

# Una Teoría General de Precesiones en Términos de la Geometría de Cartan.

por

M. W. Evans y H. Eckardt

([www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), [www.archive.org](http://www.archive.org), [www.webarchive.org.uk](http://www.webarchive.org.uk), [www.et3m.net](http://www.et3m.net), [www.atomicprecision.com](http://www.atomicprecision.com)).

Traducción. Alex Hill ([www.et3m.net](http://www.et3m.net))

## Resumen.

Se utilizan las ecuaciones de campo gravitacionales de la teoría ECE2 para desarrollar una teoría para cualquier precesión astronómica, en términos de la magnitud de la vorticidad. El resultado se expresa mediante la tétrada y la conexión de espín de la geometría de Cartan. La teoría puede aplicarse a cualquier clase de precesión, en especial la de Lense-Thirring, la geodética y la del perihelio, para mostrar una coincidencia exacta en cada caso en términos de la vorticidad del espacio matemático de las ecuaciones de campo, las cuales son covariantes según Lorentz en un espacio que presenta valores finitos de torsión y curvatura.

*Palabras clave:* teoría ECE2, ecuaciones de campo gravitacionales, precesión, vorticidad.

## 1. Introducción.

En documentos recientes de esta serie [1-12] se ha desarrollado la teoría de precesiones astronómicas en términos de las ecuaciones de campo gravitacionales de la teoría ECE2. Cualquier precesión observada en astronomía puede describirse en términos de gravitomagnetostática, y corresponde a la mitad de la magnitud del campo gravitomagnético. La precesión de Lense-Thirring se ha descrito en forma precisa mediante el empleo del momento angular de espín de un objeto que gravita, es decir del momento angular del objeto alrededor de su propio eje. Por ejemplo, la precesión de Lense-Thirring, medida experimentalmente por la sonda Gravity Probe B de la NASA, en órbita polar alrededor de la Tierra. La precesión geodética se ha descrito utilizando el momento angular orbital. Por ejemplo, la precesión geodética de la sonda Gravity Probe B se ha descrito en términos del momento angular orbital de la Tierra, tal como se aprecia a partir de un marco de referencia fijo ubicado en la sonda Gravity Probe B.

En este documento, estos conceptos se extienden a la precesión del perihelio, la cual se considera como un tipo de precesión geodética. Por ejemplo, la precesión del perihelio de la Tierra alrededor del Sol se desarrolla en términos del momento angular orbital del Sol tal como se aprecia desde la Tierra. En nuestra experiencia cotidiana, el Sol pareciera girar alrededor de la Tierra, y este movimiento genera un momento angular orbital. Se obtiene una buena coincidencia cuando se utilizan parámetros astronómicos observados experimentalmente, y siempre es posible obtener una coincidencia precisa para cualquier precesión si se utiliza un momento angular efectivo. Se calcula la precesión de Lense-Thirring para la Tierra alrededor del Sol, y se descubre que la misma es varios órdenes de magnitud más pequeña que la precesión del perihelio.

Se demuestra que cualquier precesión observada en astronomía puede describirse en términos de la magnitud de la vorticidad del espacio-tiempo, definiéndose la vorticidad en términos de la geometría de Cartan, utilizando una combinación de la tétrada y el vector de conexión de espín. Esta combinación aparece en las ecuaciones de campo gravitacionales de la teoría ECE2.

Este documento constituye una breve sinopsis de los cálculos detallados que se publican en las Notas de Acompañamiento del documento UFT346 en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). En las Notas 346(1) y 346(2) se calcula la precesión debido a una distribución localizada de una corriente de masa. La teoría constituye un paralelo exacto de la conocida teoría de la magnetostática en la aproximación dipolar. El momento dipolar gravitomagnético es igual a la mitad del momento angular. En consecuencia, cualquier precesión puede describirse en términos de un momento angular en una aproximación tal como la del dipolo. Empleando el conocido concepto de los principales ejes de momento de inercia, el momento angular siempre puede expresarse como el producto de un momento escalar de inercia y un vector de velocidad angular definido por el eje de rotación. La Nota 346(2) brinda ejemplos de cálculos de momentos de inercia. En la Nota 346(3), se calcula que la precesión de Lense-Thirring de la Tierra alrededor del Sol es:

$$\Omega = 7.201 \times 10^{-7} \text{ '' por año}$$

(1)

que es cinco órdenes de magnitud más pequeña que la precesión del perihelio de la Tierra alrededor del Sol:

$$\Omega = 0.05 \pm 0.012'' \text{ por año}$$

(2)

En la Nota 364(4) se calcula la precesión del perihelio de la Tierra a partir de las ecuaciones de campo gravitacional de la teoría ECE2, utilizando el momento angular orbital del Sol tal como se aprecia desde la Tierra, y empleando una órbita circular en la primera aproximación. Finalmente, la Nota 364(5) desarrolla una teoría precisa y general para todas las precesiones, en términos de la vorticidad del espacio-tiempo de la teoría ECE2. La vorticidad se define en términos de la geometría de Cartan.

La Sección 2 de este documento se basa en las Notas 346(4) y 346(5). La Sección 3 constituye un análisis numérico.

## 2. La Precesión en Términos del Momento Angular y la Vorticidad.

Tal como se demuestra en las Notas 346(1) a 346(3), y en documentos precedentes de esta serie [1-12], cualquier precesión puede describirse en la aproximación dipolar en términos del momento angular  $\underline{L}$ ,

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{G}{2c^2} \left| \nabla \times \left( \frac{\underline{L} \times \underline{r}}{r^3} \right) \right| \\ &= \frac{G}{2c^2 r^3} \left| 3 \frac{\underline{r}}{r} \left( \frac{\underline{r}}{r} \cdot \underline{L} \right) - \underline{L} \right|. \end{aligned} \quad (3)$$

Cuando se aplica esta ecuación a la precesión del perihelio de la Tierra,  $r$  es la distancia entre la Tierra y el Sol. Aquí,  $G$  es a constante de Newton y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. El Sol rota alrededor de un eje  $\underline{k}$ . El plano de la órbita de la Tierra está inclinado respecto del plano perpendicular a  $\underline{k}$  en un ángulo  $\theta$  de  $7.25^\circ$ . De manera que, como en la Nota 346(3):

$$\underline{r} = i X \cos \theta - \underline{k} X \sin \theta + Y \underline{j}. \quad (4)$$

La velocidad de precesión observada para el perihelio de la Tierra es:

$$\Omega = (0.05 \pm 0.012)'' \text{ por año} = 7.681 \times 10^{-15} \text{ rad s}^{-1} \quad (5)$$

Desde la Tierra, el Sol pareciera estar orbitando la Tierra con un momento angular:

$$\underline{L} = M r^2 \underline{\omega} \quad (6)$$

donde  $M$  es la masa del Sol, y donde  $\underline{\omega}$  es la frecuencia angular de la órbita. La Tierra rota alrededor del Sol una vez cada año, es decir una vez cada  $3.156 \times 10^7$  segundos. De manera que:

$$\omega = \frac{2\pi}{3.157 \times 10^7} \text{ rad s}^{-1} \quad (7)$$

Utilizando:

$$r = 1.4958 \times 10^{11} \text{ m}, \quad (8)$$

$$\frac{MG}{c^2} = 1.475 \times 10^3 \text{ m},$$

se encuentra que la precesión del perihelio es:

$$\Omega = 0.981 \times 10^{-15} \text{ rad s}^{-1} \quad (9)$$

El resultado experimental es:

$$\Omega(\text{exp}) = 7.681 \times 10^{-15} \text{ rad s}^{-1} \quad (10)$$

Puede obtenerse una coincidencia exacta mediante el empleo de un momento angular efectivo  $\underline{L}$ . La teoría anterior utilizó una órbita circular en la primera aproximación.

La suposición fundamental es que la órbita de la Tierra alrededor del Sol produce un torque:

$$\underline{T}_g = \underline{m}_g \times \underline{\Omega} \quad (11)$$

donde  $\underline{m}_g$  es el momento dipolar gravitomagnético:

$$\underline{m}_g = \frac{1}{2} \underline{L} \quad (12)$$

y donde  $\underline{\Omega}$  es el campo gravitomagnético. Aquí,  $\underline{L}$  es el momento angular orbital (6). El campo gravitomagnético es el rotacional del potencial vectorial gravitomagnético:

$$\underline{A}_g = \frac{G}{2c^2 r^3} \underline{L} \times \underline{r} \quad (13)$$

de manera que:

$$\underline{\Omega}_g = \nabla \times \underline{A}_g. \quad (14)$$

En directa analogía, la precesión de Lense-Thirring de la Tierra respecto del Sol se debe al

momento angular de espín de éste ultimo alrededor de su propio eje. El Sol rota sobre su propio eje una vez cada 27 días. De manera que el momento angular relevante en este caso es el momento angular de espín del Sol:

$$\underline{L}_s = \frac{2}{5} MR^2 \underline{\omega} = I \underline{\omega} \quad (15)$$

Análogamente, la precesión de Lense-Thirring de la sonda Gravity Probe B se debe al espín de la Tierra cada 24 horas. Este espín produce una corriente de masa y un momento dipolar gravitomagnético:

$$\underline{W}_g(\text{espín}) = \frac{1}{2} \underline{L}_s \quad (16)$$

debido al momento angular de espín.

La precesión del perihelio se desarrolla como una precesión geodética provocada por un momento angular orbital, el momento angular orbital del Sol, que se observa en un marco de referencia fijo en la Tierra. En analogía directa, un electrón que orbita alrededor de un núcleo atómico posee un momento de espín y un momento angular orbital.

Estos conceptos se desarrollan en la teoría ECE2, que es una teoría de la relatividad que es covariante según Lorentz en un espacio que posee torsión y curvatura finitas (UFT315 a UFT319 en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)). En ECE2, la densidad de flujo magnético puede definirse mediante curvatura a través del potencial  $\underline{W}$ :

$$\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{W} = \underline{\nabla} \times \underline{A} + 2 \underline{\omega}_s \times \underline{A} \quad (17)$$

El potencial  $\underline{A}$  se define mediante la torsión, y  $\underline{\omega}_s$  es el vector de conexión de espín. En analogía precisa, el campo gravitomagnético se define como sigue:

$$\underline{\Omega}_g = \underline{\nabla} \times \underline{W}_g = \underline{\nabla} \times \underline{A}_g + 2 \underline{\omega}_s \times \underline{A}_g \quad (18)$$

donde:

$$A_g^\mu = (\Phi_g, c \underline{A}_g) \quad (19)$$

y donde  $\Phi_g$  ese el potencial escalar de la gravitación.

Nótese que  $\underline{W}_g$  posee las unidades de velocidad  $\underline{v}_g$ , de manera que:

$$\underline{\Omega}_g = \underline{\nabla} \times \underline{v}_g \quad (20)$$

que define el campo gravitomagnético como una vorticidad. Ésta es la vorticidad del espacio-tiempo de la relatividad ECE2. Se deduce a partir de esto que cualquier precesión puede describirse en forma precisa como sigue:

$$\underline{\Omega} = \frac{1}{2} \left| \underline{\Omega}_g \right| = \frac{1}{2} \left| \underline{\nabla} \times \underline{v}_g \right| \quad (21)$$

De manera que todas las precesiones en el universo se deben a la vorticidad del espacio-tiempo de la teoría ECE2, Q. E. D. Si se supone que:

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{v}_g = 0 \quad (22)$$

entonces el espacio-tiempo es aquel espacio-tiempo no viscoso de la teoría ECE2, en precisa analogía con la teoría de un fluido no viscoso de la hidrodinámica.

Las ecuaciones de la gravitomagnetostática son:

$$\underline{\nabla} \times \underline{\Omega}_g = \underline{K} \times \underline{\Omega}_g = \frac{4\pi G}{c^2} \underline{J}_m \quad (23)$$

donde:

$$\underline{K} = \frac{1}{r^{(0)}} \underline{q} - \underline{\omega}_s \quad (24)$$

Aquí,  $\underline{J}_m$  es la densidad de corriente de masa,  $\underline{q}$  es el vector de la tétrada y  $\underline{\omega}_s$  es la conexión de espín y donde  $r^{(0)}$  es un escalar con unidades de longitud. Se deduce a partir de la Ec. (23) que:

$$\underline{\nabla} \cdot (\underline{\nabla} \times \underline{\Omega}_g) = \underline{\nabla} \cdot (\underline{K} \times \underline{\Omega}_g) = 0 \quad (25)$$

Ahora utilizamos:

$$\begin{aligned} \underline{\nabla} \cdot (\underline{K} \times \underline{\Omega}_g) &= \underline{\Omega}_g \cdot (\underline{\nabla} \times \underline{K}) - \underline{K} \cdot (\underline{\nabla} \times \underline{\Omega}_g) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (26)$$

de manera que:

$$\underline{\Omega}_g \cdot (\underline{\nabla} \times \underline{K}) = \underline{K} \cdot \underline{\nabla} \times \underline{\Omega}_g \quad (27)$$

Una posible solución de la Ec. (27) es:

$$\underline{\Omega}_g = v_g \underline{K} \quad (28)$$

donde:

$$v_g = \left| \underline{v}_g \right|. \quad (29)$$

Por lo tanto, la ecuación ECE2 para cualquier precesión es:

$$\underline{\Omega}_g = \underline{\nabla} \times \underline{v}_g = v_g \underline{K} \quad (30)$$

donde:

$$\Omega = \frac{1}{2} \left| \underline{\nabla} \times \underline{v}_g \right| = \frac{1}{2} v_g \left( \frac{g}{r^{(0)}} - \omega_s \right) \quad (31)$$

Estas son ecuaciones con validez general, obtenidas sin aproximaciones, y se basan en la geometría de Cartan.

En la aproximación del dipolo:

$$\underline{\Omega}_g = \frac{G}{2c^2} \underline{\nabla} \times \left( \frac{\underline{L} \times \underline{r}}{r^3} \right) \quad (32)$$

y comparando las Ecs. (30) y (32):

$$\underline{v}_g = \frac{G}{2c^2 r^3} \underline{L} \times \underline{r} \quad (33)$$

Esta también es una expresión para el potencial  $\underline{W}_g$ . Finalmente:

$$\begin{aligned} \underline{K} &= \frac{G}{2c^2 v_g} \underline{\nabla} \times \left( \frac{\underline{L} \times \underline{r}}{r^3} \right) \\ &= r^3 \underline{\nabla} \times \left( \frac{\underline{L} \times \underline{r}}{r^3} \right) / |\underline{L} \times \underline{r}| \end{aligned}$$

que demuestra que cualquier precesión se debe a la geometría de Cartan, Q.E.D.

### 3. Análisis Numérico.

El campo gravitomagnético en la aproximación del dipolo ha sido analizado analizado numérica y gráficamente en tres dimensiones. En la teoría ECE2, el campo gravitomagnético se define mediante

$$\underline{\Omega}_g = \nabla \times \underline{W}_g \quad (35)$$

donde  $\underline{W}_g$  es el potencial vectorial gravitomagnético. Esto es – por analogía con el electromagnetismo – dado por

$$\underline{W}_g = \frac{G}{c^2 r^3} \underline{m}_g \times \underline{r} \quad (36)$$

donde  $\underline{m}_g$  es un momento dipolar gravitacional. Para un dado  $\underline{m}_g$  puede calcularse el potencial vectorial y el campo gravitomagnético en tres dimensiones mediante álgebra computacional (las ecuaciones son bastante complicadas y no se muestran aquí.) Sería deseable dibujar curvas equipotenciales porque son perpendiculares a las líneas de campo y demuestran claramente la naturaleza curva del campo. Tal como lo indica el nombre, estos son resultados de un potencial escalar, que no está disponible en el caso gravitomagnético. Sin embargo, se sabe de la electrodinámica que los campos dipolares pueden definirse mediante un potencial escalar magnético  $\Phi$ , por analogía con el caso eléctrico:

$$\underline{\Omega}_g = - \nabla \Phi . \quad (37)$$

En consecuencia, definimos un dipolo mediante dos cargas distintas  $\pm q$  y un potencial

$$\Phi(\underline{r}) = C \left( \frac{q}{|\underline{r} - \underline{r}_1|} - \frac{q}{|\underline{r} - \underline{r}_2|} \right) \quad (38)$$

con las “cargas” en las posiciones  $\underline{r}_1$  y  $\underline{r}_2$ , colocadas aquí sobre el eje Z. El campo correspondiente  $\underline{\Omega}_g$  es rotacionalmente simétrico alrededor de su eje, y se ilustra en la Fig. 1, junto con las líneas equipotenciales de  $\Phi$ .

Puede que resulte interesante ver el aspecto del campo si se colocan dos dipolos, uno encima del otro. Esto es un arreglo lineal sin un momento cuadrupolar, el cual ocurriría en otros casos. Los resultados se representaron gráficamente en la Fig. 2. Hay un receso en el plano XY, el cual se muestra en más detalle en la Fig. 3. Las líneas de campo no se dirigen en forma recta de polo a polo en esta región, contrariamente a lo que sucede en el caso de un dipolo individual. Johnson reportó, en la década de los setentas, que un comportamiento semejante se ha encontrado en algunos imanes.

Las otras figuras se han calculado a partir de las Ecs. (35) y (36) directamente, sin el empleo de un potencial escalar. Colocando el dipolo en la dirección del eje Z:

$$\mathbf{m}_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

conduce a un potencial vectorial con simetría rotacional en el plano  $XY$ , el cual se representó gráficamente en la Fig. 4. Las líneas con valores constantes son círculos. No hay componentes  $Z$  de  $\underline{W}_g$ . Esto puede verse en la gráfica vectorial en 3D de la Fig. 5. El potencial vectorial es una especie de vórtice esférico, con su máxima fuerza en el centro. De acuerdo con la Ec. (20), el potencial vectorial corresponde a un vector velocidad cuya vorticidad es el campo gravitomagnético. Por lo tanto, las flechas en la Fig. 5 pueden interpretarse directamente como velocidades, mostrando un vórtice hidrodinámico. La pregunta se refiere a qué aspecto tiene el torque

$$\mathbf{T}_g = \mathbf{m}_g \times \underline{\Omega}_g \quad (40)$$

Esto se ha representado gráficamente en la Fig. 6. Posee una forma similar a la del potencial vectorial, pero con una diferencia esencial: el torque es igual a cero en el plano ecuatorial  $Z = 0$ , porque cambia de signo desde abajo hacia arriba y vice cersa. Esto puede observarse cuando se comparan las flechas en la Fig.6 con aquellas en la Fig. 5. Si un planeta se desplaza en una órbita no ecuatorial alrededor del centro, hay un torque que asume ambas direcciones para un ciclo de una revolución. Si la órbita es un círculo, los efectos se cancelarán mutuamente, pero hay cambios de velocidad de ambos signos durante una revolución.

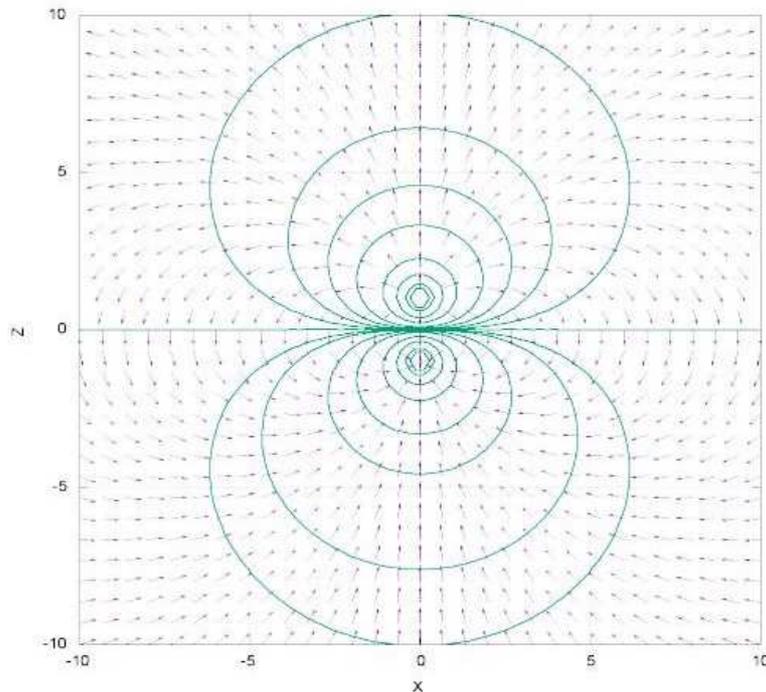


Figura 1: Campo vectorial del dipolo  $\underline{\Omega}_g$  (solamente vectores direccionales) en el plano  $XZ$  y líneas equipotenciales.

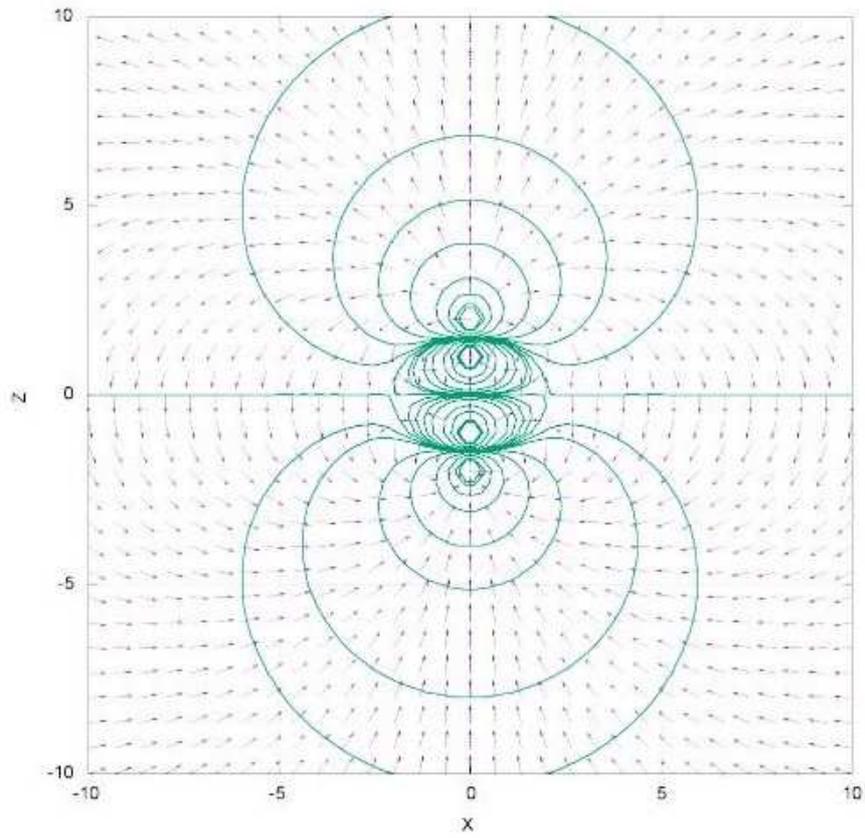


Figura 2: Campo vectorial del doble dipolo en el plano  $XZ$  y líneas equipotenciales.

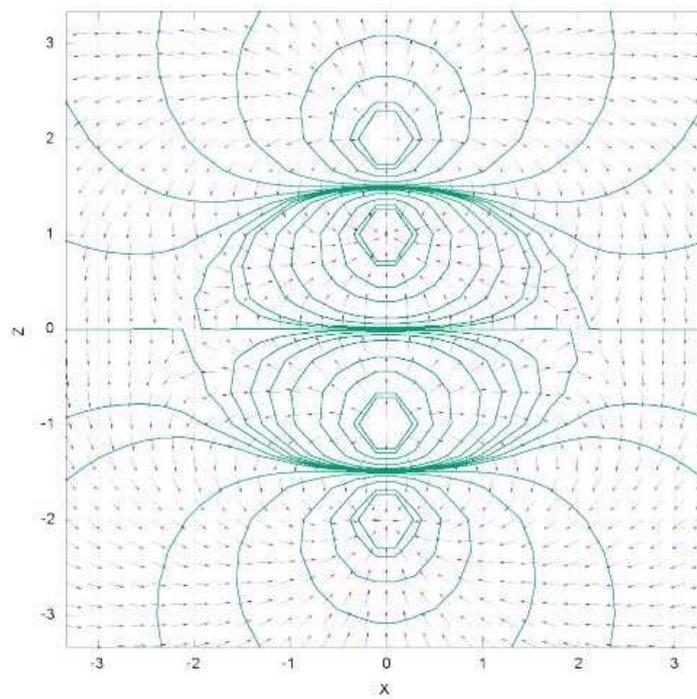


Figura 3: Campo vectorial de doble dipolo y líneas equipotenciales, vista ampliada.

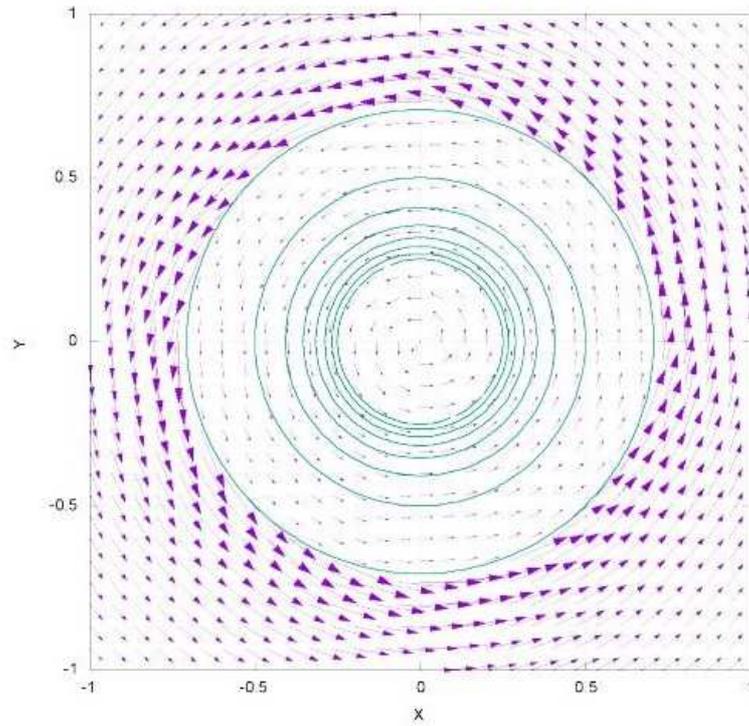


Figura 4: Potencial vectorial del dipolo  $\underline{W}_g$  en el plano  $XY$ , sólo se muestran vectores direccionales en las líneas con valor absoluto constante.

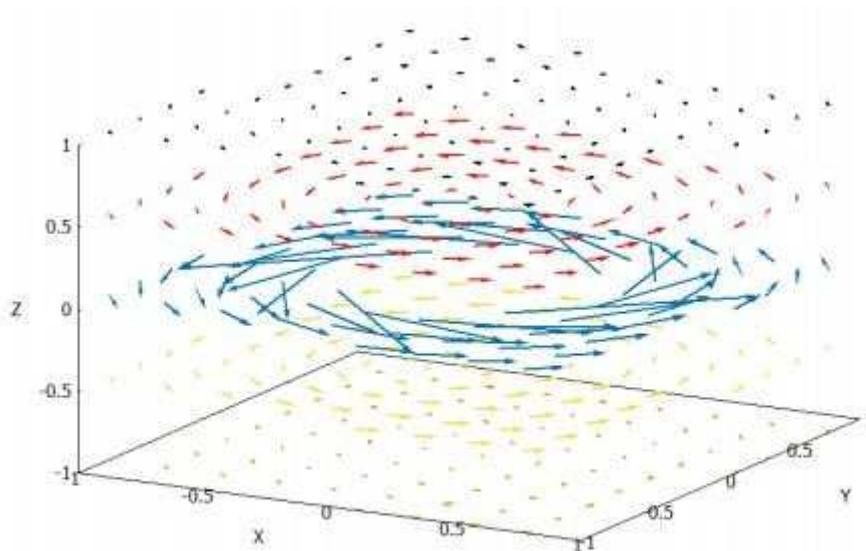


Figura 5: Vista en 3D del potencial vectorial del dipolo  $\underline{W}_g$ .

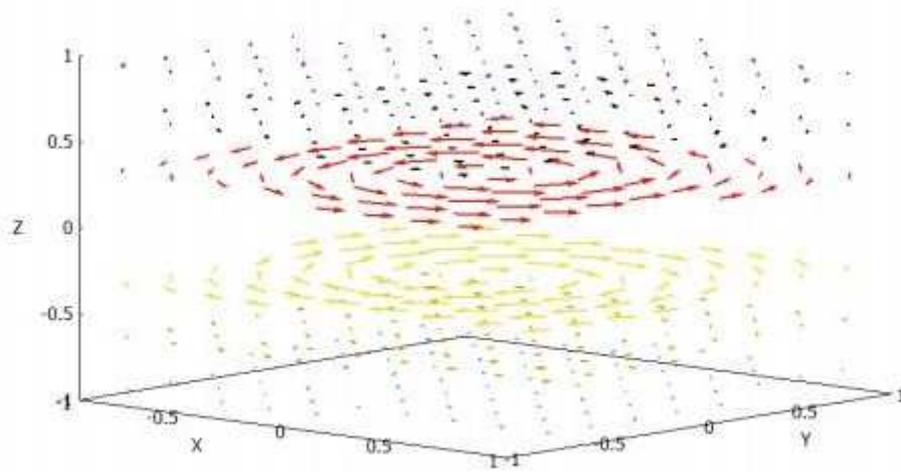


Figura 6: Vista en 3D del campo de torque del dipolo  $\underline{T}_q$ .

## Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por haber otorgado la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh, Director General de Annexa Inc., por albergar el portal y darle mantenimiento, publicación, programación de retroalimentación y mantenimiento voluntarios. Se agradece a Alex Hill por las traducciones y lecturas en idioma castellano y a Robert Cheshire por las lecturas en idioma inglés.

## Referencias bibliográficas.

- [1] M.W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Principles of ECE Theory” (UFT281 - UFT288 y archivo comprimido en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us), New Generation en prep.)
- [2] M.W. Evans, “The Book of Scientometrics” (UFT307 y New Generation 2015).
- [3] H. Eckardt, “The ECE Engineering Model” (UFT303).
- [4] M.W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast “Criticisms of the Einstein Field Equation” (UFT301 y Cambridge International (CISP) 2010).
- [5] L. Felker, “The Evans Equations of Unified Field Theory” (UFT302 y Abramis 2007, Traducción al castellano por Alex Hill en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [6] M.W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, “Generally Covariant Unified Field Theory (documentos relevantes de la serie UFT y Abramis 2005 a 2011 en siete volúmenes).
- [7] M.W. Evans, Ed., J. Found. Phys. Chem., documentos UFT relevantes en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) y CISP 2011).
- [8] M.W. Evans, Ed., “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity” (documentos y materiales relevantes en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us) , y CISP 2012).
- [9] M.W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the  $B^{(3)}$  Field” (World Scientific 2001, y en la Sección Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [10] M.W. Evans y S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, reimpresso en 1993, con encuadernación blanda 1997, segunda edición 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [11] M.W. Evans y J.-P. Vigiér, “The Enigmatic Photon” (Kluwer 1994-2002 en cinco volúmenes con encuadernación dura y blanda, y en la Sección Omnia Opera el portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [12] M.W. Evans y A.S. Hasanein, “The Photomagnetron in Quantum Field theory” (World Scientific 1994).