

# Órbitas elípticas con precesión mediante relatividad restringida de la Teoría ECE2, Teoría y Cálculos.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,  
Civil List, AIAS y UPITEC

([www.webarchive.org.uk](http://www.webarchive.org.uk), [www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), [www.atomicprecision.com](http://www.atomicprecision.com),  
[www.et3m.net](http://www.et3m.net))

Traducción: Alex Hill ([www.et3m.net](http://www.et3m.net))

## Resumen

Se confirma la existencia de órbitas elípticas con precesión a partir de relatividad restringida mediante métodos numéricos y teóricos para hallar la verdadera órbita utilizando ecuaciones de relatividad restringida basadas en la covariancia según Lorentz de la teoría ECE2. La verdadera órbita se obtiene mediante una solución numérica, utilizando el lagrangiano y el hamiltoniano de la relatividad restringida. Los resultados se analizan gráficamente en varias formas. Los métodos analíticos se basan en el hamiltoniano, el lagrangiano y en el elemento lineal infinitesimal de la relatividad restringida. El problema analítico resulta en general intratable, pero la solución numérica demuestra claramente la presencia de precesión.

*Palabras clave:* teoría ECE2, precesión del perihelio con relatividad restringida según la teoría ECE2.

## 1. Introducción.

En documentos recientes de esta serie de más de quinientos documentos y libros acerca de las teorías ECE y ECE2 en los idiomas inglés y castellano [1-12], se ha desarrollado la teoría ECE2 a partir de la identidad de Jacobi Cartan Evans (JCE) obtenida en el documento UFT 313. La teoría ECE2 es más sencilla que la teoría ECE, y hace uso tanto de la torsión distinta de cero como de la curvatura distinta de cero. A partir del documento UFT324, la covariancia según Lorentz de la relatividad restringida de la teoría ECE2 se ha utilizado para demostrar que la precesión de una órbita plana puede describirse mediante relatividad restringida. Se han dado también varias refutaciones adicionales de la teoría general einsteiniana, en especial en el documento UFT327, de manera que la teoría de Einstein resulta ampliamente obsoleta. En las teorías ECE y ECE2 se han encontrado nuevas explicaciones para las afirmaciones de la relatividad general einsteiniana (RGE), en especial la precesión del perihelio, que constituye el tema central de este documento.

Este documento debiera de leerse junto con sus Notas de Acompañamiento, publicadas junto con el documento UFT328 en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). En la Nota 328(1) se desarrolla un método analítico general basado en la órbita general con precesión. En la Nota 328(2) se realiza una investigación inicial acerca de un concepto clave de la relatividad restringida, la razón  $p/L$ , entre el momento lineal y el momento angular. En general, esta relación es relativista, y los resultados numéricos obtenidos en la Sección 3 de este documento demuestran que puede calcularse a partir del lagrangiano y el hamiltoniano de la relatividad restringida, para dar la verdadera órbita sin la intercesión de ninguna clase de hipótesis adicional o modelaje. La relación  $p/L$  ya ha sido investigada en varios documentos previos de la serie UFT durante años recientes, utilizando teorías del elemento lineal infinitesimal. La relatividad restringida de la teoría ECE2 resulta ser la preferida entre todas estas teorías, por su mayor simplicidad. En la Nota 328(3) se muestra cómo la órbita se relaciona con la razón  $p/L$ , de manera que si ésta última puede calcularse, también puede calcularse la órbita. En la Nota 328(4) se utiliza una sencilla aproximación analítica para desarrollar la teoría orbital ECE2, y en la Nota 328(5) se desarrolla un método hamiltoniano.

Estas Notas se resumen brevemente en la Sección 2 de este documento, y las mismas debieran de leerse junto con la Sección 2. En la Sección 3 se incluyen varios resultados gráficos, los cuales muestran que la órbita de la relatividad restringida según la teoría ECE es una elipse con precesión.

## 2. Resumen de métodos analíticos y computacionales.

Consideremos el lagrangiano y el hamiltoniano de la relatividad restringida, respectivamente:

$$\mathcal{L} = -\frac{mc^2}{\gamma} - U \quad (1)$$

y

$$H = \gamma mc^2 + U \quad (2)$$

Aquí,  $\gamma$  es el factor de Lorentz:

$$\gamma = \frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (3)$$

definido directamente a partir del elemento lineal infinitesimal de la relatividad restringida [1-12]:

$$c^2 d\tau^2 = (c^2 - v_0^2) dt^2. \quad (4)$$

En estas ecuaciones, el potencial gravitacional es:

$$U = -\frac{mMG}{r} \quad (5)$$

donde una masa  $m$  gira en órbita alrededor de una masa  $M$ , separada de la misma por una distancia  $r$ . Se considera que la órbita es plana y se describe mediante coordenadas polares planas  $(r, \theta)$ . En el elemento lineal infinitesimal,  $\tau$  es el tiempo propio en un marco de referencia que se mueve junto con  $m$ , y  $t$  es el tiempo en el marco de referencia de un observador, con respecto al cual la masa  $m$  se mueve con una velocidad  $v_0$ . Esta última es la velocidad clásica definida por:

$$v_0^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2. \quad (6)$$

Tal como se ha demostrado en los documentos UFT324 y UFT325, el análisis lagrangiano conduce a:

$$\ddot{r} = \frac{(-\gamma^2 v^2 + \gamma^2 \dot{r}^2 - c^2)MG + r(\gamma^3 \dot{\theta}^4 + \gamma c^2 \dot{\theta}^2) + r\dot{r}^2(-\gamma^3 \dot{\theta}^2 - \gamma c^2)}{r^2(\gamma^3 v^2 + \gamma c^2)} \quad (7)$$

y:

$$\ddot{\theta} = \frac{\gamma \dot{r} \dot{\theta} MG + r \dot{r} \dot{\theta} (-2\gamma^2 v^2 - 2c^2)}{r^2(\gamma^2 v^2 + c^2)} \quad (8)$$

En el límite clásico, estas ecuaciones se reducen a la ecuación de Leibnitz:

$$\ddot{r} = r\dot{\theta}^2 - \frac{MG}{r^2} \quad (9)$$

y

$$\ddot{\phi} = -\frac{2\dot{r}\dot{\theta}}{r} \quad (10)$$

Con el objeto de deducir la órbita relativista, debe de calcularse la razón  $p/L$ , y esto puede hacerse utilizando:

$$\dot{r} = \int \ddot{r} dt \quad (11)$$

y

$$\dot{\theta} = \int \ddot{\theta} dt \quad (12)$$

lo cual produce varios resultados que se han representado gráficamente en la Sección 3.

La velocidad relativista  $\underline{v}$  se define mediante

$$\underline{v} = \gamma \underline{v}_0, \quad (13)$$

y el momento relativista es:

$$\underline{p} = m\underline{v} = \gamma m \underline{v}_0 \quad (14)$$

El momento angular relativista se define a partir del análisis lagrangiano mediante:

$$L = \gamma m r^2 \dot{\theta} \quad (15)$$

y es una constante de movimiento. La otra constante de movimiento es el hamiltoniano relativista (2).

El momento relativista no es una constante de movimiento, y en términos de tiempo propio se define mediante:

$$p^2 = m^2 \left( \left( \frac{dr}{d\tau} \right)^2 + r^2 \left( \frac{d\theta}{d\tau} \right)^2 \right) \quad (16)$$

La ecuación relativista de Leibnitz para órbitas es:

$$F(r) = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{d}{dt}(\gamma m \dot{r}) - \gamma m r \dot{\theta}^2 \quad (17)$$

la cual debe de resolverse mediante:

$$L = \gamma m r^2 \dot{\theta} = \text{constante.} \quad (18)$$

A partir del elemento lineal infinitesimal de la relatividad restringida, la Ec. (4), se encuentra que:

$$\left(\frac{p}{L}\right)^2 = \frac{1}{r^4} \left( \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2 + r^2 \right) \quad (19)$$

donde  $p/L$  es la razón relativista. Se demuestra gráficamente en la Sección 3 y la razón relativista no es la misma que la razón clásica  $p_0/L_0$ , y la razón relativista debe de calcularse a partir de las Ecs. (7) y (8) las cuales se originan en el lagrangiano (1).

El hamiltoniano (2) de la relatividad restringida puede expresarse como:

$$H = \left( p^2 c^2 + m^2 c^4 \right)^{1/2} + U \quad (20)$$

utilizando

$$E^2 = \gamma^2 m^2 c^4 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (21)$$

En esta expresión,  $p$  es el momento relativista, de manera que:

$$E = \gamma m c^2, \quad \underline{p} = \gamma m \underline{v}_0 \quad (22)$$

A partir de la Ec. (20):

$$H_0 = H - m c^2 = \frac{p^2 c^2}{E + m c^2} + U \quad (23)$$

de manera que:

$$H_0 \rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 + U \quad (24)$$

En el límite:

$$v_0 \ll c. \quad (25)$$

la Ec. (20) se reduce al hamiltoniano clásico:

$$H_0 = H - mc^2 = \frac{p_0^2}{2m} + U \quad (26)$$

Por lo tanto, la transición desde la dinámica clásica a la relatividad restringida puede describirse de la siguiente manera:

$$p_0^2 \rightarrow 2 \left( \frac{E^2}{mc^2(E+mc^2)} \right) p_0^2. \quad (27)$$

La energía cinética clásica se transforma de la siguiente manera:

$$T = \frac{p_0^2}{2m} \rightarrow \left( \frac{E^2}{mc^2(E+mc^2)} \right) \frac{p_0^2}{m} \quad (28)$$

y el hamiltoniano clásico se transforma como:

$$H_0 \rightarrow \left( \frac{E^2}{mc^2(E+mc^2)} \right) \frac{p_0^2}{m} + U \quad (29)$$

En general, las ecuaciones de Hamilton y de Euler Lagrange pueden aplicarse al problema y, en general,  $E$  depende del factor de Lorentz definido a partir de la métrica (4) como:

$$\gamma = \frac{dt}{d\tau} = \left( 1 - \frac{v_0^2}{c^2} \right)^{-1/2} \quad (30)$$

En la aproximación de Dirac, se supone que:

$$E \sim mc^2, \quad U \ll mc^2 \quad (31)$$

y así, se aproxima el valor de  $E$  mediante la energía en reposo:

$$E \sim E_0 = mc^2. \quad (32)$$

Esto constituye una aproximación grosera, que se ha aceptado porque funciona. Los resultados exactos se incluyen en la Sección 3 a partir del método. Éstos pueden aplicarse no

sólo a órbitas con precesión sino también a los átomos de Dirac y Sommerfeld, lo cual será el tema principal del documento UFT329.

Tal como puede verse a partir de la Sección 3, el factor gamma de Lorentz se define directamente a partir del elemento lineal infinitesimal en términos de la velocidad clásica:

$$v_0^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2 \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2. \quad (33)$$

Sin embargo, las gráficas muestran claramente que la razón relativista  $p/L$  no es igual a la razón clásica  $p_0/L_0$ . Estas consideraciones se desarrollaron más a fondo en las notas de acompañamiento. La verdadera órbita es la obtenida a partir de las Ecs. (7) y (8). La verdadera órbita puede compararse con modelos tales como la teoría  $x$ :

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(\chi\theta)} \quad (34)$$

y a un modelo de la órbita general de precesión:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(\theta_i(\theta))} \quad (35)$$

y pueden obtenerse varias aproximaciones analíticas a la órbita numérica, tal como se describe en detalle en las notas de acompañamiento para el documento UFT328, publicadas en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us).

### 3. Análisis numérico

El lagrangiano de la relatividad restringida es

$$\mathcal{L} = -\frac{mc^2}{\gamma} - U \quad (36)$$

con una energía potencial

$$U = -\frac{mMG}{r} \quad (37)$$

Las ecuaciones de Lagrange resultantes son las Ecs.(7-8) de este documento, las cuales se obtuvieron en el documento UFT 325.

La derivada orbital viene dada por (estableciendo  $\theta = \omega$ ):

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{dr}{dz} \frac{dz}{d\theta} = \frac{dr}{dt} \frac{dt}{d\theta} = \frac{\dot{r}}{\omega} \quad (38)$$

Se obtiene para la relación relativista de  $p/L$ :

$$\frac{p}{L} = \frac{\gamma m v_0}{\gamma m r^2 \omega} = \frac{v_0}{\omega r^2} \quad (39)$$

con las ecuaciones constituyentes

$$v_0 = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \omega^2} \quad (40)$$

$$v = \gamma v_0 \quad (41)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \quad (42)$$

Los resultados numéricos se comparan con los correspondientes resultados del lagrangiano newtoniano no relativista

$$\mathcal{L}_N = \frac{1}{2} m v_0^2 - U \quad (43)$$

Los cálculos relativistas y no relativistas comenzaron en  $\theta = 0$  con el mismo radio y la misma velocidad angular inicial. Por lo tanto, los momentos angulares no eran los mismos en el punto

inicial. Sin embargo, no resulta posible utilizar el  $L_0$  no relativista en la ecuación relativista, ya que allí ésta no es una constante de movimiento. A partir de la Fig. 1 (órbitas) puede observarse que la órbita relativista es significativamente mayor para condiciones iniciales idénticas. Esto constituye una sugerencia de que no tiene sentido el empleo de una ecuación para la órbita no relativista en un contexto relativista. La derivada orbital  $dr/d\theta$  se representa gráficamente en la Fig. 2. Dado que la derivada asume ambos signos, hay dos curvas elípticas sobrepuestas en la representación polar (los valores negativos se representan mediante un cambio angular de  $\pi$ ).

La gráfica de  $\dot{r}$  (Fig. 3) es un círculo en el caso no relativista, el cual se recorre dos veces debido a la simetría con el cambio de signo para una elipse completa. En el caso relativista, la precesión conduce a una partición del círculo que puede observarse bien en la figura. La velocidad angular (Fig. 4) permanece positiva y muestra comportamiento de precesión relativista, como lo hacen casi todas las otras curvas.

La Fig. 5 muestra  $\gamma(\theta)$ , que varía solamente entre 1.00 y 1.03 para esta órbita en particular, aun cuando la precesión orbital (graficada en la Fig. 1) resulta significativa. La relación  $v/c$  (Fig. 6) se ve dominada por el componente de velocidad angular de  $v$  y, por lo tanto, se asemeja a  $\omega$  (Fig. 4). La relación  $p/L$  (Fig. 7) también posee un aspecto muy similar debido a su dependencia respecto de  $v$ . Siempre se observa un codo en las curvas en el afelio. Las diferencias entre los resultados newtonianos y relativistas para el momento lineal, momento angular y fuerza ya se han mostrado en el documento UFT 325. Posee cierto interés inspeccionar la dependencia angular de las órbitas descritas por las Ecs. (34) y (35). El primer problema es encontrar un método significativo de comparación entre los casos newtoniano y relativista, ya que los radios máximos (así como la dependencia efectiva respecto de  $\varepsilon$  y del tiempo) son diferentes. Por lo tanto, se utilizaron las derivadas orbitales

$$\frac{dr_1}{d\theta} = \frac{\dot{r}_1}{\omega_1} \quad (44)$$

y

$$\frac{dr_2}{d\theta} = \frac{\dot{r}_2}{\omega_2} \quad (45)$$

para el caso newtoniano ( $r_1$ ) y el relativista ( $r_2$ ). Ambas curvas cruzan la línea de cero en el perihelio y el afelio, y han sido normalizadas de manera que parezcan idénticas excepto por su dependencia respecto del ángulo  $\theta$ , ver la Fig. 8. La diferencia horizontal entre ambas, para un dado valor de ordenada, constituye una medida de la progresión de la precesión angular, ver la Fig. 8. La diferencia

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \quad \text{para} \quad \frac{dr_1}{d\theta_1} = \frac{dr_2}{d\theta_2} \quad (46)$$

también se ha representado en la Fig. 8. Puede observarse que no hay un crecimiento lineal de  $\Delta\theta$ , como se asumió en la teoría  $x$  (Ec. (34)). Ya en el primer recorrido de la órbita ( $0 - 2\pi$ ) la diferencia se torna incluso negativa justo antes de aproximarse a  $2\pi$ . Esto constituye el cálculo de precesión más realista que hemos efectuado en todos los documentos hasta la fecha.

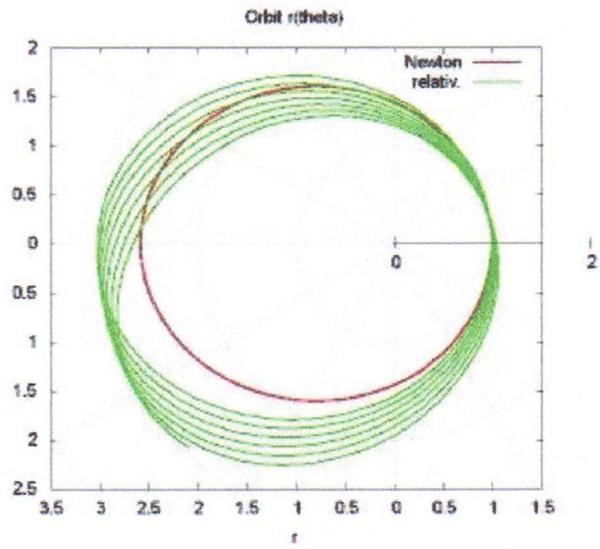


Figura 1: Órbita  $r(\theta)$

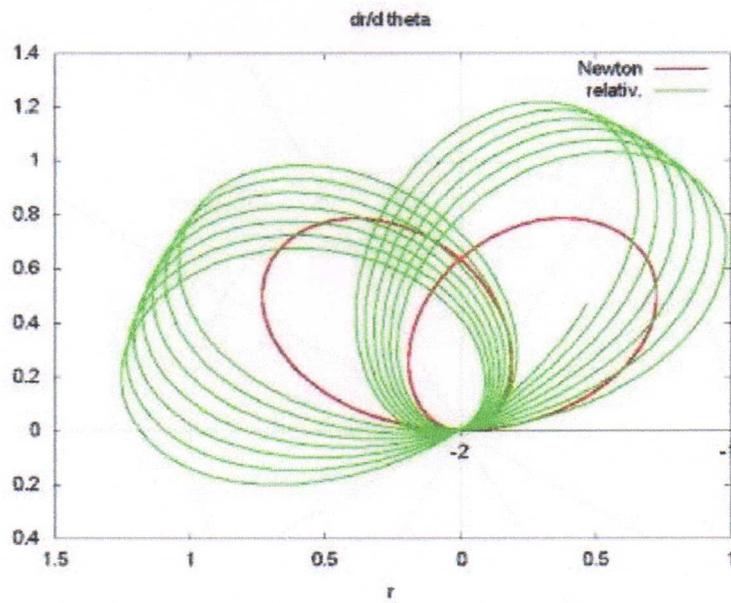


Figura 2: Derivada de la órbita,  $dr/d\theta$ .

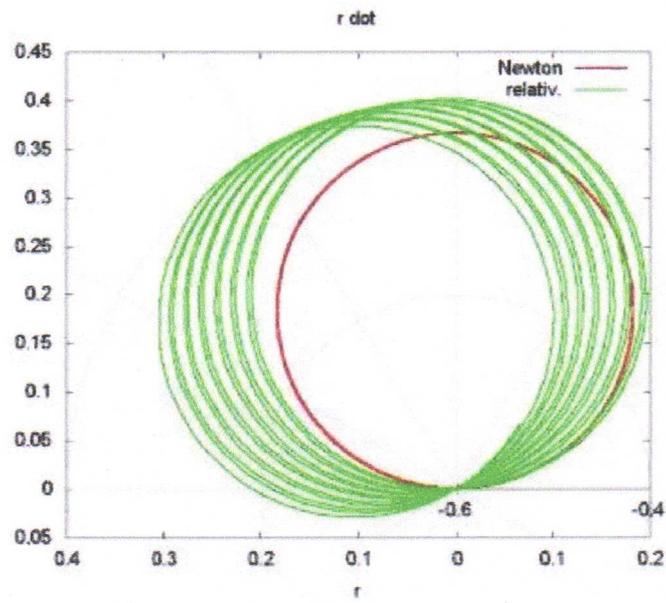


Figura 3: Derivada del radio,  $\dot{r}$ .

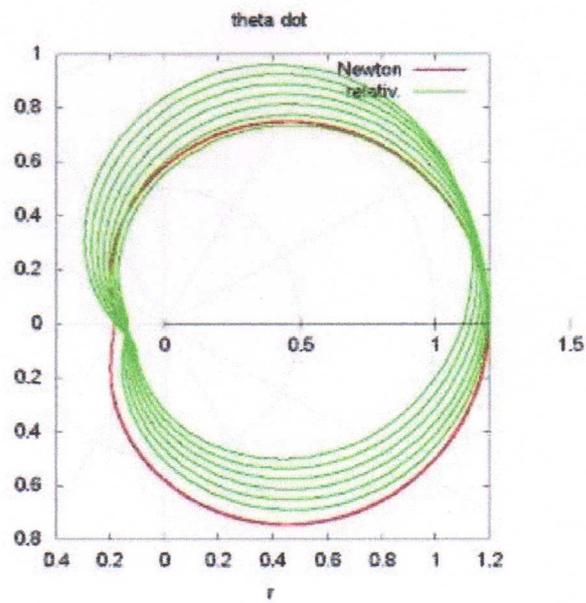


Figura 4: Velocidad angular  $\dot{\theta} = \omega$ .

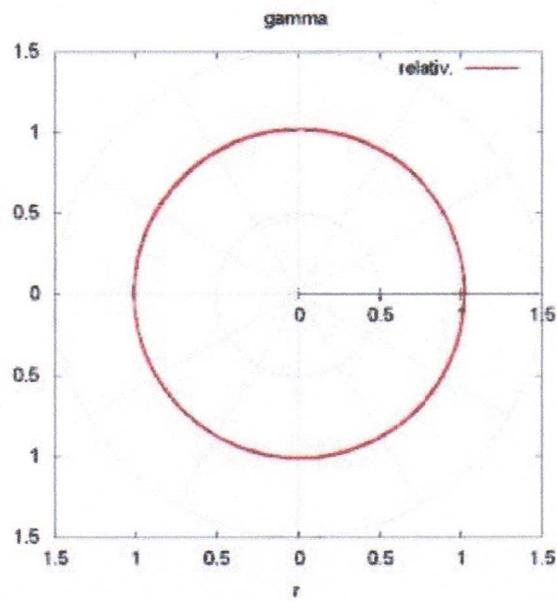


Figura 5: Factor  $\gamma$  relativista.

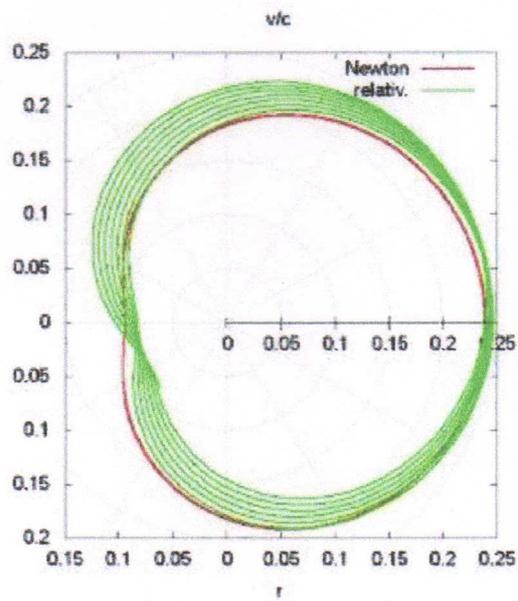


Figura 6: Relación  $v/c$ .

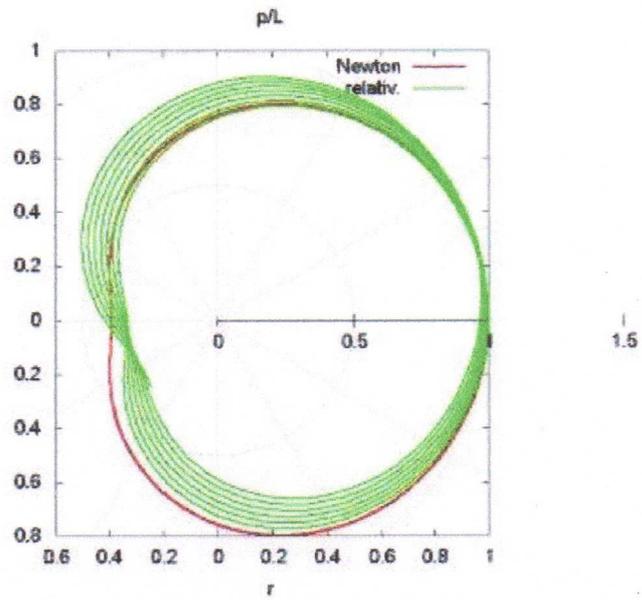


Figura 7: Relación  $p/L$ .

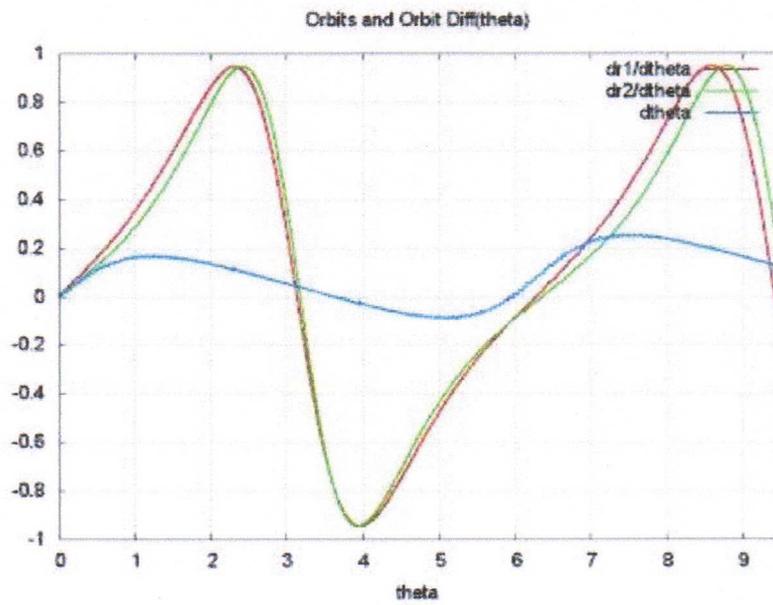


Figura 8: Valor normalizado de  $dr/d\theta$  para cálculo newtoniano y relativista, y diferencia  $\Delta\theta(\theta)$ .

## Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia, y al equipo técnico de AIAS por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh por el mantenimiento al portal, por las publicaciones en línea y por la programación de retroalimentación, a Alex Hill por las traducciones y lecturas en idioma castellano y a Robert Cheshire por las lecturas en idioma inglés.

## Referencias bibliográficas.

- [1] M . W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Principles of ECE Theory” (UFT281 - UFT288 y en preparación, New Generation, Londres).
- [2] M .W. Evans, “Collected Scientometrics” (UFT307 en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). y New Generation, Londres).
- [3] M .W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (UFT310 y Cambridge International (CISP), 2010).
- [4] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (UFT302 y Abramis Academic 2007). Hay traducción al idioma castellano por Alex Hill de libre acceso en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) .
- [5] H. Eckardt, “The ECE and ECE2 Engineering Model” (UFT303).
- [6] M . W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 a 2011 y documentos UFT en el portal on [www.aias.us](http://www.aias.us) ) en siete volúmenes.
- [7] M .W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem., (CISP 2011 y de libre acceso en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [8] M . W. Evans, Ed., “Definitive Refutations of Einsteinian General Relativity” (CISP 2012 y de libre acceso en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) )
- [9] M .W. Evans y L. P. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the B(3) Field” (World Scientific, 2001, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us) ).
- [10] M .W. Evans and S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, 1992, 1993, 1997, 2001).
- [11] M .W. Evans y J.-P. Vigiér, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 - 2002, en diez volúmenes con encuadernación dura y blanda, y en libre acceso en la sección Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us))
- [12] M . W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagnetron in Quantum Field Theory” (World Scientific 1994).