

# Teoría Geométrica de la Densidad de Corriente de Carga: Resonancia de Conexión de Espín, RNBE y Estructuras de Beltrami.

por

M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom,  
Civil List, AIAS y UPITEC

([www.aias.us](http://www.aias.us), [www.webarchive.org.uk](http://www.webarchive.org.uk), [www.atomicprecision.com](http://www.atomicprecision.com), [www.upitec.org](http://www.upitec.org),  
[www.et3m.net](http://www.et3m.net))

Traducción: Alex Hill ([www.et3m.net](http://www.et3m.net))

## Resumen

La teoría del campo unificado ECE produce una estructura geométrica para cuatro densidades de corriente de carga magnéticas y eléctricas. La estructura geométrica de la densidad de carga eléctrica se utiliza para demostrar que el potencial en el vacío, investigado por Eckardt y Lindstrom, da origen a una resonancia de conexión de espín que puede generar energía eléctrica a partir del espacio-tiempo y brindar una teoría plausible para reactores nucleares de baja energía. Se demuestra que la estructura de Beltrami puede dar origen a varias de las ecuaciones fundamentales de la física, incluso la ecuación de Schroedinger para una partícula libre, y también puede ocurrir en el vacío mismo a través de la curvatura orbital y de espín. Los reactores nucleares de baja energía (RNBE) pueden comprenderse en general mediante consideraciones de resonancia de conexión de espín producidas por el potencial en el vacío.

*Palabras clave:* teoría ECE, teoría geométrica de densidad de corriente de carga, resonancia de conexión de espín, ecuación de Beltrami, reactores nucleares de baja energía.

## 1. Introducción.

En documentos inmediatamente precedentes en esta serie de 259 documentos y monografías a la fecha [1 - 10] se ha demostrado que la geometría de Cartan posee una estructura de Beltrami, de manera que en la teoría del campo unificado ECE este descubrimiento se introduce por su cuenta en la electrodinámica y la teoría gravitacional. En especial, la parte espacial de la identidad de Cartan es una ecuación de Beltrami en ausencia de un monopol magnético. La estructura geométrica de la densidad de corriente de carga magnética y eléctrica conduce a numerosos descubrimientos. En la Sección 2, el nuevo método se aplica al campo electrostático, y se demuestra que la resonancia de conexión de espín (RCE) se origina en esta estructura geométrica, en tanto y en cuanto esté presente el potencial en el vacío de Eckardt Lindstrom. Se demuestra que el potencial vectorial cumple con una ecuación de Beltrami que interrelaciona varias de las ecuaciones fundamentales de la geometría y de la física, en especial la identidad de Cartan, la ecuación de Euler Bernoulli, la ley de Coulomb, la ecuación de Helmholtz, la ecuación de Schroedinger y la ecuación del fermión (la ecuación quiral de Dirac). Por ejemplo, la ecuación de Schroedinger puede reducirse a partir de una ecuación de Beltrami para el momento. En la Sección 3 se demuestra que los vectores de curvatura orbital y de espín de la teoría ECE también son ecuaciones de Beltrami. Estos descubrimientos abren nuevas áreas temáticas, porque se sabe que las ecuaciones de Beltrami son importantes en la electrodinámica, la hidrodinámica, la aerodinámica y la cosmología.

## 2. Desarrollo de la naturaleza geométrica de la densidad de carga.

Como de costumbre, esta sección es una sinopsis de los principales resultados contenidos en las notas de acompañamiento de este documento UFT259, que se publican en el portal [www.aiaa.us](http://www.aiaa.us). Se ha demostrado en recientes documentos que la densidad de carga en la teoría ECE queda definida mediante la geometría de Cartan. De manera que la estructura de partículas elementales, tales como el electrón y el protón, también queda definida por la geometría de Cartan. Este descubrimiento conduce a una nueva teoría sobre partículas elementales. La densidad de carga eléctrica se define [1 - 10] mediante:

$$\underline{J}^a = \epsilon_0 (\underline{\omega}^a \cdot \underline{E}^b - c \underline{A}^b \cdot R_b^a(\text{orb})) \quad (1)$$

donde  $\epsilon_0$  es la permitividad en el vacío,  $\underline{\omega}^a_b$  es la conexión de espín vectorial,  $\underline{E}^b$  es la fuerza del campo eléctrico,  $c$  es la constante universal conocida como la velocidad de la luz en el vacío, y  $R_b^a(\text{orb})$  es la parte orbital del vector de curvatura. Para facilidad de referencia, algunas cantidades y unidades S. I. se incluyen a continuación:

$$\begin{aligned} \underline{E} &= V \underline{m}^{-1} = \underline{J} C^{-1} \underline{m}^{-1} & \underline{J} &= C \underline{m}^{-3} \\ \underline{A} &= \underline{J} s C^{-1} \underline{m}^{-1} & \underline{J} &= C \underline{m}^{-2} s^{-1} \\ \epsilon_0 &= \underline{J}^{-1} C \underline{m}^{-1} & \omega &= \underline{m}^{-1} \\ \underline{B} &= \underline{J} s C^{-1} \underline{m}^{-2} = \text{tesla} & R &= \underline{m}^{-2} \end{aligned} \quad (2)$$

La primera ecuación estructural de Cartan [1-10] define la fuerza del campo eléctrico como:

$$\underline{E}^a = -c \nabla \underline{A}^a - \frac{\partial \underline{A}^a}{\partial t} - c \omega_{0b}^a \underline{A}^b + c A_0^b \underline{\omega}^a_b \quad (3)$$

donde el 4-potencial de la electrodinámica ECE se define mediante:

$$A_\mu^a = (A_0^a, -\underline{A}^a) = \left( \frac{\phi^a}{c}, -\underline{A}^a \right) \quad (4)$$

Aquí,  $\phi^a$  es el potencial escalar. Si se supone que el tema de la electrostática se define mediante:

$$\underline{D}^a = \underline{0}, \quad \underline{A}^a = \underline{0}, \quad \underline{J}^a = \underline{0} \quad (5)$$

la ley de Coulomb en la teoría ECE viene dada por:

$$\nabla \cdot \underline{E}^a = \omega_{0b}^a \cdot \underline{E}^b \quad (6)$$

La densidad de corriente eléctrica en la teoría ECE se define mediante:

$$\underline{J}^a = \epsilon_0 c \left( \omega_{0b}^a \underline{E}^b - c A_0^b R_b^a(\text{orb}) + c \omega_{0b}^a \underline{D}^b - c \underline{A}^b \times \underline{R}_b^a(\text{espín}) \right) \quad (7)$$

donde  $R_b^a(\text{espín})$  es la parte de espín del vector curvatura y donde  $\underline{B}^b$  es la densidad de flujo magnético. A partir de las Ecs. (5) y (7):

$$\underline{J}^a = \underline{0} = \epsilon_0 c \left( \omega_{0b}^a \underline{E}^b - c A_0^b R_b^a(\text{orb}) \right) \quad (8)$$

de manera que en la electrostática de la teoría ECE:

$$\omega_{0b}^a \underline{E}^b = c A_0^b R_b^a(\text{orb}) \quad (9)$$

y:

$$\underline{E}^a = -c \nabla \underline{A}_0^a + c \underline{A}_0^a \omega_b^a$$

(10)

con

$$\nabla \times \underline{E}^a = \underline{0}$$

(11)

A partir de las Ecs. (10) y (11):

$$\nabla \times \underline{E}^a = c \nabla \times (\underline{A}_0^b \omega_b^a)$$

(12)

de manera que obtenemos la restricción:

$$\nabla \times (\underline{A}_0^b \omega_b^a) = \underline{0}$$

(13)

La densidad de carga magnética en la teoría ECE viene dada por:

$$\underline{J}_{mag}^a = \epsilon_0 c (\omega_b^a \cdot \underline{D}^b - \underline{A}^b \cdot \underline{R}_b^a(\text{espín}))$$

(14)

y la densidad de corriente magnética por:

$$\underline{J}_{mag}^a = \epsilon_0 c (\omega_b^a \times \underline{E}^b - c \omega_{0b}^a \underline{D}^a - c (\underline{A}^b \times \underline{R}_b^a(\text{orb}) - \underline{A}_0^b \underline{R}_b^a(\text{espín})))$$

(15)

Se cree que estas desaparecen experimentalmente en el electromagnetismo, de manera que:

$$\omega_b^a \cdot \underline{D}^b = \underline{A}^b \cdot \underline{R}_b^a(\text{espín})$$

(16)

y:

$$\omega_b^a \times \underline{E}^b - c \omega_{0b}^a \underline{D}^a - c \underline{A}^b \times \underline{R}_b^a(\text{orb}) + c \underline{A}_0^b \underline{R}_b^a(\text{espín}) = \underline{0}$$

(17)

En la electrostática ECE, la Ec. (16) es automáticamente cierta porque:

$$\underline{D}^b = 0, \quad \underline{A}^b = 0$$

(18)

y la Ec. (15) deviene:

$$\underline{\omega}_b^a \times \underline{E}_b + c \underline{A}_b^b R_b^a(\text{espín}) = \underline{0}. \quad (19)$$

De manera que, en resumen, las ecuaciones de la electrostática son:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E}_b^a = \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{E}_b^b \quad (20)$$

$$\underline{\omega}_{ab}^a \underline{E}_b^b = \phi^b R_b^a(\text{orb}) \quad (21)$$

$$\underline{\omega}_b^a \times \underline{E}_b^b + \phi^b R_b^a(\text{espín}) = \underline{0} \quad (22)$$

$$\underline{E}_b^a = -\underline{\nabla} \phi^a + \phi^b \underline{\omega}_b^a \quad (23)$$

Se demuestra en la Sección 3 que estas ecuaciones conducen a una solución en términos de funciones de Bessel, pero no a una resonancia de Euler Bernoulli.

Con el objeto de obtener resonancia de conexión de espín, la Ec. (20) debe de extenderse a:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E}_b^a = \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{E}_b^b - c \underline{A}_b^b(\text{vac}) \cdot R_b^a(\text{orb}) \quad (24)$$

donde  $\underline{A}_b^b(\text{vac})$  es el potencial en el vacío de Eckardt Lindstrom. El campo eléctrico estático se define mediante:

$$\underline{E}_b^a = -\underline{\nabla} \phi^a + \phi^b \underline{\omega}_b^a \quad (25)$$

de manera que, a partir de las Ecs. (24) y (25):

$$\begin{aligned} \underline{\nabla}^2 \phi^a + (\underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\omega}_b^b) \phi^c \\ = \underline{\nabla} \cdot (\phi^b \underline{\omega}_b^a) + \underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\nabla} \phi^b + c \underline{A}_b^b(\text{vac}) \cdot R_b^a(\text{orb}) \end{aligned} \quad (26)$$

Por la ley de antisimetría de la teoría ECE [1 - 10]:

$$-\underline{\nabla} \phi^a = \phi^b \underline{\omega}_b^a \quad (27)$$

lo cual conduce a la ecuación de resonancia de Euler Bernoulli:

$$\nabla^2 \phi^a + \left( \omega_b^a \cdot \omega_b^b - c \right) \phi^c = \frac{1}{2} c \underline{A}_b^b(\text{vac}) \cdot \underline{R}_b^a(\text{orb}) \quad (28)$$

y a la resonancia de conexión de espín. El lado izquierdo contiene el término de la ley de Hooke, en tanto que el lado derecho contiene el término impulsor que se origina en el potencial en el vacío. Denotamos:

$$f^a(\text{vac}) = \frac{\epsilon_0 c}{2} \underline{A}_b^b(\text{vac}) \cdot \underline{R}_b^a(\text{orb}) \quad (29)$$

entonces la ecuación deviene:

$$\nabla^2 \phi^a + \left( \omega_b^a \cdot \omega_b^b - c \right) \phi^c = \frac{f^a(\text{vac})}{\epsilon_0} \quad (30)$$

El lado izquierdo de la Ec. (30) es una propiedad del campo, y el lado derecho de la ecuación es una propiedad del vacío de la teoría ECE. En el caso más sencillo:

$$\nabla^2 \phi + \omega_0^2 \phi = \frac{f(\text{vac})}{\epsilon_0} \quad (31)$$

y produce resonancia no amortiguada si

$$\nabla^2 \phi + \omega_0^2 \phi = \frac{f(\text{vac})}{\epsilon_0} = A \cos \omega t \quad (32)$$

donde  $A$  es una constante. La integral particular de la Ec. (32) es:

$$\phi = \frac{A \cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (33)$$

y la resonancia de conexión de espín se produce en:

$$\omega_0 = \omega \quad (34)$$

cuando

$$\phi \rightarrow \infty \quad (35)$$

y hay un pico de resonancia de la fuerza del campo eléctrico del vacío.

En la Sección 3 se incluyen soluciones para la Ec. (28) en términos de una combinación de funciones de Bessel, y un análisis utilizando el potencial en el vacío de Eckardt Lindstrom como término impulsor.

La estructura de Beltrami de la electrodinámica de la teoría ECE puede desarrollarse como en la nota de acompañamiento 259(3). Consideremos la densidad de flujo magnético en la electrodinámica ECE:

$$\underline{\mathcal{P}}^a = \underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b \quad (36)$$

y consideremos la base circular compleja para los índices  $a$  y  $b$  [1 - 10]:

$$a, b, c = (1), (2), (3). \quad (37)$$

Hay una sumatoria sobre índices repetidos  $b$  en la Ec.(36), de manera que:

$$\underline{\mathcal{P}}^a = \underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \omega_{(1)}^a \underline{A}^{(1)} - \omega_{(2)}^a \underline{A}^{(2)} - \omega_{(3)}^a \underline{A}^{(3)} \quad (38)$$

Ahora supongamos que:

$$\underline{\omega}_b^a = \epsilon_{bc}^a \underline{\omega}^c \quad (39)$$

donde  $\epsilon_{bc}^a$  es un tensor unitario totalmente antisimétrico en tres dimensiones de  $a, b$  y  $c$ . La Ec. (39) supone que el vector de conexión de espín  $\underline{\omega}^c$  que es dual a  $\underline{\omega}_b^a$ . Así:

$$\underline{\omega}_{(2)}^{(1)} = \epsilon_{(2)(3)}^{(1)} \underline{\omega}^{(3)} = \underline{\omega}^{(3)} \quad (40)$$

$$\underline{\omega}_{(3)}^{(1)} = \epsilon_{(3)(2)}^{(1)} \underline{\omega}^{(2)} = -\underline{\omega}^{(2)} \quad (41)$$

y

$$\underline{\mathcal{P}}^{(1)} = \underline{\nabla} \times \underline{A}^{(1)} - \omega_{(3)}^{(1)} \underline{A}^{(2)} + \omega_{(2)}^{(1)} \underline{A}^{(3)} \quad (42)$$

et cyclicum

En ausencia de un monopol magnético, la identidad de Cartan es [1 -10]:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b = 0 \quad (43)$$

Lo cual implica:

$$\underline{\omega}_b^a \cdot \underline{\nabla} \times \underline{A}^b = \underline{A}^b \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a \quad (44)$$

Estos resultados se han obtenido en documentos inmediatamente precedentes de esta serie. La Ec. (39) es una posible solución de la Ec. (45) y esto da una justificación geométrica rigurosa para la electrodinámica  $O(3)$ .

La identidad de Cartan (43) es ella misma una ecuación de Beltrami:

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b) = \kappa \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b \quad (45)$$

A partir de las Ecs. (39) y (45):

$$\underline{\nabla} \times (\underline{A}^c \times \underline{A}^b) = \kappa \underline{A}^c \times \underline{A}^b \quad (46)$$

En la base circular compleja:

$$\begin{aligned} \underline{A}^{(1)} \times \underline{A}^{(2)} &= i \underline{A}^{(0)} \underline{A}^{(3)*} \\ \underline{A}^{(2)} \times \underline{A}^{(3)} &= i \underline{A}^{(0)} \underline{A}^{(1)*} \\ \underline{A}^{(3)} \times \underline{A}^{(1)} &= i \underline{A}^{(0)} \underline{A}^{(2)*} \end{aligned} \quad (47)$$

de manera que, a partir de las Ecs. (46) a (47):

$$\begin{aligned} \underline{\nabla} \times \underline{A}^{(1)} &= \kappa \underline{A}^{(1)} & (48a) \\ \underline{\nabla} \times \underline{A}^{(2)} &= \kappa \underline{A}^{(2)} & (48b) \\ \underline{\nabla} \times \underline{A}^{(3)} &= \kappa \underline{A}^{(3)} & (48c) \end{aligned}$$

De manera que los potenciales vectoriales cumplen con las ecuaciones de Beltrami.

Este resultado también puede obtenerse de una manera consistente mediante el empleo de la ley de Gauss:



$$\underline{\nabla} \cdot \underline{\hat{D}}^a = 0 \quad (49)$$

que implica la ecuación de Beltrami:

$$\underline{\nabla} \times \underline{\hat{D}}^a = \kappa \underline{\hat{D}}^a. \quad (50)$$

A partir de las Ecs. (36) y (50):

$$\underline{\nabla} \times \underline{\hat{D}}^a = \kappa \underline{\hat{D}}^a = \kappa (\underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b) \quad (51)$$

de manera que:

$$\begin{aligned} \underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{A}^a) - \underline{\nabla} \times (\underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b) \\ = \kappa (\underline{\nabla} \times \underline{A}^a - \underline{\omega}_b^a \times \underline{A}^b) \end{aligned} \quad (52)$$

Utilizando la Ec. (45) se obtiene:

$$\underline{\nabla} \times (\underline{\nabla} \times \underline{A}^a) = \kappa \underline{\nabla} \times \underline{A}^a \quad (53)$$

lo cual implica las Ecs. (48a) a (48c), QED. Tal como se demostró en los documentos inmediatamente precedentes de esta serie, la estructura de Beltrami también gobierna el vector de conexión de espín:

$$\underline{\nabla} \times \underline{\omega}_b^a = \kappa \underline{\omega}_b^a. \quad (54)$$

Se deduce que las ecuaciones:

$$\underline{\omega}_b^a = \frac{1}{2} \kappa \frac{A^{(a)}}{A^{(b)}} \underline{\hat{D}}^a \quad (55)$$

y

$$\underline{\omega}^{(2)} = \frac{1}{2} \kappa \frac{\underline{A}^{(2)}}{\underline{A}^{(0)}} \quad (56)$$

producen la electrodinámica  $O(3)$  [1 - 10]

$$\underline{\mathcal{H}}^{(1)*} = \underline{\nabla} \times \underline{A}^{(1)*} - i \kappa \frac{\underline{A}^{(2)}}{\underline{A}^{(0)}} \times \underline{A}^{(3)} \quad (57)$$

Tal como se demostró en la nota de acompañamiento 259(3), existen muchas ecuaciones interrelacionadas de la electrodinámica  $O(3)$ , todas las cuales se originan en la geometría.

En la Sección 3 se demuestra que una consecuencia de estas conclusiones es que los vectores de curvatura de espín y orbital también cumplen con una estructura de Beltrami.

El hecho de que la teoría ECE sea una teoría del campo unificado también permite el desarrollo e interrelación de varias ecuaciones básicas. En la electrodinámica ECE, el campo magnético es:

$$\underline{\mathcal{H}}^{(3)} = \underline{\nabla} \times \underline{A}^{(3)} - i \kappa \frac{\underline{A}^{(1)}}{\underline{A}^{(0)}} \times \underline{A}^{(2)} \quad (58)$$

en general, en donde:

$$P = \hbar \kappa = e A^{(0)} \quad (59)$$

Los potenciales se relacionan mediante:

$$\underline{A}^{(1)} \times \underline{A}^{(2)} = i \underline{A}^{(0)} \underline{A}^{(3)*} \quad (60)$$

*et cyclicum*

y son funciones de Beltrami:

$$\underline{\nabla} \times \underline{A}^{(1)} = \kappa \underline{A}^{(1)} \quad (61)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{A}^{(2)} = \kappa \underline{A}^{(2)} \quad (62)$$

con:

$$\underline{A}^{(1)} = \underline{A}^{(2)*} \quad (63)$$

Estas estructuras se deducen a partir de la geometría de Cartan y en general son verdaderas.  
Para ondas planas:

$$\underline{A}^{(1)} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}} (\underline{i} - i\underline{j}) \exp(i(\omega t - \underline{k}z)) \quad (64)$$

$$\underline{A}^{(3)} = A^{(0)} \underline{k} \quad (65)$$

de manera que:

$$\underline{B}^{(3)*} = \underline{B}^{(3)} = -i \kappa \frac{A^{(1)}}{A^{(0)}} \times A^{(2)} \quad (66)$$

que es el campo fundamental  $\underline{B}^{(3)}$  de radiación electromagnética en propagación.

Puede expresarse como:

$$\underline{B} = -i \frac{e}{\hbar} \underline{A} \times \underline{A}^* = B^{(0)} \underline{k} = B_z \underline{k} \quad (67)$$

y en este formato puede utilizarse como la definición de un campo magnético estático. Esto es importante para el tema de magnitud estática y el desarrollo de la ecuación del fermión con:

$$\underline{A} = \frac{1}{2} \underline{B} \times \underline{r} \quad (68)$$

La Ec. (67) también da la transición de mecánica clásica a cuántica. En electrodinámica ECE,  $\underline{A}$  siempre debe ser un campo de Beltrami. Como se demostró el trabajo reciente, esto constituye el resultado directo de la identidad de Cartan, de manera que se vuelve necesario resolver:

$$\underline{B} = -i \frac{e}{\hbar} \underline{A} \times \underline{A}^* \quad (69)$$

$$\underline{A} = \frac{1}{2} \underline{B} \times \underline{r} \quad (70)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{A} = \kappa \underline{A} \quad (71)$$

Esto puede llevarse a cabo utilizando los principios de la relatividad general, de manera que el campo electromagnético sea un marco de referencia en rotación y traslación. El vector posición es, por lo tanto:

$$\underline{r} = \underline{r}^* = \frac{r^{(0)}}{\sqrt{2}} (\underline{i} - i\underline{j}) e^{i\phi} \quad (72)$$

donde

$$\underline{r} = \underline{r}^{(1)}, \underline{r}^* = \underline{r}^{(2)}, \phi = \omega t - kZ \quad (73)$$

de manera que

$$\underline{r}^{(1)} \times \underline{r}^{(2)} = i r^{(0)} \underline{r}^{(3)} \quad (74)$$

*et cyclicum*

Se obtiene entonces que:

$$\underline{\nabla} \times \underline{r}^{(1)} = k \underline{r}^{(1)} \quad (75)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{r}^{(2)} = k \underline{r}^{(2)} \quad (76)$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{r}^{(3)} = 0 \underline{r}^{(3)} \quad (77)$$

Los resultados (72) a (77) para ondas planas pueden generalizarse a cualquier solución de Beltrami. Se deduce que el espacio tiempo mismo posee una estructura de Beltrami.

A partir de las Ecs. (70) y (72):

$$\underline{A} = \underline{A}^{(1)} = \frac{B^{(0)} r^{(0)}}{2\sqrt{2}} (i\underline{i} - \underline{j}) e^{i\phi} = \frac{A^{(0)}}{\sqrt{2}} (i\underline{i} + \underline{j}) e^{i\phi} \quad (78)$$

donde:

$$A^{(0)} = \frac{1}{2} B^{(0)} r^{(0)} \quad (79)$$

A partir de la Ec. (78):

$$\underline{\nabla} \times \underline{A} = \kappa \underline{A} \quad (80)$$

QED. Por lo tanto, siempre es posible expresar el potencial vectorial en la forma de la Ec. (70) siempre y cuando el espaciotiempo mismo posea una estructura de Beltrami. Esta conclusión relaciona varias ramas de la física, porque la Ec. (70) se utiliza para producir el factor Lande, REE, RMN y demás a partir de la ecuación de Dirac, que deviene una ecuación del fermión en la física ECE.

En la física de la teoría ECE, el postulado de la tétrada de la geometría de Cartan da:

$$(\square + \kappa_0^2) \underline{A} = \underline{0} \quad (81)$$

bajo todas las condiciones. La Ec. (81), como siempre en la física de la teoría ECE, es resultado de la geometría. La ecuación del fermión, o quiral de Dirac, es una factorización de la Ec. (81). El número de onda  $\kappa_0$  es el resultado de la geometría de Cartan, como se muestra en detalle en la nota de acompañamiento 259(4) y que viene dado por:

$$\kappa_0^2 = \gamma_a^\nu \gamma^\mu (\omega_{\mu\nu}^a - \Gamma_{\mu\nu}^a) \quad (82)$$

donde  $q_a^\nu$  es la inversa de la tétrada,  $\omega_{\mu\nu}^a$  es la conexión de espín con índice mixto, y  $\Gamma_{\mu\nu}^a$  es la conexión gamma de índice mixto. Ahora utilizamos la hipótesis de la teoría ECE:

$$A_\mu^a = A^{(0)a} \gamma_\mu^a \quad (83)$$

para encontrar que:

$$(\square + \kappa_0^2) A_\mu^a = 0. \quad (84)$$

• Finalmente utilizamos:

$$A_\mu^a = (A_0^a, -\underline{A}^a) \quad (85)$$

de manera que para cada  $a$ :

$$(\square + \kappa_0^2) A_0^a = 0 \quad (86)$$

$$(\nabla + \kappa_0^2) \underline{A} = \underline{0} \quad (87)$$

que da como resultado la Ec. (81), QED.

El operador de d'Alembert se define mediante:

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2. \quad (88)$$

A partir de la Ec. (80):

$$\nabla \times (\nabla \times \underline{A}) = \kappa \nabla \times \underline{A} = \kappa \underline{A}^2 \quad (89)$$

y

$$\nabla \cdot \underline{A} = 0 \quad (90)$$

porque

$$\underline{A} = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \underline{A} \quad (91)$$

y

$$\nabla \cdot \nabla \times \underline{A} = 0. \quad (92)$$

A partir de análisis vectorial:

$$\nabla \times (\nabla \times \underline{A}) = \nabla (\nabla \cdot \underline{A}) - \nabla^2 \underline{A} \quad (93)$$

de manera que, a partir de las Ecs. (89) a (93):

$$(\nabla^2 + \kappa^2) \underline{A} = \underline{0} \quad (94)$$

que es la ecuación de onda de Helmholtz. En la electrodinámica de la teoría ECE esto se cumple para cada valor de  $\alpha$ :

$$(\nabla^2 + K^2) \underline{A} = \underline{0}. \quad (95)$$

La ecuación de onda de Helmholtz es el resultado de la ecuación de Beltrami.

A partir de la Ec. (87):

$$\left( \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + K_0^2 \right) \underline{A} = \underline{0} \quad (96)$$

de manera que:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial t^2} + (K_0^2 + K^2) \underline{A} = \underline{0}. \quad (97)$$

Esta es la ecuación para la dependencia temporal de A. Las ecuaciones de Helmholtz y Beltrami son para la dependencia espacial de A. La Ec. (97) se satisface con:

$$\underline{A} = \underline{A}_0 \exp(i\omega t) \quad (98)$$

donde:

$$\frac{\omega^2}{c^2} = K^2 + K_0^2. \quad (99)$$

La Ec. (99) es una generalización de la ecuación de energía de Einstein para una partícula libre:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \quad (100)$$

donde:

$$E = h\omega, \quad p = h\underline{K} \quad (101)$$

utilizando: 
$$K_0^2 = \left( \frac{mc}{h} \right)^2 = \frac{1}{\lambda_0^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} \left( \omega_{mv}^2 - \int_{mv}^a \right).$$
 (102)

De manera que la masa en la teoría ECE se define mediante geometría.

La solución general de la Ec. (84) es, por lo tanto:

$$A_{\mu}^{\alpha} = A_{\mu}^{\alpha}(0) \exp(i(\omega t - \mathbf{K} \cdot \mathbf{Z})) \quad (103)$$

donde:

$$\omega^2 = c^2 (\mathbf{K}^2 + K_0^2). \quad (104)$$

Se deduce que existen:

$$(\square + K_0^2) \phi^{\alpha} = 0 \quad (105)$$

y

$$(\nabla^2 + K^2) \phi^{\alpha} = 0 \quad (106)$$

donde  $\phi^{\alpha}$  es el potencial escalar en la física de la teoría ECE. Para cada valor de  $\alpha$ :

$$(\nabla^2 + K^2) \phi = 0. \quad (107)$$

Escribamos ahora:

$$K_0 = \frac{mc}{\hbar} \quad (108)$$

donde  $m$  es una masa. La ecuación de onda relativista para cada valor de  $\alpha$  es:

$$(\square + K_0^2) \phi = 0 \quad (109)$$

que es la forma cuantizada de



$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 = c^2 p^2 + \hbar^2 K_0^2 c^2 \quad (110)$$

La Ec. (110) es:

$$E = \gamma m c^2 \quad (111)$$

donde el factor de Lorentz es:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (112)$$

y donde el momento relativista es:

$$\underline{P} = \gamma m \underline{v} \quad (113)$$

Definimos la energía cinética relativista como:

$$T = E - m c^2 \quad (114)$$

y se deduce que:

$$T = \left(\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} - 1\right) m c^2 \approx \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1\right) m c^2 = \frac{1}{2} m v^2 \quad (115)$$

que es el límite no relativista de la energía cinética, es decir:

$$T = \frac{P^2}{2m} \quad (116)$$

Utilizando

$$T = i \hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \underline{P} = -i \hbar \underline{\nabla} \quad (117)$$

la Ec. (116) se cuantiza a la ecuación de la partícula libre de Schroedinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi = T \phi \quad (118)$$

que es la ecuación de Helmholtz:

$$\left( \nabla^2 + \frac{2mT}{\hbar^2} \right) \phi = 0. \quad (119)$$

Se deduce que la partícula libre de la ecuación de Schroedinger es una ecuación de Beltrami pero con el potencial vectorial  $\underline{A}$  reemplazado por un potencial escalar  $\phi$ . El potencial escalar desempeña el papel de la función de onda. También resulta en el límite no relativista que:

$$\left( \nabla^2 + \frac{2mT}{\hbar^2} \right) \underline{A} = \underline{0} \quad (120)$$

de manera que:

$$K^2 = \frac{2mT}{\hbar^2}. \quad (121)$$

La ecuación de Helmholtz (119) puede expresarse como:

$$\left( \nabla^2 + K^2 \right) \phi = 0 \quad (122)$$

que es una ecuación de Euler Bernoulli sin un término impulsor del lado derecho de la ecuación. En presencia de la energía potencial  $V$ , la Ec. (118) deviene:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \phi = E \phi \quad (123)$$

donde  $H$  es hamiltoniano y  $E$  es la energía total:

$$E = T + V \quad (124)$$

La Ec. (123) es:

$$\left( \nabla^2 + K^2 \right) \phi = \left( \frac{2mV}{\hbar^2} \right) \phi \quad (125)$$

que es similar a una ecuación de Euler Bernoulli con un término impulsor del lado derecho de la ecuación. Sin embargo, la Ec. (125) es una eigen-ecuación antes que una ecuación de Euler Bernoulli como se define convencionalmente [1 - 10], pero la Ec. (125) posee soluciones resonantes muy conocidas en la mecánica cuántica. La Ec. (125) puede expresarse como:

$$(\nabla^2 + K_1^2)\phi = 0 \quad (126)$$

donde:

$$K_1^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E - V) \quad (127)$$

y en el UFT226 y sigs. en el portal [www.aiaa.us](http://www.aiaa.us), se utilizó la teoría de reactores nucleares de baja energía (RNBE). La Ec. (126), es bien conocida como una ecuación lineal de un oscilador que puede utilizarse para definir la estructura del átomo y del núcleo. Puede transformarse en una ecuación de Euler Bernoulli como sigue:

$$(\nabla^2 + K_1^2)\phi = A \cos(K_2 Z) \quad (128)$$

donde es lado derecho de la ecuación representa un potencial en el vacío. Es precisamente el tipo de estructura obtenido a partir de la ley de Coulomb de la teoría ECE.

La ecuación de Schroedinger de la partícula libre puede obtenerse a partir de la ecuación de Beltrami para el momento:

$$\nabla \times \underline{p} = K \underline{p} \quad (129)$$

una ecuación que implica:

$$(\nabla^2 + K^2)\underline{p} = 0 \quad (130)$$

y:

$$\nabla \cdot \underline{p} = 0, \quad (131)$$

Si  $\underline{p}$  es un momento lineal en la línea recta clásica, entonces:

$$K = 0. \quad (132)$$

Sin embargo, en general  $\underline{L}$  posee soluciones de Beltrami intrincadas, animadas en el documento UFT258 publicado en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us).

Ahora cuantizamos la Ec. (130):

$$\underline{P}\psi = -i\hbar \underline{\nabla}\psi \quad (133)$$

de manera que:

$$(\underline{\nabla}^2 + K^2)\underline{\nabla}\psi = \underline{0}. \quad (134)$$

Utilizando:

$$\underline{\nabla}^2 \underline{\nabla}\psi = \underline{\nabla} \underline{\nabla}^2 \psi \quad (135)$$

y:

$$\underline{\nabla}(K^2\psi) = K^2 \underline{\nabla}\psi \quad (136)$$

suponiendo que:

$$\underline{\nabla} K^2 = \underline{0}. \quad (137)$$

Las Ecs. (133) a (137) dan:

$$\underline{\nabla}(\underline{\nabla}^2\psi + K^2\psi) = \underline{0}. \quad (138)$$

Una posible solución es:

$$(\underline{\nabla}^2 + K^2)\psi = 0 \quad (139)$$

que es la ecuación de Helmholtz para el  $\psi$  escalar, la función de onda de la mecánica cuántica. La ecuación de Schroedinger para una partícula libre se obtiene aplicando la Ec. (133) a:

$$\underline{F} = \frac{P^2}{2m} \quad (140)$$

de manera que:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \underline{F} \psi \quad (141)$$

y

$$\left( \nabla^2 + 2 \frac{F_m}{\hbar^2} \right) \psi = 0. \quad (142)$$

Las Ecs. (139) y (142) son la misma si:

$$K^2 = 2 \frac{F_m}{\hbar^2} \quad (143)$$

QED. Utilizando:

$$\underline{P} = \hbar \underline{K} \quad (144)$$

entonces:

$$P^2 = 2 F_m \quad (145)$$

que es la Ec. (140), QED.

Por lo tanto, la ecuación de la partícula libre de Schroedinger es:

$$\underline{\nabla} \times \underline{P} = \left( 2 \frac{F_m}{\hbar^2} \right)^{1/2} \underline{P} \quad (146)$$

con:

$$\underline{P} \psi = -i \hbar \underline{\nabla} \psi. \quad (147)$$

El origen de la ecuación de Schroedinger es una ecuación de Beltrami para  $\underline{P}$ .

### 3. Estructura de Beltrami de la curvatura, soluciones de Bessel y gráficas.

#### 3.1 Soluciones con resonancia en coordenadas cartesianas.

Las ecuaciones para resolver son las Ecs.(20-23). Con una polarización única y con una densidad de carga de "término impulsor"  $\rho_0$  puede expresarse como:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E} = \omega \cdot \underline{E} + \frac{f_0}{\epsilon_0} \quad (148)$$

$$\omega_0 \underline{E} = \phi \underline{R}(\text{orb}) \quad (149)$$

$$\underline{\omega} \times \underline{E} + \phi \underline{R}(\text{espín}) = 0 \quad (150)$$

$$\phi \underline{\nabla} \times \underline{\omega} + \underline{\nabla} \phi \times \underline{\omega} = 0 \quad (151)$$

$$\underline{E} = -\underline{\nabla} \phi + \phi \underline{\omega} \quad (152)$$

$\rho_0$  es una densidad de carga en el vacío que podría inducir efectos de resonancia. Estas son 13 ecuaciones con 15 variables, de manera que no hay una solución única. La situación puede hacerse manejable omitiendo las ecuaciones que contienen curvatura. Tanto la curvatura orbital como la curvatura de espín sólo parecen en una ecuación, de manera que estas son definiciones para dichas variables y pueden omitirse. La conexión de espín escalar sólo aparece en una de las ecuaciones de curvatura  $y$ , por lo tanto, también pueden omitirse. Sólo restan siete ecuaciones con siete incógnitas. Insertando la definición de  $E$ , la Ec.(152) en las Ecs.(148) y (151) se obtiene entonces cuatro ecuaciones restantes

$$\Delta \phi - \underline{\omega} \cdot \underline{\nabla} \phi + \omega^2 \phi = -\frac{f_0}{\epsilon_0} \quad (153)$$

$$\phi \underline{\nabla} \times \underline{\omega} + \underline{\nabla} \phi \times \underline{\omega} = 0. \quad (154)$$

La primera de ambas ecuaciones es una resonancia de Euler-Bernoulli con un término de amortiguación para un valor negativo de  $\omega$ . Para mayor simplificación, suponemos sólo una dependencia de todas las variables sobre la coordenada  $X$ . Estas ecuaciones entonces se reduce a

$$-\frac{d^2}{dX^2} \phi + \omega_x \left( \frac{d}{dX} \phi \right) + \left( \frac{d}{dX} \omega_x \right) \phi = \frac{f}{\epsilon_0} - \omega_x \frac{d}{dX} \phi + (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) \phi, \quad (155)$$

$$\left[ \omega_z \left( \frac{d}{dX} \phi \right) - \left( \frac{d}{dX} \omega_z \right) \phi \right] = 0, \quad (156)$$

$$\left[ \left( \frac{d}{dX} \omega_y \right) \phi - \omega_y \left( \frac{d}{dX} \phi \right) \right]$$

Ambas ecuaciones en (156) son simétricas respecto de  $\phi$  ó  $\omega_Y$  y  $\omega_Y$ , respectivamente. Para un dado valor de  $\phi$ , las ecuaciones tienen las soluciones

$$\omega_Y = C_1 \phi, \quad (157)$$

$$\omega_Z = C_2 \phi. \quad (158)$$

con constantes  $C_1, C_2$ . Insertando estas soluciones en la Ec.(155) conduce a una ecuación fuertemente no lineal

$$\frac{d^2}{dx^2} \phi - 2\omega_x \frac{d\phi}{dx} - \left( \frac{d\omega_x}{dx} \right) \phi + \omega_x^2 \phi = - (C_1^2 + C_2^2) \phi^3 - \frac{f}{\epsilon_0}. \quad (159)$$

Esta ecuación puede linealizarse estableciendo las constantes  $C_1$  y  $C_2$  iguales a cero y suponiendo un valor constante o de variación suave para  $\omega_x$ :

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} - 2\omega_x \frac{d\phi}{dx} + \omega_x^2 \phi = - \frac{f}{\epsilon_0}. \quad (160)$$

Así, se obtiene una ecuación de resonancia de Euler-Bernoulli en una dimensión, similar a la Ec.(155). La típica y conocida solución (con amortiguación despreciable) ya sea comentado en las Ecs.(31-35).

### 3.2 Soluciones con resonancia en coordenadas cilíndricas.

Ahora utilizamos coordenadas cilíndricas  $r, \theta, Z$  para representar los vectores  $\underline{E}$  y  $\underline{\omega}$ . Suponiendo sólo dependencias radiales para estas variables, la Ec. (151) asume la forma

$$\begin{bmatrix} \omega_z \left( \frac{d\phi}{dr} \right) - \left( \frac{d\omega_z}{dr} \right) \phi \\ \phi \left( \frac{d\omega_\theta}{dr} \right) + \frac{\omega_\theta}{r} - \omega_\theta \frac{d\phi}{dr} \end{bmatrix} = 0 \quad (161)$$

Son soluciones

$$\omega_\theta = C_1 \phi, \quad (162)$$

$$\omega_z = C_2 \phi \frac{\phi}{r}. \quad (163)$$

La divergencia de  $\underline{E}$  es

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E} = -\frac{d^2\phi}{dr^2} + \omega_r \frac{d\phi}{dr} + \left(\frac{d\omega_r}{dr}\right)\phi - \frac{d\phi}{dr} - \frac{\omega_r\phi}{r} \quad (164)$$

Insertando esto en las Ecs.(162) y la Ec.(163) en la Ec. (151) da como resultado

$$\frac{d}{dr}\left(\omega_r\phi - \frac{d\phi}{dr}\right) - \frac{d\phi}{dr} + \frac{\omega_r\phi}{r} = \frac{\rho}{\epsilon_0} + \frac{C_2\omega_r\phi}{r} + \omega_r\left(\omega_r\phi - \frac{d\phi}{dr}\right) + C_1\omega_z\phi \quad (165)$$

Esta ecuación sólo puede manejarse si efectuamos las suposiciones

$$\omega_r = 0 \quad (166)$$

$$C_1 = C_2 = 0 \quad (167)$$

El empleo de álgebra computacional produce entonces

$$\left(\frac{d^2\phi}{dr^2}\right)r^2 + \left(\frac{d\phi}{dr}\right)r = -\frac{r\rho}{\epsilon_0} \quad (168)$$

con la solución

$$\phi = \frac{1}{\epsilon_0} \left( \int r \rho(r) \log(r) dr - \log(r) \int r \rho(r) dr + k_1 \log(r) + k_2 \right) \quad (169)$$

Esta es la solución log a rítmica con una integral particular. Resultados algo más familiares se obtienen suponiendo que la conexión de espín posee la forma simplificada

$$\omega = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{C_1}{r} \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (170)$$

Llegamos entonces a la ecuación



$$\left(\frac{d^2\phi}{dr^2}\right)r^2 + \left(\frac{d\phi}{dr}\right)r = -\phi r^2 C_2^2 - \phi C_1^2 - r^2 f(r) \quad (171)$$

Sustituyendo la variable  $r$  con  $C_2 r$  (o con  $\kappa r$ ) esto constituye la ecuación diferencial de Bessel con un término inhomogéneo del lado derecho de la ecuación:

$$\left(\frac{d^2\phi(\kappa r)}{dr^2}\right)r^2 + \left(\frac{d\phi(\kappa r)}{dr}\right)r + (C_1^2 + r^2)\phi(\kappa r) = -r^2 f(\kappa r) \quad (172)$$

Esta ecuación puede resolverse analíticamente, dando en este caso la función compleja de Bessel  $J_\alpha(\kappa r)$  (con valor complejo  $\alpha$ ) + 2 términos integrales complicados que surge en a partir de la inhomogeneidad. Con la unidad imaginaria  $i$  la solución es:

$$\phi(\kappa r) = k_1 J_{iC_1}(\kappa r) + k_2 J_{-iC_1}(\kappa r) - 2J_{-iC_1}(\kappa r) \int \frac{f(\kappa r) J_{iC_1}(\kappa r)}{\epsilon_0 N} dr + 2J_{iC_1}(\kappa r) \int \frac{f(\kappa r) J_{-iC_1}(\kappa r)}{\epsilon_0 N} dr \quad (173)$$

con la función de denominador

$$N = J_{-iC_1}(\kappa r) J_{iC_1+1}(\kappa r) - J_{-iC_1}(\kappa r) J_{iC_1-1}(\kappa r) - J_{iC_1}(\kappa r) J_{-iC_1+1}(\kappa r) + J_{iC_1}(\kappa r) J_{-iC_1-1}(\kappa r) \quad (174)$$

Para propósitos de demostración, mostramos tanto la parte real como la parte imaginaria de las funciones complejas de Bessel  $J_i$  y  $J_{i+1}$  en la Fig. 1. La parte real de la función del denominador  $N$  de la Ec.(174) se representa gráficamente en la Fig. 2. Debido a que las funciones de Bessel difieren ampliamente en amplitud, el denominador tiene un aspecto bastante irregular. Esto, hasta cierto punto, podría ser un artefacto numérico. No investigamos más a fondo este punto pues hubiéramos tenido entonces una rutina propia para el cálculo de funciones de Bessel. Cero cruzamientos del denominador indican incrementos de tipo resonante es para el potencial.

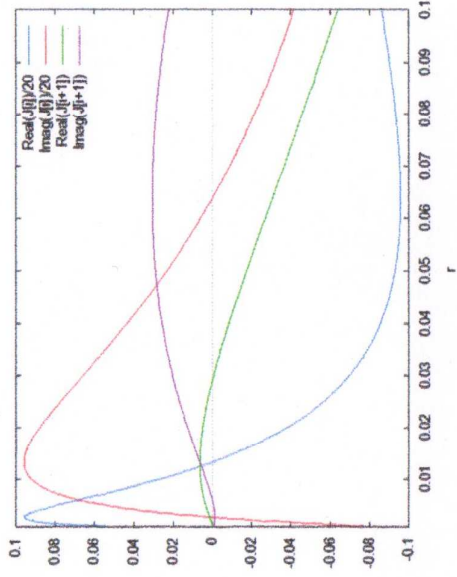


Figura 1: Parte real e imaginaria de las funciones complejas de Bessel  $J_l$  (re-escalada) y  $J_{l+1}$ .

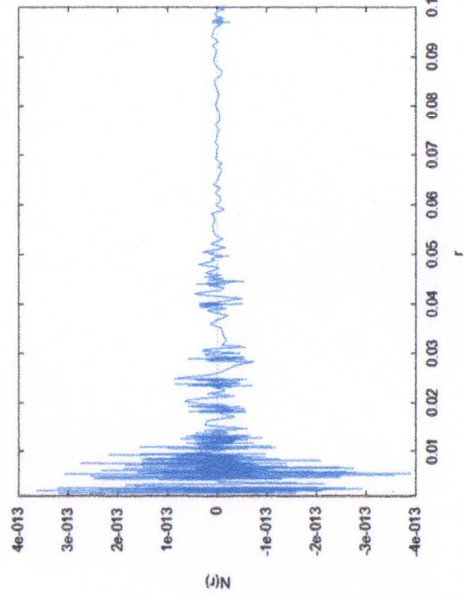


Figura 2: Parte real de la función del denominador  $N(r)$ .

### 3.3 Curvatura en el vacío de la teoría ECE con una sola polarización.

Para ser un campo de Beltrami, el vector  $\mathbf{u}$  debe de satisfacer lo siguiente [11]

$$\mathbf{u} \times \nabla \times \mathbf{u} = \mathbf{0} . \tag{175}$$

Esto es equivalente a [12]

$$\nabla \times \mathbf{u} = k \mathbf{u} . \tag{176}$$

Un campo de Beltrami del primer tipo [12] es un campo de potencial donde

$$\mathbf{u} = \nabla \psi \tag{177}$$

con

$$k = 0. \quad (178)$$

Un campo de Beltrami del Segundo tipo [12] se produce cuando

$$k = \text{constante} \quad (179)$$

lo cual significa que

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0. \quad (180)$$

Un campo de Beltrami del tercer tipo [12] se produce cuando  $k$  es una función de las variables de coordenadas y aplican las ecuaciones (175) ó (176).

El vacío ECE para un solo estado de polarización viene dado por

$$\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{A} - \underline{\omega} \times \underline{A} = \underline{0} \quad (181)$$

$$\frac{\underline{E}}{2} = -\underline{\nabla}\phi + \underline{\omega}\phi = -\omega_0 \underline{A} - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} = \underline{0} \quad (182)$$

Por simplicidad, se ha omitido la etiqueta del estado de vacío en las variables.

Para cualquier potencial escalar

$$\underline{\nabla} \times \underline{\nabla}\phi = \underline{0}. \quad (183)$$

Por lo tanto, el campo dado por  $\underline{\nabla}\phi$  es un campo de Beltrami del primer tipo.

Por lo tanto, a partir de (182), ya que  $\underline{\omega}\phi = \underline{\nabla}\phi$ , es un campo de Beltrami del primer tipo, es decir,

$$\underline{\nabla} \times \underline{\omega}\phi = \underline{0}. \quad (184)$$

Utilizando la expansión vectorial establecida, la ecuación (184) puede expresarse como

$$\underline{\nabla} \times \underline{\omega}\phi = \phi \underline{\nabla} \times \underline{\omega} + \underline{\nabla}\phi \times \underline{\omega} = \underline{0} \quad (185)$$

Pero a partir de la ecuación (182)

$$\underline{\nabla}\phi \times \underline{\omega} = \underline{\nabla}\phi \times \frac{\underline{\nabla}\phi}{\phi} = \underline{0}$$

Así, la ecuación (185) deviene

$$\underline{\nabla} \times \underline{\omega}\phi = \phi \underline{\nabla} \times \underline{\omega} = \underline{0} \quad (186)$$

volviendo a  $\underline{\omega}$  un campo de Beltrami del primer tipo para el vacío con una sola polarización, tal como se ha demostrado anteriormente.

Dado que la curvatura con una sola polarización viene dada por

$$\underline{R}_{espín} = \underline{\nabla} \times \underline{\omega} \quad (187)$$

notamos que el vacío de polarización única requiere, en la ecuación (186)

$$\underline{R}_{espín} = \underline{0}. \quad (188)$$

También, para una sola polarización, a partir de las ecuaciones (8) y (15) tenemos que

$$\mathbf{R}_{orb} \times \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (189)$$

$$\mathbf{R}_{orb} \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (190)$$

Esto conduce a la conclusión de que

$$\mathbf{R}_{orb} = \mathbf{0} \quad (191)$$

A partir de la ecuación (182)

$$-\omega_0 \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (192)$$

de manera que

$$\omega_0 = -\frac{1}{A_i} \frac{\partial A_i}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \log(A_i). \quad (193)$$

Utilizando

$$\mathbf{R}_{orb} = -\nabla \omega_0 - \frac{\partial \omega}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (194)$$

vemos que

$$\omega = \nabla \int \frac{\partial}{\partial t} \log(A_i) dt = \nabla \log(A_i) \quad (195)$$

Por lo tanto

$$\omega \times \mathbf{A} = \nabla \log(A_i) \times \mathbf{A} \quad (196)$$

Un término típico para este producto vectorial puede expresarse como

$$\frac{1}{A_i} \left( A_j \frac{\partial A_i}{\partial k_k} - A_k \frac{\partial A_i}{\partial k_j} \right)$$

que en [13] se demostró como igual a cero para el vacío con una sola polarización.

Por lo tanto

$$\omega \times \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (197)$$

Así  $\mathbf{A}$ , y por la ecuación (192)  $\omega_0 \mathbf{A}$ , son campos de Beltrami del primer tipo.

En resumen, tenemos para el vacío con una sola polarización, que  $\mathbf{R}_{espin}$  y  $\mathbf{R}_{orb}$  son iguales a cero y que  $\mathbf{A}$ ,  $\omega$ ,  $\nabla \phi$ ,  $\omega_0 \mathbf{A}$ , y  $\omega \phi$  son campos de Beltrami del primer tipo.

## Agradecimientos

Se agradece al Gobierno Británico por una Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por sus publicaciones en red, a Alex Hill por las traducciones y a Robert Cheshire por las grabaciones.

## Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, Ed., *J. Found. Phys. Chem.*, (Cambridge International Science Publishing, CISP, [www.cisp-publishing.com](http://www.cisp-publishing.com), 2011).
- [2] M. W. Evans, Ed. “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity”, número especial seis de la referencia uno.
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” CISP, 2011, preimpresión en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis, 2005 a 2011) en siete volúmenes.
- [5] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis 2007, reimpression en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) y también la producción al castellano por Alex Hill).
- [6] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, documentos y plenaria en la Academia de Ciencias de Serbia.
- [7] M. W. Evans y S. Kielich, Eds, “Modern Nonlinear Optics” (Wiley 1992, 1993, 1997, 2001), en dos ediciones y seis volúmenes.
- [8] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001).
- [9] M. W. Evans y J.-P. Vigié, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, 1994 a 2002) en 10 volúmenes con encuadernación dura y blanda.
- [10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagnetron in Quantum Field Theory” (World Scientific, 1994).
- [11] <http://mathworld.wolfram.com/BeltramiField.html>.
- [12] Thahar Amari, et. al., “Computing Beltrami Fields”, [https://www.ljll.math.upmc.fr/~boulmezaoud/PDFS/ARTIC/Amari\\_Boulbe\\_Boulmezaoud.pdf](https://www.ljll.math.upmc.fr/~boulmezaoud/PDFS/ARTIC/Amari_Boulbe_Boulmezaoud.pdf)
- [13] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory”, Cap. 16, Vol. VII, Abramis Publishing, Reino Unido, 2011.