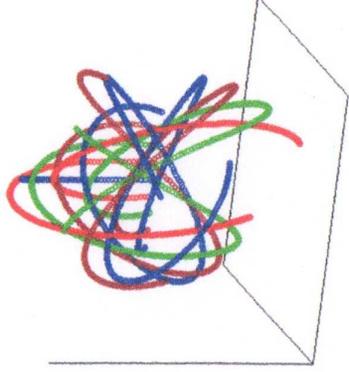


Figura 6: Líneas de flujo de la solución de Rodrigues-Vaz.

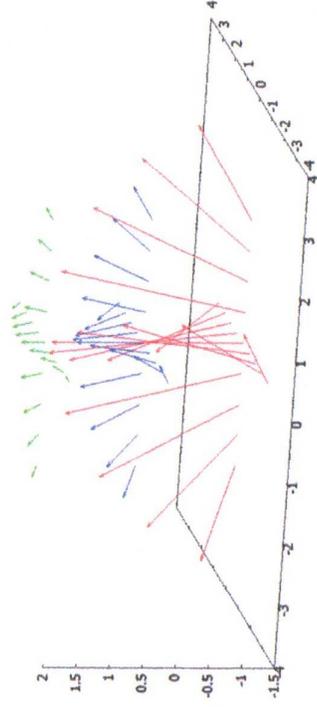


Figura 7: Solución de Lundquist.

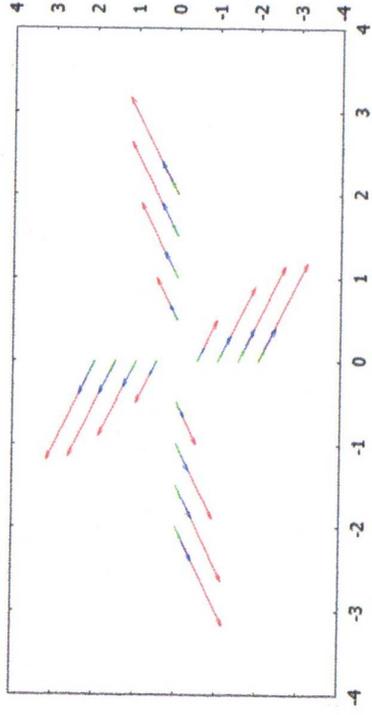


Figura 8: Solución de Lundquist, proyectada al plano XY .

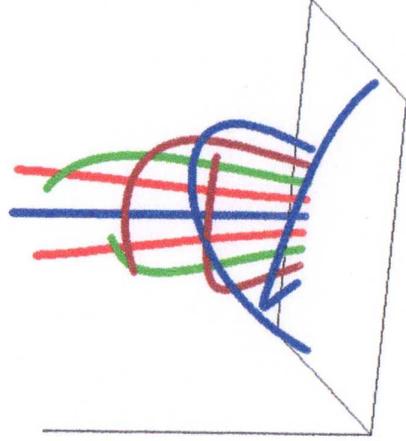


Figura 9: Líneas de flujo de la solución de Lundquist.

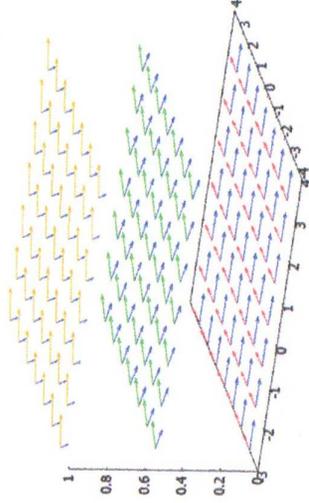


Figura 10: Campo de ondas planas, A_1 y A_2 .

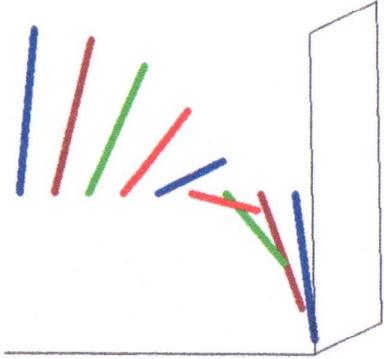


Figura 11: Líneas de flujo de ondas planas.

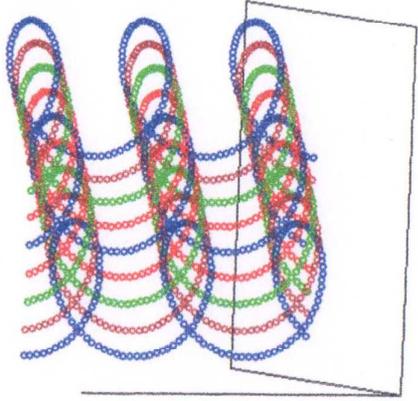


Figura 12: Evolución temporal de puntos transportados por ondas planas.

Agradecimientos.

Se agradece el Gobierno Británico por una Pensión Civil Vitalicia, y al equipo técnico de AIAS y a Norman Page por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por las publicaciones en red y a Alex Hill por las traducciones. Se agradece a Robert Cheshire por las grabaciones.

Referencias Bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, Ed., *Journal of Foundations of Physics and Chemistry*, (Cambridge International Science Publishing, CISP, www.cisp-publishing.com, 2011 en adelante).
- [2] M. W. Evans, Ed., "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity" (número especial seis de la referencia 1, 2012).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticism of the Einstein Field Equation" (CISP 2011).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis, 2005 a 2011) en siete volúmenes.
- [5] L. Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis 2007), existe traducción al castellano por Alex Hill en el portal www.aias.us.
- [6] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, documentos y plenaria de la Academia de Ciencias de Serbia.
- [7] M. W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field" (World Scientific 2001).
- [8] M. W. Evans y S. Kielich (Eds.), "Modern Nonlinear Optics" (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997, 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [9] M. W. Evans y J.-P. Vigié, "The Enigmatic Photon" (Kluwer, Dordrecht, 1994 - 2002), en diez volúmenes con encuadernación dura y blanda.
- [10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagnetron in Quantum Field Theory" (World Scientific, 1994).
- [11] D. Reed, "Beltrami-Trkalian Vector Fields in Electrodynamics" en la obra de M. W. Evans y S. Kielich, Eds., "Modern Nonlinear Optics" (Wiley, Nueva York, 1992, 1993, 1997, 2001) en seis volúmenes y dos ediciones, vols. 85 y 119 de "Advances in Chemical Physics".
- [12] G. E. Marsh, *Force-Free Magnetic Fields*, World Scientific, Singapur, 1994.