

Valores esperados de funciones elípticas de la Teoría x : Aplicación al átomo de hidrógeno.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,

Civil List, AIAS, y UPITEC

(www.webarchive.org.uk, www.aias.us, www.upitec.org, www.et3m.net,
www.atomicprecision.com)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se muestra que, en general, una órbita tridimensional puede expresarse como dos funciones elípticas u órbitas planas. En teoría gravitacional clásica y en electrostática, la función elíptica describe la órbita plana provocada por una ley de atracción del cuadrado de la inversa. Estas funciones se cuantizan para dar una novedosa descripción de valores esperados para el átomo de hidrógeno y una gran cantidad de nueva información. Este método puede extenderse a cualquier material mediante métodos contemporáneos de química cuántica computacional. Se considera el efecto de una precesión de Thomas ubicua en el átomo de hidrógeno y se obtiene otro conjunto de resultados novedosos.

Palabras clave: teoría ECE, teoría x , órbitas tridimensionales, cuantización de funciones elípticas, precesión de Thomas ubicua.

1. Introducción.

En los documentos inmediatamente precedentes de esta serie [1-10] se ha desarrollado la teoría x de órbitas según la teoría gravitacional. Aquí, x es el factor de precesión observada experimentalmente para cualquier órbita plana en astronomía. Esta órbita plana es aquella en la que una masa m gira en órbita alrededor de una masa M , siguiendo una órbita representada por una elipse con precesión. La teoría x utiliza coordenadas polares planas y se basa directamente en los datos experimentales. La función elíptica con precesión así obtenida se ha utilizado para brindar una explicación directa de datos observados con precesión en el campo de la astronomía. Hasta la fecha, los siguientes fenómenos han podido describirse mediante la teoría x con un grado de precisión equivalente al obtenido a nivel experimental: precesión orbital, desviación electromagnética por causa gravitacional, demora temporal por causa gravitacional, velocidad fotónica relativista, masa fotónica y desplazamiento al rojo por causa gravitacional. En un contexto más amplio, la teoría ECE se ha aplicado al desplazamiento al rojo cosmológico en el documento UFT 49, publicado en el portal www.aiaa.us. La teoría x también ha suministrado una refutación definitiva de la relatividad general einsteiniana, al demostrar que ésta última desarrolla un valor infinito cuando intenta describir en forma consistente la precesión orbital, y cuando se compara con la correcta y precisa teoría x . Se ha demostrado que el origen del factor x es la ubicua precesión de Thomas, la rotación de la métrica de Minkowski a una velocidad angular constante. Se ha demostrado que ésta última es la conexión de espín en la teoría ECE, la cual se basa directamente en la geometría de Cartan. Más aún, se ha demostrado que la curva de velocidad y las órbitas hiperbólicas de una galaxia en espiral se deben a una teoría ECE subyacente. En este caso, la teoría de Einstein fracasa catastróficamente, como es bien sabido. En tanto la curva de velocidad observada en la práctica alcanza una meseta, la teoría de Einstein alcanza un valor nulo. También es bien conocido para el mundo académico que la teoría de Einstein está plagada de errores matemáticos, siendo el principal entre ellos la no inclusión de la torsión de Cartan. De manera que la física, durante la última década, se ha dividido por un lado en un dogma casi completamente oscuro y obsoleto (el modelo establecido), y la teoría ECE baconiana, la cual constituye un regreso a los iluminados principios científicos de hace varios siglos. En el documento inmediatamente precedente al presente, se utilizó la teoría x para desarrollar una nueva mecánica cuántica, ejemplificada a través de su aplicación a las teorías atómicas de Bohr y de Sommerfeld en la vieja teoría cuántica. Se demostró que la teoría de Bohr constituye el límite circular de la función elíptica de la teoría x , que emerge a partir del tratamiento clásico de un electrón que gira en órbita alrededor de un protón en un átomo de hidrógeno. Se demostró que el radio de Bohr es la semi-latitud recta y que los niveles de energía de Bohr en el átomo de hidrógeno constituyen el resultado inmediato de una elipticidad en el límite de desaparición. Se demostró que la función elíptica constituye una descripción necesaria y suficiente de los espectros atómicos en la vieja teoría cuántica no relativista. La teoría del átomo de Sommerfeld fue la primera teoría cuántica relativista, y se demostró que la misma se debe a una función elíptica con precesión en la cual el factor x deja de ser igual a la unidad.

Es bien sabido que los niveles de energía del átomo de Bohr en el átomo de hidrógeno son iguales a los niveles de energía del hidrógeno atómico en la teoría de Schroedinger, según la mecánica cuántica moderna. Con el objeto de desarrollar la teoría x para que incluya una cuantización de tipo Schroedinger, es necesario en primer lugar considerar órbitas tridimensionales. Esto se debe a que los orbitales son tridimensionales, en tanto que las órbitas son casi siempre planas. En la Sección 2 se demuestra que cualquier órbita tridimensional puede considerarse en términos de dos elipses planas. Cada una de estas

elipses puede cuantizarse, utilizando el método de Schroedinger, para producir dos conjuntos de valores esperados. Este procedimiento es completamente original y ofrece una caracterización novedosa del átomo de hidrógeno y, en consecuencia, de todos los materiales en los que puedan utilizarse los métodos de mecánica cuántica computacional. Como es bien sabido, estos métodos se han desarrollado ampliamente. El átomo de hidrógeno es el átomo más sencillo, y algunos de los cálculos pueden efectuarse analíticamente. Se considera en la forma más sencilla posible el efecto de la precesión ubicua de Thomas sobre estos novedosos conjuntos de datos.

En la Sección 3, se aplica álgebra computacional para obtener conjuntos de valores esperados para ambos tipos de funciones elípticas. En general, las dos funciones elípticas dan resultados completamente diferentes, los cuales se han tabulado y analizado. La precesión de Thomas produce interesantes correcciones relativistas, las cuales podrán compararse en futuros trabajos con los resultados obtenidos a partir de la ecuación del fermión. Esta última mejora la ecuación de Dirac, al eliminar niveles de energía negativos, los cuales no tienen sentido físico. Tanto la ecuación del fermión como la teoría x se obtienen a partir de principios geométricos sobre los cuales se basa directamente la teoría ECE: los conocidos principios de la geometría de Cartan.

2. Cuantización de órbitas tridimensionales en orbitales del átomo de hidrógeno.

Consideremos cualquier órbita en tres dimensiones. El lagrangiano en coordenadas polares esféricas es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{k}{r} = T - V \quad (1)$$

donde k es una constante y donde la energía cinética es:

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) \quad (2)$$

donde m es la masa en órbita. Las tres ecuaciones de Euler Lagrange son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \quad (3)$$

A partir de la Ec. (3):

$$(4)$$

$$(5)$$

$$(6) \quad m(\ddot{r} - r(\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta\dot{\phi}^2)) = -\frac{k}{r^2}$$

A partir de la Ec. (4):

$$(7) \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} = \frac{d}{dt} m r^2 \dot{\theta} = 0$$

y a partir de la Ec. (5):

$$(8) \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = \frac{d}{dt} m r^2 \sin^2\theta \dot{\phi} = 0$$

de manera que los momentos angulares conservados son:

$$(9) \quad L_1 = m r^2 \dot{\theta}$$

y:

$$(10) \quad L_2 = m r^2 \sin^2\theta \dot{\phi}$$

Se obtiene entonces que:

$$(11) \quad m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{k}{r} + \frac{L^2}{m r^3}$$

donde:

$$(12) \quad L^2 = L_1^2 + L_2^2$$

El formato de la ecuación de Leibniz (11) no cambia cuando se pasa de dos a tres dimensiones, pero el momento angular total se define en tres dimensiones a través de la Ec. (12).

Resulta entonces que:

$$(13) \quad \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{m}{L_1} \ddot{r}$$

y:

$$(14) \quad \frac{d^2}{d\phi^2} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{m}{L_2} \ddot{r}$$

de manera que hay dos ecuaciones de Binet:

$$-\frac{L_1^2}{m r^2} \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) - \frac{L^2}{m r^3} = -\frac{k}{r} \quad (15)$$

y:

$$-\frac{L^2}{m r^2} \frac{d^2}{d\phi^2} \left(\frac{1}{r} \right) - \frac{L^2}{m r^3} = -\frac{k}{r} \quad (16)$$

en las que:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{L_1^2}{m r^2} \frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{L^2}{m r^2} \frac{d^2}{d\phi^2} \left(\frac{1}{r} \right). \quad (17)$$

La ecuación de Leibniz se obtiene a través de las ecuaciones de Binet mediante dos elipses:

$$r = \frac{\alpha_1}{1 + \epsilon_1 \cos \theta} \quad (18)$$

y

$$r = \frac{\alpha_2}{1 + \epsilon_2 \cos \phi} \quad (19)$$

dando:

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{L_1^2}{m r^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\alpha_1} \right) = \frac{L^2}{m r^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\alpha_2} \right). \quad (20)$$

Por lo tanto, una órbita tridimensional siempre puede analizarse mediante dos órbitas elípticas planas de la teoría x , con $x = 1$.

Cuando se considera el átomo de hidrógeno, ambas elipses pueden cuantizarse y computarse sus valores esperados. Por ejemplo, si el hamiltoniano clásico de inicio se define mediante las coordenadas polares planas (r, ϕ) entonces:

$$H = E = \frac{p^2}{2m} - \frac{k}{r} \quad (21)$$

donde la energía cinética clásica es:

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 \right) \quad (22)$$

y donde la energía potencial clásica es:

$$V = -\frac{k}{r} \quad (23)$$

La solución para la Ec. (21) es la elipse, o en forma más general la sección cónica [11]:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \phi} \quad (24)$$

Para la elipse la semi-latitud recta es:

$$\alpha = \frac{L^2}{m k} \quad (25)$$

y la elipticidad es:

$$\epsilon^2 = 1 + \frac{2 E L^2}{m k^2} \quad (26)$$

donde E es la energía total conservada y donde L es el momento angular total conservado:

$$L = m r \omega \quad (27)$$

donde

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{m r^2} \quad (28)$$

es la conexión de espín o velocidad angular [1-10].

La ecuación de Schroedinger se obtienen directamente a partir de la ecuación clásica (21) utilizando:

$$P^2 \psi = -\hbar^2 \nabla^2 \psi \quad (29)$$

donde \hbar es la constante reducida de Planck y donde ψ es la función de onda. De manera que la ecuación de Schroedinger es

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \left(E + \frac{k}{r} \right) \psi \quad (30)$$

y esto es una ecuación de Leibniz cuantizada. La elipse (24) es la solución de la ecuación clásica, de manera que también debe de ser una solución de la ecuación cuantificada a través del principio de correspondencia, según el cual las soluciones cuantizadas se reducen, en límites bien definidos, a sus contrapartes clásicas. Existen excepciones a este principio, en

cuanto a que algunos fenómenos cuánticos, tales como la energía de punto cero, no poseen una contraparte clásica. Resulta así que una gran cantidad de información nueva acerca del átomo de hidrógeno puede obtenerse a través del cálculo de los valores esperados $\langle r \rangle$. Esto se cumple en general, y una gran cantidad de nueva información puede obtenerse de esta manera en general para cualquier material mediante el empleo de los métodos altamente desarrollados de la química cuántica computacional. Los valores esperados así obtenidos caracterizarían cualquier átomo, molécula o material dado, de una manera completamente novedosa, de manera que pueden crearse nuevos bancos de datos. La base para este desarrollo es la teoría x , con $x = 1$.

Los valores esperados son:

$$\langle r \rangle = \int \psi^* \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \phi} \psi d\tau \quad (31)$$

En la teoría del átomo de Bohr:

$$\langle r \rangle = \int \psi^* r_{\text{B}} \psi d\tau = r_{\text{B}} \int \psi^* \psi d\tau \quad (32)$$

en la cual la normalización de Born es:

$$\int \psi^* \psi d\tau = 1 \quad (33)$$

de manera que:

$$\langle r \rangle = r_{\text{B}} \quad (34)$$

La teoría de Bohr (ver el documento UFT266 en el portal www.aiaa.us) corresponde a:

$$\alpha = r_{\text{B}} / \epsilon = 0 \quad (35)$$

pero en el átomo de Schrodinger las funciones de onda para el hidrógeno son [1-10]:

$$\psi = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (36)$$

en donde algunos valores para $R_{nl}(r)$ se incluyen en la nota de acompañamiento 267(3), y donde los armónicos esféricos Y se definen como en documentos UFT previos. La integral de cualquier función f sobre el elemento de volumen se define mediante:

$$\int f d\tau = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_0^{\infty} f r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi \quad (37)$$

y las integrales definidas requeridas son:

$$\int_0^{\infty} r^n e^{-ar} dr = \frac{n!}{a^{n+1}} \quad (38)$$

$$y: \int_0^{\pi} \cos^n\theta \sin\theta d\theta = \frac{1 + (-1)^n}{n+1} \quad (39)$$

Por ejemplo, en orbital $1s$ del hidrógeno atómico (H) se define mediante:

$$u = 1, \quad l = 0, \quad m_l = 0 \quad (40)$$

de manera que la función de onda es:

$$\psi = R_{10} Y_{00} = 2 \left(\frac{1}{r_B} \right)^{3/2} e^{-r/r_B} \cdot \frac{1}{2\pi^{1/2}} \quad (41)$$

El valor esperado para el radio de Bohr en este caso es:

$$\langle r \rangle = \frac{1}{\pi r_B^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} r_B d\phi \int \sin\theta d\theta \int_0^{\infty} r^2 e^{-2r/r_B} dr = r_B \quad (42)$$

Este cálculo sencillo ilustra el hecho de que la normalización debe estar definida correctamente, y el código escrito por el Dr. Horst Eckardt, utilizado en este documento y en todos los documentos UFT previos de esta clase de física la normalización para cada función de onda. Tal como se muestra en el documento UFT266, el átomo de Bohr se obtienen directamente a partir de la elipse (24) en el límite de una elipticidad a punto de desaparecer. La elipse en este límite brinda directamente los niveles de energía y los radios de Bohr, lo cual conduce a una nueva comprensión de la cuantización. Si el cálculo de más arriba se repite para la elipse (24) el resultado es:

$$\begin{aligned} \langle r \rangle &= \frac{1}{\pi r_B^3} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{d\phi}{1 + \epsilon \cos\phi} \int_0^{\infty} \sin\theta d\theta \int_0^{\infty} r^2 \exp\left(-\frac{2r}{r_B}\right) dr \\ &= \frac{r_B}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{1 + \epsilon \cos\phi} = \frac{r_B}{(1 - \epsilon^2)^{1/2}} \quad (43) \end{aligned}$$

Tal como se discute en la Sección 3, se obtiene el mismo resultado para todas las funciones de onda hidrogenicas para la elipse definida en las coordenadas (r, ϕ) .

Sin embargo, si se aplica el mismo procedimiento a la elipse:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \theta} \quad (44)$$

surge un conjunto completamente diferente de valores esperados. Estos dos conjuntos de valores esperados pueden utilizarse para caracterizar cualquier material, y se tabularán en la Sección 3. Nótese cuidadosamente que en el límite de desaparición de la elipticidad, el valor esperado para el orbital $1s$ se produce en el radio de Bohr, y aquel para el orbital n_s se produce en el valor n multiplicado por el radio de Bohr.

El efecto de la precesión de Thomas ubicua es la rotación de la métrica de Minkowski a una velocidad angular constante ω . Aparece en todas las escalas y en todas las situaciones. En teoría gravitacional, la velocidad de la precesión de Thomas se define mediante el principio de equivalencia aplicado a la energía cinética rotacional:

$$\frac{1}{2} \omega r^2 \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} \omega v_\phi^2 = \frac{\omega M G}{r} \quad (45)$$

de manera que

$$v_\phi = 2 \frac{M G}{r}. \quad (46)$$

En electrostática:

$$\frac{1}{2} \omega v_\phi^2 = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r} \quad (47)$$

de manera que la velocidad de Thomas es:

$$v_\phi^2 = \frac{e^2}{2\pi \epsilon_0 \omega r} \quad (48)$$

Tal como se demuestra en el documento UFT265, la rotación de la métrica de Minkowski provoca que todas las órbitas planas sufran una precesión con el factor x observado experimentalmente, para dar la órbita con precesión:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(x\phi)} \quad (49)$$

donde:

$$x = 1 + \frac{3MG}{c^2 \alpha} \quad (50)$$

Argumentando por analogía directa:

$$MG \rightarrow \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m} = \frac{h c}{m} \alpha_f \quad (51)$$

donde α_f es la constante de estructura fina:

$$\alpha_f = \frac{e^2}{4\pi h c \epsilon_0} = 0.007297351 \quad (52)$$

y donde la longitud de onda de Compton es:

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} = 2.426309 \times 10^{-12} \text{ m} \quad (53)$$

es decir:

$$\frac{h}{mc} = \frac{\lambda_c}{2\pi} \quad (54)$$

Por lo tanto:

$$x = 1 + \frac{3MG}{c^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{3 \alpha_f \lambda_c}{2\pi \alpha} \quad (55)$$

En la notación convencional de las coordenadas polares esféricas:

$$X = r \sin \theta \cos \phi$$

$$Y = r \cos \theta \sin \phi$$

$$Z = r \cos \theta$$

$$(55.b)$$

de manera que cuando:

$$\theta = \frac{\pi}{2}$$

$$(56)$$

las coordenadas polares planas se define mediante:

$$X = r \cos \phi$$

$$Y = r \sin \phi$$

$$(57)$$

En este caso, la elipse relevante a considerar es:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \phi} \quad (58)$$

y la precesión de Thomas se genera por rotación alrededor del eje Z, de manera que la elipse (58) deviene (49). Nótese cuidadosamente que en algunos libros de texto de matemáticas [12] se utiliza la notación opuesta, como en la nota de acompañamiento 267(3), con ϕ y θ intercambiados.

Tanto en la teoría gravitacional clásica como en la teoría electrostática clásica para la precesión de órbitas planas:

$$H = E = T + V \quad (59)$$

donde:

$$T = \frac{1}{2} m v^2, \quad (60)$$

$$V = -k/r. \quad (61)$$

En gravitación:

$$k = m M G \quad (62)$$

y en la electrostática:

$$k = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (63)$$

La velocidad en la Ec. (60) se define mediante:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \omega^2 \quad (64)$$

donde:

$$\omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{m r^2}. \quad (65)$$

La fuerza, tanto en la gravitación como en electrostática, es:

$$F = m \left(\frac{d^2 r}{dt^2} - \omega^2 r \right) = -\frac{1}{m r^2} \left(\frac{d^2}{d\phi^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \right) = -\frac{k}{r^2} \quad (66)$$

y en ambos casos:

$$\frac{m d^2 r}{dt^2} = -\frac{L^2}{m r^2} \frac{d^2}{d\phi^2} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{k}{r^2} + \frac{L^2}{m r^3} \quad (67)$$

si:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \phi} \quad (68)$$

Sin embargo, si:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(\gamma \phi)} \quad (69)$$

entonces:

$$\frac{m d^2 r}{dt^2} = \gamma^2 \left(-\frac{k}{r} + \frac{L^2}{m r^3} \right) \quad (70)$$

y el hamiltoniano (59) cambia desde:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \left(E + \frac{k}{r} \right) \psi \quad (71)$$

a:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = \left(E + \frac{k}{r} + (1-\gamma^2) \frac{L^2}{2m r^2} \right) \psi \quad (72)$$

Por lo tanto, en general la precesión ubicua de Thomas provoca que la ecuación de Schroedinger cambia de:

$$\hat{H} \psi = E \psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{k}{r} \right) \psi \quad (73)$$

a:

$$\hat{H} \psi = E \psi = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{k}{r} + (1-\gamma^2) \frac{L^2}{2m r^2} \right) \psi \quad (74)$$

Hamiltoniano cambia de:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{k}{r} \quad (75)$$

a:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{k}{r} + (1-\gamma^2) \frac{L^2}{2m r^2} \quad (76)$$

y desarrolla un nuevo término en L^2 . Este término puede considerarse como una conexión relativista. Dado que x no depende de la elipticidad, esta corrección es la misma en el átomo de Bohr, donde:

$$\alpha (n=1) = v_B = 5,29177 \times 10^{-11} \text{ m} \quad (77)$$

La cuantización de tipo Bohr produce:

$$L = n\hbar, \quad \alpha = n v_B^2 \quad (78)$$

donde:

$$r_B = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} \quad (79)$$

es el radio de Bohr. La estructura íntegra de la química cuántica computacional cambia debido a la precesión ubicua de Thomas. En la Ec. (76).

3. Representaciones gráficas y tabulares de valores esperados.

La ecuación de Schroedinger para el orbital de tipo hidrógeno con número atómico Z es

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi - \frac{Zk}{r} \psi = E \psi \quad (80)$$

Mediante el enfoque del producto de la función de onda (36) para ψ puede separarse la parte angular. Los eigenvalores de las armónicas esféricas $Y(\theta, \varphi)$ para el operador de Laplace angular Δ^2 en coordenadas esféricas son

$$\Delta^2 Y(\theta, \varphi) = -\ell(\ell+1) Y(\theta, \varphi) \quad (81)$$

de manera que los armónicos esféricos en la Ec.(80) se cancela entre sí. Sólo queda una ecuación para la parte radial:

$$-\frac{\hbar^2}{2mr} \frac{d^2}{dr^2} (r R_{\ell m}) + \left(\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{Zk}{r} \right) R_{\ell m} = E R_{\ell m} \quad (82)$$

Introduciendo la variable

$$u_{\ell m} = r R_{\ell m} \quad (83)$$

y dividiendo por $R_{\ell m}$ conduce a la ecuación

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{u_{el}} \frac{\partial^2 u_{el}}{\partial r^2} + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{Zk}{r} = E. \quad (84)$$

Reintroduciendo la parte radial de la energía cinética clásica E_k y el momento angular clásico

$$L^2 = \hbar^2 \ell(\ell+1) \quad (85)$$

la Ec.(84) puede expresarse como

$$E_k + \frac{L^2}{2mr^2} - \frac{Zk}{r} = E \quad (86)$$

con

$$E_k = \frac{1}{2} m v_r^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{u_{el}} \frac{\partial^2 u_{el}}{\partial r^2}. \quad (87)$$

Resulta entonces que v_r^2 puede expresarse mediante las funciones radiales en la forma

$$v_r^2 = -\frac{\hbar^2}{m^2} \frac{1}{u_{el}} \frac{\partial^2 u_{el}}{\partial r^2}. \quad (88)$$

Esto representa una velocidad de electrón clásica en el marco de la mecánica cuántica, un resultado novedoso. Las velocidades dependen de los números cuánticos (n, l) y se incluyen en la Tabla 1. Además de un término constante, hay contribuciones de potencias inversas de r , las cuales crecen en función del número cuántico l . Los resultados se representan gráficamente en la Fig. 1. Para los orbitales s , las velocidades son máximas cerca del centro, un resultado que es consistente con la distribución probabilística de funciones de onda. Para los orbitales p y d , las velocidades inician a cierta distancia del centro. Luego consideramos los valores esperados para los radios elípticos derivados a partir de los orbitales hidrogénicos, ver la Ec. (31). Tal como se explicó en la Sección 2, tenemos dos posibilidades de ubicación simétrica de las órbitas elípticas en un sistema de coordenadas de tres dimensiones: en el plano θ y en el plano φ . Ubicando la elipse en el plano φ da el resultado

$$\langle r \rangle = \frac{a_0}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \quad (89)$$

donde a_0 es el radio de Bohr. Este valor esperado es el mismo para todos los números cuánticos (n, l, m_l) . El motivo es que los armónicos esféricos dependen de φ sólo por un factor de fase $\exp(im_l \varphi)$, el cual es el mismo para todos los armónicos esféricos.

Colocando la elipse en el plano θ produce resultados muy diferentes. Ahora dependen de los números cuánticos y producen expresiones logra rítmicas, independientes del número cuántico principal n , porque los armónicos esféricos no dependen de n . Los resultados se presentan en la Tabla 2. Los valores esperados de r se representan gráficamente en su dependencia de la elipticidad ϵ , de la cual dependen. En la Fig. 2, se muestran las curvas

para $l = 0$ y $l = 1$, junto con el resultado (89) para la órbita φ . Vemos que $\langle r \rangle$ para la órbita φ es muy similar a la de la órbita θ para $l = 0$. Los valores esperados crecen significativamente cuando ε se aproxima a la unidad, es decir cuando la elipse se transforma en una parábola. Esto se muestra en la Fig. 3 para orbitales d . El efecto siempre es más significativo cuanto más bajo es el número cuántico m_l .

Finalmente, investigamos $\langle r \rangle$ para elipses con precesión de acuerdo con la Ec.(74). Los valores esperados contienen entonces expresiones como

$$\int \frac{\sin \theta}{\cos(\gamma\theta) + 1} d\theta \quad (90)$$

Las cuales no pueden integrarse analíticamente porque los argumentos de las funciones de gala métricas difieren. Sólo se obtiene un resultado analítico para la elipse φ :

$$\langle r \rangle = \frac{a_0}{\pi \chi \sqrt{1-\varepsilon^2}} \operatorname{atan} \left(\frac{\sqrt{1-\varepsilon^2} \sin(2\pi\chi)}{(\varepsilon+1)\cos(2\pi\chi) + \varepsilon + 1} \right). \quad (91)$$

Para las órbitas θ las integrales no pueden resolverse analíticamente y deben evaluarse numéricamente.

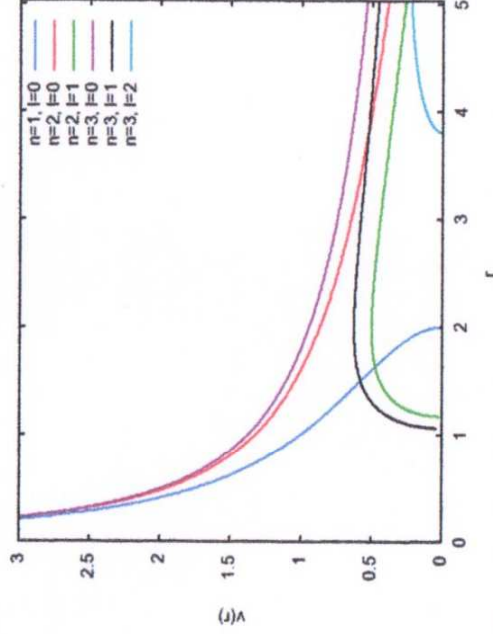


Figura 1: Velocidad $v_r(r)$ para los numerosos cuánticos n y l .

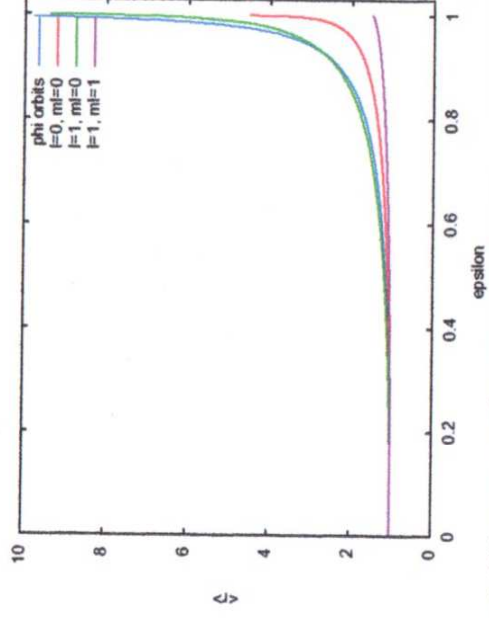


Figura 2: Valores esperados para r para la órbita φ y algunas órbitas θ .

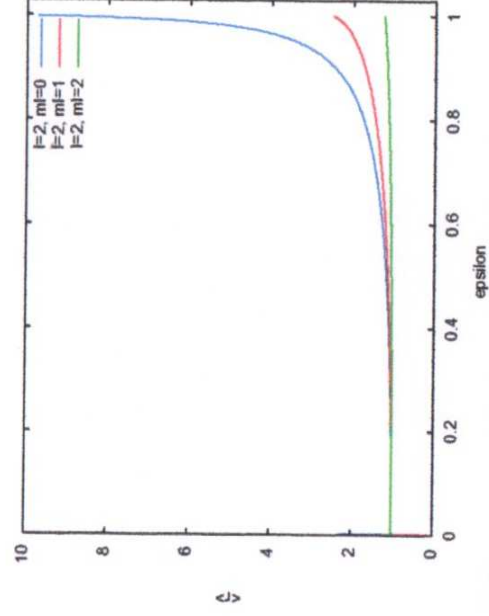


Figura 3: Valores esperados para r para algunas órbitas θ adicionales ($l = 2$).

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por sus publicaciones en la red y a Alex Hill y Robert Cheshire por las traducciones y las grabaciones.

Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, "Principles of ECE Theory" (libre acceso en el portal www.aias.us y en formato de libro).
- [2] M. W. Evans, Ed., "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity" (Cambridge International Science Publishing, www.cisp-publishing.com, CISP 2012).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (libre acceso en el portal www.aias.us y en CISP).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis Academic, 2005 a 2011 y de libre acceso en el portal www.aias.us).
- [5] L. Felker, "The Evans Equations of Unified Field Theory" (Abramis 2007 y de libre acceso en el portal www.aias.us, traducido al castellano por Alex Hill en el portal www.aias.us).
- [6] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, documentos y plenarios en la Academia de Ciencias de Serbia y en publicaciones periódicas.
- [7] M. W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field" (World Scientific, 2001).
- [8] M. W. Evans y S. Kielich, "Modern Nonlinear Optics" (Wiley Interscience, 1992, 1993, 1997, 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [9] M. W. Evans y J.-P. Vigié, "The Enigmatic Photon" (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 2002) en cinco volúmenes con encuadernación dura y blanda.
- [10] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagnetron in Quantum Field Theory" (World Scientific 1994).
- [11] J. B. Marion y S. T. Thornton, "Classical Dynamics" (Harcourt, Nueva York, 1988, Tercera edición).
- [12] E. J. Milewski, Ed., "Vector Analysis Problem Solver" (Research and Education Association, Nueva York, 1994).