Reducción de la Teoría ECE del Electromagnetismo a la Teoría de Maxwell-Heaviside.

Douglas W. Lindstrom,

Horst Eckardt

Alpha Institute for Advanced Study (AIAS)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se demuestra aquí que, para un solo grado de polarización, la teoría ECE del electromagnetismo se reduce a la teoría de Maxwell-Heaviside y que solamente existe una reducción posible a esta forma. Se introduce una condición general gauge que combina las relaciones de antisimetría de la teoría ECE y que ofrece la posibilidad de soluciones con resonancia. También se muestra que la Restricción de Lindstrom desarrollada previamente no posee una naturaleza lo suficientemente general para su empleo en la mayoría de los cálculos electromagnéticos.

Palabras clave: teoría ECE, ecuaciones de Maxwell-Heaviside, electromagnetismo.

Fecha de publicación: 5/2/2010

1. Introducción

Es práctica común, y casi siempre se espera en el campo de la física, que cuando se desarrolla una nueva teoría que logra explicar observaciones que anteriormente habían tenido explicaciones pobres o inexistentes, que esta nueva teoría se reduzca de alguna manera a aquello que se había desarrollado previamente. Al asumir la torsión en la definición del espacio-tiempo, y utilizando la geometría de Cartan, resulta una nueva física, donde un componente de la misma constituye una nueva teoría del electromagnetismo, denominada la teoría ECE del electromagnetismo [1].

En el campo de la física, una nueva teoría debe de transformarse en la teoría existente en aquellos casos en los que se describen efectos conocidos los cuales no requieren de una nueva teoría. Por lo tanto, la parte electromagnética de la teoría ECE debe tornarse idéntica a la teoría de Maxwell-Heaviside cuando los efectos de la relatividad general no son importantes o pueden descartarse. En etapas tempranas de la teoría ECE, esto se logró al asumir como despreciables los valores de las conexiones de espín (que representan la curvatura y torsión del espacio-tiempo en la relatividad general). Resultó entonces de esta manera que las ecuaciones de campo de la teoría ECE se reducen directamente a las ecuaciones de Maxwell-Heaviside. Sin embargo, luego del descubrimiento de condiciones adicionales impuestas por la geometría de Cartan subyacente, denominadas las restricciones por antisimetría [2-4], este procedimiento sencillo conduce a una violación de estas condiciones. En consecuencia, los autores investigaron todas las formas posibles de transición y descubrieron que solamente un método resulta consistente con las restricciones por antisimetría. Se ha encontrado un nuevo enfoque profundo de la naturaleza de los principios de los efectos relativistas. En el capítulo 2 los autores describen la transición correcta, mientras que en el capítulo 3 se analizan los resultados.

La definición de la intensidad eléctrica en la teoría ECE para una sola polarización es [2, 3]

$$\underline{E} = -\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \omega_0 \underline{A} + \underline{\omega}\phi . \tag{1}$$

Como resultado de antisimetrías fundamentales en la geometría de Cartan, se introduce una nueva ecuación que restringe la definición de ***E*** en la Ec.(1). Esta ecuación de antisimetría eléctrica es [4]

$$\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \underline{\nabla}\phi + \omega_0 \underline{A} + \underline{\omega}\phi = 0 . \tag{2}$$

La definición para ***B*** de la teoría ECE es [1]

$$\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{A} - \underline{\omega} \times \underline{A} \tag{3}$$

y correspondientemente, la ecuación de antisimetría magnética es [4]

$$\frac{\partial A_k}{\partial x_j} + \frac{\partial A_j}{\partial x_k} + \omega_j A_k + \omega_k A_j = 0 , \tag{4}$$

donde no se implica la convención de Einstein de suma sobre índices repetidos. La convención de Einstein no se utilizará en este documento a menos de que así quede expresado. ***E*** es la densidad eléctrica, ***B*** es la inducción magnética, ***A*** es el potencial vectorial magnético, ϕ es el potencial eléctrico escalar, $\boldsymbol{\omega}$ es la conexión de espín vectorial, y $o\omega$ es la conexión de espín escalar. Se supondrá en este análisis que el medio activo es un vacío, a fin de evitar las complicaciones que se introducirían al utilizar un medio más complejo. Las Ecs. (1) a (4) definen las relaciones fundamentales de la teoría electromagnética de la teoría ECE en forma vectorial, para una sola polarización.

2. Reducción de la Teoría ECE del EM a aquella de Maxwell-Heaviside

Para que la Ec. (1) se reduzca a la definición de Maxwell-Heaviside

$$\underline{E} = -\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} .$$

debe de suceder una de cuatro posibles situaciones;

- $-\omega_0 \underline{A} + \underline{\omega}\phi = 0$ ó (5)
- $-\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} = -\omega_0 \underline{A} + \underline{\omega}\phi$ ó (6)
- $\omega_0 = 0$ y $\underline{\omega} = 0$ ó (7)
- $\omega_0 \underline{A} = \underline{\nabla}\phi$ y $\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} = -\underline{\omega}\phi$ (8)

Para que la Ec. (3) sea compatible con la definición de Maxwell-Heaviside

$$\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{A} \tag{9}$$

debe de suceder una de tres situaciones;

- $\underline{\omega} = 0$ ó $\quad (9)$

- $\underline{\nabla} \times \underline{A} = -\underline{\omega} \times \underline{A}$ ó $\quad (10)$

- $\underline{\omega} \times \underline{A} = 0$ $\quad (11)$

Estas opciones se resumen en la siguiente tabla. La ecuación de antisimetría eléctrica (2) se ha aplicado al cálculo de ***E*** y ***B***. No existe requerimiento para que los potenciales vectorial y escalar sean idénticos en ambas teorías; deberán ser consistentes a todo lo largo cuando se pase de la representación de la teoría ECE a la representación de Maxwell-Heaviside.

Tal como puede apreciarse en la Tabla 1, la opción 1 y sus variaciones constituye una posible opción para la reducción de la teoría ECE a la teoría de Maxwell-Heaviside, y de hecho es la única opción.

La opción (2) no es válida debido a un factor conflictivo en la definición de ***B***.

La opción (3) no es válida debido a que la definición de ***E*** resulta incorrecta para la teoría de Maxwell-Heaviside.

La opción (4) no es válida por la misma razón que la opción (2).

La opción (5) no es válida debido a que la definición de ***E*** es incorrecta para Maxwell-Heaviside.

La opción (6) no es válida, ya que se trata de la Restricción de Lindstrom [3], la cual se demuestra como demasiado restrictiva para la teoría general de Maxwell-Heaviside (véase el Apéndice). Además, las conexiones de espín aun aparecen en ***E***.

La opción (7) no es válida porque las conexiones de espín aun aparecen en ***E***. Un examen de la opción 1, la única opción viable, tiene que, como resultado de $\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{A} = 0$, la Ec. (4) para esta opción se transforma en una nueva restricción, dada por

$$\frac{\partial A_k}{\partial x_j} + \frac{\partial A_j}{\partial x_k} + 2\omega_j A_k = \frac{\partial A_k}{\partial x_j} + \frac{\partial A_j}{\partial x_k} + \frac{2\omega_0}{\phi} A_j A_k = 0. \quad (12)$$

Tabla 1 Opciones para reducir la teoría ECE electromagnética a aquella de Maxwell-Heaviside

Opción		E	$\omega_0 A$	$\omega\phi$	B	$\omega \times A$
1	$\omega_0 \underline{A} = \underline{\omega}\phi$	$-\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$	$\frac{1}{2}\left(-\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \underline{\nabla}\phi\right)$	$\frac{1}{2}\left(-\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \underline{\nabla}\phi\right)$	$\underline{\nabla} \times \underline{A}$	0
2	$-\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} = -\omega_0 \underline{A} + \underline{\omega}\phi$	$2\left(-\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \omega_0 \underline{A}\right)$	$\frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$	–	$\underline{\nabla} \times \underline{A}^*$	$-\frac{1}{\phi}\left(\underline{\nabla}\phi + \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}\right) \times \underline{A}$
3	$\omega_0 = 0$ $\underline{\omega} = 0$	$-2\frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$	0	0	$\underline{\nabla} \times \underline{A}$	0
4	$\omega_0 \underline{A} = \underline{\nabla}\phi$ $\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} = -\underline{\omega}\phi$	$2\left(-\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}\right)$	$\underline{\nabla}\phi$	$-\frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$	$\underline{\nabla} \times \underline{A}^*$	$-\frac{1}{\phi}\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \times \underline{A}$
5	$\underline{\omega} = 0$	$-2\underline{\nabla}\phi$	$-\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \underline{\nabla}\phi$	0	$\underline{\nabla} \times \underline{A}$	0
6	$\underline{\nabla} \times \underline{A} = -\underline{\omega} \times \underline{A}$	$-\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \omega_0 \underline{A} + \underline{\omega}\phi$	–	–	$2\underline{\nabla} \times \underline{A}$	$-\nabla \times \underline{A}$
7	$\underline{\omega} \times \underline{A} = 0$	$-\underline{\nabla}\phi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \omega_0 \underline{A} + \underline{\omega}\phi$	–	–	$\underline{\nabla} \times \underline{A}$	0

* para funciones armónicas $\frac{1}{\phi}\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \times \underline{A}$ es típicamente igual a cero.

Notamos que

$$\underline{\omega}\phi \Rightarrow \omega_0 \underline{A} = \frac{1}{2}\left(-\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \underline{\nabla}\phi\right). \tag{13}$$

Dada la Ec. (13), $\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{A} = 0$, significa que

$$\underline{\nabla}\phi \times \underline{A} - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \times \underline{A} = 0. \tag{14}$$

Para funciones que pueden representarse como funciones armónicas,

$$\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} \times \underline{A} = 0,$$

de manera que $\nabla\phi$ es paralelo a $\boldsymbol{A}$. Nótese que $\boldsymbol{\omega}$ también es paralelo a $\boldsymbol{A}$.

La Ec. (12) deviene, por sustitución de la Ec. (13)

$$\frac{\partial A_k}{\partial x_j} + \frac{\partial A_j}{\partial x_k} + \frac{1}{\phi}\left(-\frac{\partial A_j}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x_j}\right) A_k = 0, \tag{15}$$

o al reordenarse para eliminar la singularidad en ϕ,

$$\left(\frac{\partial A_k}{\partial x_j} + \frac{\partial A_j}{\partial x_k}\right)\phi + \left(-\frac{\partial A_j}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x_j}\right) A_k = 0. \tag{16}$$

Esta ecuación, el equivalente de ambas ecuaciones de antisimetría, puede expresarse en notación vectorial como

$$\left(\underline{\nabla}\underline{A} + (\underline{\nabla}\underline{A})^T\right)\phi = \left(\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} - \underline{\nabla}\phi\right) \otimes \underline{A} \tag{17}$$

donde $\otimes$ es el símbolo del producto exterior (multiplicación de matrices), y

$$\underline{\nabla}\,\underline{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_1}{\partial x_1} & \frac{\partial A_2}{\partial x_1} & \frac{\partial A_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial A_1}{\partial x_2} & \frac{\partial A_2}{\partial x_2} & \frac{\partial A_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial A_1}{\partial x_3} & \frac{\partial A_2}{\partial x_3} & \frac{\partial A_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}.$$

El supraíndice ^{T} se refiere a la transpuesta de la matriz. Debido a que los índices j, k forman parte de la permutación de (1, 2, 3), solamente deberán de considerarse tres elementos matriciales fuera de la diagonal de (17) deberán considerarse.

Si definimos, lo cual podemos hacer ya que los términos de la conexión de espín no aparecen en esta reducción de la teoría ECE, de la siguiente manera

$$\underline{\nabla}\,\underline{\omega} = \underline{\nabla}\,\underline{A} + \left(\underline{\nabla}\,\underline{A}\right)^T. \tag{18}$$

la Ec. (12), que es la ecuación de antisimetría magnética, deviene

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} + 2\omega_i A_j = 0, \tag{19}$$

que es equivalente a la Ec. (15). Dado que $\boldsymbol{\omega}$ no está especificada en esta teoría, esta ecuación no limita a $\boldsymbol{A}$ en forma alguna. De esta manera la ecuación de antisimetría magnética no se viola en esta teoría restringida.

Notamos que, a partir de la definición de la opción (1), aquella con la Ec. (2), la ecuación de antisimetría eléctrica deviene

$$\underline{\nabla}\cdot\left(\omega_0 \underline{A}\right) = \underline{\nabla}\cdot\left(\underline{\omega}\,\phi\right) = \frac{1}{2}\underline{\nabla}\cdot\left(-\frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \underline{\nabla}\phi\right) = \frac{1}{2}\left(-\frac{\partial \underline{\nabla}\cdot\underline{A}}{\partial t} + \nabla^2\phi\right). \tag{20}$$

Para una onda homogénea en ϕ:

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\phi = 0. \tag{21}$$

Suponiendo una derivada de los términos de la conexión de espín que desaparecen en la Ec. (20),

$$\underline{\nabla} \cdot \left(\omega_0 \underline{A} \right) = \underline{\nabla} \cdot \left(\underline{\omega} \phi \right) = 0. \tag{22}$$

Obtenemos mediante la Ec. (21) e integrando respecto del tiempo:

$$-\underline{\nabla} \cdot \underline{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0. \tag{23}$$

Esta ecuación es muy similar a la Condición de Lorenz, utilizada como gauge en la teoría de Maxwell-Heaviside. La diferencia es el signo del término de la divergencia. Si asumimos la condición original de Lorenz

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \tag{24}$$

como válida en lugar de la Ec. (23), obtenemos por integración respecto del tiempo y sumando el término $\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{A}$ a ambos lados de la Ec. (20):

$$\int \underline{\nabla} \cdot \left(\omega_0 \underline{A} \right) dt = \int \underline{\nabla} \cdot \left(\underline{\omega} \phi \right) dt = -\underline{\nabla} \cdot A \tag{25}$$

o en forma diferencial:

$$\underline{\nabla} \cdot \left(\omega_0 \underline{A} \right) = \underline{\nabla} \cdot \left(\underline{\omega} \phi \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \underline{\nabla} \cdot \underline{A} \tag{26}$$

Ambas Ecs. (23) y (24) satisfacen tanto la ecuación de antisimetría eléctrica como magnética, en tanto las suposiciones adicionales para los términos de conexión de espín (22) y (26) resulten válidos.

3. Conclusiones.

Hemos así demostrado que si suponemos

$$\omega_0 \underline{A} = \underline{\omega} \phi$$

En la teoría ECE del electromagnetismo, esta teoría entonces se reduce a la teoría de Maxwell- Heaviside. De paso hemos notado que la Restricción de Lindstrom, la cual es una forma limitada de la ecuación de antisimetría magnética, genera una solución equivalente, para el vector magnético, al vacío de la teoría ECE. Esto no resulta lo suficientemente general para la mayoría de las aplicaciones electromagnéticas.

Notamos que si asumimos la opción 1 como ésta se expresa en la Ec. (13) entonces la Ec. (16) deviene una condición gauge. Es la condición gauge más general compatible con la teoría ECE[1] cuando se reduce al límite clásico. A partir de la Ec. (16), por ejemplo podemos ver que es posible cierto tipo de "resonancia": si el potencial eléctrico ϕ es próximo a cero, las derivadas del potencial vectorial $\boldsymbol{A}$ puede asumir valores enormes y viceversa. Esto significa que un dispositivo eléctrico impulsado por señales de pulsos magnéticos o eléctricos podría mostrar efectos anómalos.

Otro resultado más primario es que, al igualar ambos tipos de conexiones de espín en la opción 1, no asumimos que ambas conexiones desaparecen. Esto significa que efectos de relatividad general siempre están presentes, aun si no conducen a efectos medibles. Esto resulta diferente al punto de vista convencional que uno solamente debe "conectar" los efectos de relatividad cuando aparezcan discrepancias entre los resultados experimentales y la teoría relativista. Otro ejemplo de esto en la física clásica es la dinámica de fluidos. Se ha demostrado recientemente [6] que un campo de velocidad se describe en forma general mediante geometría de Cartan, y donde las conexiones de espín son equivalentes a los efectos de turbulencia del fluido. Nadie había asignado previamente estos efectos a la relatividad general.

[1] Debiera de tomarse nota de que, en la teoría ECE, no hay gauge porque todos los potenciales se definen como valores absolutos.

Referencias bibliográficas.

1. M. W. Evans, Generally Covariant Unified Field Theory (Abramis, 2005 en adelante), en siete volúmenes a la fecha.
2. M.W.Evans, H. Eckardt y D.W.Lindstrom, Antisymmetry constraints in the Engineering model, www.aias.us , documento 133.
3. H. Eckardt, ECE Engineering Model, conjunto de diapositivas versión 3.0, de libre acceso en el portal www.aias.us , 2009.
4. M. W. Evans, D. W. Lindstrom y H. Eckardt, The Antisymmetry Law of Cartan Geometry: Applications to Electromagnetism and Gravitation, www.aias.us , documento 134.
5. H. Eckardt y D. W. Lindstrom, Solution of the ECE Vacuum Equations, de libre acceso en el portal www.aias.us , 2009.
6. M. W. Evans, Development of fundamental dynamics from differential geometry, de libre acceso en el portal www.aias.us , documento 143.