

# Cálculo analítico de la precesión a partir de la relatividad según la teoría ECE2.

por

M.W. Evans y H. Eckardt  
Civil List y AIAS / UPITEC

([www.aias.us](http://www.aias.us), [www.upitec.org](http://www.upitec.org), [www.archive.org](http://www.archive.org), [www.webarchive.org](http://www.webarchive.org), , [www.et3m.net](http://www.et3m.net))

Traducción: Alex Hill ([www.et3m.net](http://www.et3m.net) )

## Resumen.

Se desarrolla un método analítico para demostrar que el hamiltoniano de la relatividad según la teoría ECE2 produce una función orbital diferencial, cuya diferencia respecto de la teoría no relativista puede calcularse directamente. La función diferencial puede compararse directamente con datos experimentales. Mediante una comparación entre los documentos UFT363 y UFT372 se muestra que los métodos de la dinámica de fluidos también producen una órbita con precesión.

*Palabras clave:* relatividad ECE2 y dinámica de fluidos, precesión orbital.

## 1. Introducción.

En el documento inmediatamente precedente de esta serie [1-12] (UFT372), se utilizó un método numérico para resolver el lagrangiano de la relatividad según la teoría ECE2, para obtener una órbita con precesión. Este importante resultado nos muestra que la incorrecta relatividad general de Einstein (RGE) también resulta redundante al aplicar la Navaja de Ockham (Principio de Simplicidad), en cuanto a que una teoría más sencilla puede producir precesión. El resultado del documento UFT371 también confirma el método utilizado en el documento UFT328, es decir la solución numérica simultánea del lagrangiano y del hamiltoniano. La teoría de la dinámica de fluidos ECE2 también produce una órbita con precesión, tal como se muestra en este documento, por comparación con el documento UFT372. El resultado principal de la Sección 2 es una función orbital diferencial que puede calcularse analíticamente a partir de la relatividad ECE2, y compararse con la misma función obtenida a partir de la teoría no relativista de las órbitas planas. La función diferencial también puede observarse experimentalmente. A partir del documento UFT372, se sabe que este resultado se debe a una órbita con precesión, la cual por lo tanto puede calcularse en forma analítica.

Este documento constituye una sinopsis de extensos cálculos incluidos en las Notas de Acompañamiento del documento UFT373, publicadas en el portal [www.aias.us](http://www.aias.us). La Nota 373(1) es una comparación de la precesión orbital producida por la dinámica de fluidos ECE2 (UFT363) y el lagrangiano ECE2 (UFT372). Resulta importante y significativo que ambas teorías producen una precesión para una órbita plana. Las Notas 373(2) a 373(5) son intentos preparatorios para una solución analítica. La Nota 373(6) calcula una función diferencial orbital por solución simultánea de los hamiltonianos relativista y no relativista, y la Nota 373(7) calcula la misma función diferencial a partir de datos experimentales en el perihelio, de manera que se vuelve posible una comparación entre teoría y experimento.

## 2. Cálculo analítico de la precesión.

Consideremos el hamiltoniano orbital no relativista:

$$H = \frac{1}{2} m v^2 + U \quad (1)$$

de un objeto de masa  $m$  que gira en órbita alrededor de una masa  $M$ , con una velocidad orbital  $v$ . Se sabe que la energía potencial gravitacional es:

$$U = - \frac{m M G}{r} \quad (2)$$

donde  $G$  es la constante de Newton y  $r$  es la distancia entre  $m$  y  $M$ . El hamiltoniano relativista de la teoría ECE2 es [1-12]:

$$H_0 := H_1 - m c^2 = (\gamma - 1) m c^2 + U \quad (3)$$

donde el factor de Lorentz es:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (4)$$

La velocidad que aparece en el factor de Lorentz es [1-12]:

$$v^2 = \left(\frac{L}{mr}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2\right) \quad (5)$$

donde  $L$  es el momento angular del sistema, una constante de movimiento definida por:

$$L = mr^2 \dot{\phi} \quad (6)$$

donde la velocidad angular es:

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} \quad (7)$$

en el sistema de coordenadas polares planas  $(r, \phi)$ .

Utilizando las Ecs. (1) y (3), puede calcularse la función orbital diferencial en términos de las constantes de movimiento  $H_0 - H$  y  $L$ . Este cálculo se lleva a cabo utilizando álgebra computacional en la Sección 3. El hamiltoniano no relativista viene dado por:

$$H = -\frac{mMG}{2a} \quad (8)$$

donde  $a$  es el semieje mayor de la órbita no relativista:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \phi}, \quad a = \frac{\alpha}{1 - \epsilon^2} \quad (9)$$

donde  $\alpha$  es la semi latitud recta y  $\epsilon$  la excentricidad. La relación entre el valor no relativista de  $L$  y  $\alpha$  es como sigue:

$$L^2 = m^2 MG \alpha \quad (10)$$

En el límite no relativista:

$$v \ll c$$

(11)

la función orbital diferencial se reduce a:

$$\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 = \frac{\epsilon^2 r^4}{\alpha^2} \sin^2 \phi = \frac{\epsilon^2 r^4}{\alpha^2} \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2} \left(\frac{\alpha}{r} - 1\right)^2\right)$$

(12)

El análisis lagrangiano numérico del documento UFT372 muestra que la función  $dr / d\phi$  a partir de las Ecs. (1) y (3) se debe a la precesión orbital. Esto constituye un descubrimiento fundamental que vuelve obsoleta a la relatividad general einsteiniana.

Mediante observación astronómica, se afirma que el avance del perihelio luego de  $2\pi$  radianes es:

$$\phi = 2\pi \left(1 + \frac{3MG}{\alpha c^2}\right)$$

(13)

A partir de la órbita elíptica (9), la función orbital es:

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{\epsilon r^2}{\alpha} \sin \phi$$

(14)

y se deduce que:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos \phi}$$

(15)

El perihelio, o distancia de máxima aproximación entre  $M$  y  $m$ , se define mediante:

$$\phi = 2\pi$$

(16)

porque  $M$  se ubica en uno de los focos de la elipse. Bajo la condición (16):

$$r_{\min} = \frac{\alpha}{1+\epsilon} \quad (17)$$

y por lo tanto en el perihelio:

$$\frac{dr}{d\phi} = 0 \quad (18)$$

para la órbita elíptica estática (15) de la teoría no relativista.

Sin embargo, por observación, el perihelio avanza en cada órbita:

$$\phi = 2\pi \left( 1 + \frac{3MG}{\alpha c^2} \right) \quad (19)$$

de manera que utilizando este valor de  $\phi$  en la Ec. (14) produce:

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{\epsilon \alpha}{(1+\epsilon)^2} \operatorname{sen} \left( 2\pi \left( 1 + \frac{3MG}{\alpha c^2} \right) \right) \quad (20)$$

Utilizamos ahora:

$$\operatorname{sen}(A+B) = \operatorname{sen} A \cos B + \cos A \operatorname{sen} B \quad (21)$$

para encontrar que:

$$\operatorname{sen} \left( 2\pi \left( 1 + \frac{3MG}{\alpha c^2} \right) \right) = \operatorname{sen} \left( \frac{6\pi MG}{\alpha c^2} \right) \approx \frac{6\pi MG}{\alpha c^2} \quad (22)$$

utilizando el pequeño ángulo de aproximación:

$$\operatorname{sen} x \approx x \quad (23)$$

Por lo tanto, la precesión del perihelio produce el cambio:

$$\Delta\left(\frac{dr}{d\phi}\right) = \frac{6\pi MG}{c^2} \frac{E}{(1+E)^2} \quad (24)$$

en la función orbital diferencial  $dr/d\phi$ . Utilizando:

$$r_0 = \frac{2MG}{c^2} = 2,950 \text{ metros} \quad (25)$$

para la masa  $M$  del Sol, y utilizando la excentricidad de la Tierra:

$$E = 0,0167 \quad (26)$$

se encuentra que el cambio experimental en  $dr/d\phi$  es:

$$\Delta\left(\frac{dr}{d\phi}\right) = 299,46 \text{ metros} \quad (27)$$

y esto se produce analíticamente mediante la relatividad ECE2. El cambio en la función diferencial orbital puede calcularse como en la Sección 3. El valor experimental (27) se obtiene mediante ajuste del hamiltoniano relativista  $H_0$ .

La Nota 373(1) nos muestra que la precesión puede producirse a partir de la dinámica de fluidos (UFT363) y también a partir de la teoría lagrangiana del documento UFT372. Estas son confirmaciones importantes de ambas teorías, porque la órbita observada en forma astronómica es una órbita con precesión. A partir de la dinámica de fluidos:

$$\ddot{r} = \frac{r}{(1+\Omega'_{01})^2} \dot{\phi}^2 - \frac{MG}{(1+\Omega'_{01})^2 r^2} \quad (28)$$

donde  $\Omega'_{01}$  es una conexión de espín, y a partir de la teoría lagrangiana:

$$\ddot{r} = r \dot{\phi}^2 - \frac{MG}{r^2} \left( \frac{1}{\gamma} \left( 1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2} \right) \right) \quad (29)$$

Estas dos expresiones pueden compararse, como en la Nota 373(1). En el límite:

$$\Omega'_{01} \ll 1 \quad (30)$$

la Ec. (28) se reduce a:

$$\ddot{r} \sim r \dot{\phi}^2 - \frac{MG}{(1 + \Omega_{01}^2) r^2} \quad (31)$$

de manera que:

$$\frac{1}{(1 + \Omega_{01}^2)^2} \sim \frac{1}{\gamma} \left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2}\right) \quad (32)$$

y:

$$\Omega_{01}^2 \sim \left( \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{\dot{r}^2}{c^2}\right) \right)^{-1/2} - 1 \quad (33)$$

Para pequeñas precesiones en el Sistema Solar, la precesión experimental puede modelarse mediante:

$$r = \frac{\alpha}{1 + \epsilon \cos(\chi \phi)} \quad (34)$$

$$\chi = 1 + \frac{3MG}{\alpha c^2} \quad (35)$$

en la primera aproximación. Nótese cuidadosamente que la Ec. (34) no es la órbita verdadera. Esta última puede calcularse numéricamente y analíticamente. En la Ec. (34):

$$\sin^2(\chi \phi) + \cos^2(\chi \phi) = 1. \quad (36)$$

Por lo tanto, la función orbital diferencial experimental se modela para que sea:

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{\chi \epsilon r^2}{\alpha} \sin(\chi \phi). \quad (37)$$

\* Este resultado puede reproducirse teóricamente hallando  $\dot{r}$  y  $\dot{\phi}$  numéricamente, como en el documento UFT372, de manera que:

$$\frac{dr}{d\phi} = \frac{dr}{dt} \frac{dt}{d\phi} = \frac{\dot{r}}{\dot{\phi}}. \quad (38)$$

A partir de la teoría gravitacional de fluidos, la Ec. (28), la Ec. (37) se obtiene mediante un ajuste de la conexión de espín al resultado experimental. A partir de la teoría lagrangiana (29) se obtiene directamente al expresar  $\dot{r}$  en términos de  $\dot{\phi}$ :

$$r\ddot{\phi} = A - B\dot{r}^2 \quad (39)$$

donde:

$$A = \ddot{r} + \frac{MG}{\gamma r^2} \quad (40)$$

y:

$$B = \frac{MG}{\gamma r^2 c^2} \quad (41)$$

De manera que

$$\left(\frac{\dot{\phi}}{\dot{r}}\right)^2 = \frac{1}{r} \left(\frac{A}{\dot{r}^2} - B\right) = \left(\frac{\alpha}{x \epsilon r^2 \sin(x\phi)}\right)^2 \quad (42)$$

Por lo tanto, el valor observado de  $x$  en forma experimental viene dado por:

$$\left(\frac{\alpha}{x \epsilon}\right)^2 = r^3 \left(\frac{A}{\dot{r}^2} - B\right) \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2} \left(\frac{\alpha}{r} - 1\right)^2\right) \quad (43)$$

y se obtiene una coincidencia exacta entre teoría y experimento.

Tal como se mostró en la Nota 373(1), la energía cinética utilizada en el documento no relativista UFT363 es:

$$T = \frac{1}{2} m \left( \left(1 + \frac{\Omega}{\omega_1}\right)^2 \dot{r}^2 + \dot{\phi}^2 r^2 \right) \quad (44)$$

de manera que la función diferencial que se obtiene al comparar las Ecs. (1) y (3) puede expresarse en términos de la conexión de espín. Esto se lleva a cabo mediante álgebra computacional en la Sección 3.

En conclusión, las ecuaciones del lagrangiano y las relevantes de Euler Lagrange de la relatividad ECE2 producen una órbita con precesión, y el análisis hamiltoniano de esta Sección desarrolla y confirma el resultado del documento UFT372.

### 3. Álgebra computacional y resultados gráficos.

Presentamos algunos métodos para mostrar los cambios relativistas de la elipse orbital. En primer lugar, buscamos de obtener una impresión de la órbita newtoniana  $r(\phi)$  y de las derivadas orbitales  $dr/d\phi$  y  $(dr/d\phi)^2$ , ver Fig.1. El valor de  $r(\phi)$  oscila entre perihelio y afelio, y ambas funciones de sus derivadas tienen valor igual a cero en estas posiciones. Una precesión significa un desplazamiento de estas posiciones extremas con derivadas iguales a cero. Para los cálculos subsiguientes, debemos expresar el eje mayor de la elipse,  $a$ , el momento angular  $L$  y el hamiltoniano no relativista  $H$  en términos de los parámetros orbitales:

$$a = \frac{\alpha}{1 - \epsilon^2}, \quad (45)$$

$$L = m\sqrt{\alpha MG}, \quad (46)$$

$$H = -\frac{mMG}{2a}. \quad (47)$$

En la Nota 373(5) se separó la función  $(dr/d\phi)^2$  del hamiltoniano tanto de la teoría newtoniana como relativista. El álgebra computacional da, para esta función a partir de la teoría newtoniana:

$$\left(\frac{dr}{d\phi}\right)_N^2 = \frac{\alpha^2 \epsilon^2 \sin^2(\phi)}{(\epsilon \cos(\phi) + 1)^4}, \quad (48)$$

y para la teoría relativista (con órbita con precesión):

$$\begin{aligned} \left(\frac{dr}{d\phi}\right)_{rel}^2 &= \frac{\alpha^2 \epsilon^2 \sin^2(\phi)}{(\epsilon \cos(\phi) + 1)^4} \\ &\quad - \frac{3}{mc^2} \left( \frac{GM(\epsilon \cos(\phi) + 1)}{\alpha} - \frac{GM(1 - \epsilon^2)}{2\alpha} \right)^2. \end{aligned} \quad (49)$$

Hay un término adicional, que se resta de  $(dr/d\phi)^2$  de la órbita newtoniana para obtener la función para la órbita con precesión. Ambas funciones, y su diferencia, se presenta en forma gráfica en la Fig. 2. Ambas funciones debieran de ser positivas, porque están elevadas al cuadrado, pero la función relativista muestra valores negativos. Hay una región con valores imaginarios para  $dr/d\phi$ , cerca de  $\phi = 0$  y  $\phi = 2\pi$ . Esto pareciera no ser muy satisfactorio, pero

la función de precesión atraviesa el valor igual a cero a otros valores que la órbita newtoniana. Ello en la medida en que el efecto de la precesión resulte visible.

En lugar de computar  $(dr/d\phi)^2$  en función de  $\phi$ , pueden reordenarse las Ecs. (48-49) para obtener la dependencia respecto del radio  $r$ :

$$\left(\frac{dr}{d\phi}\right)_N^2 = \frac{(\epsilon^2 - 1)r^4 + 2\alpha r^3 - r^2}{\alpha^2}, \quad (50)$$

$$\left(\frac{dr}{d\phi}\right)_{rel}^2 = \frac{c^2}{GM\alpha} \left( 1 - \frac{1}{\left(\frac{1}{mc^2} \left(\frac{GMm}{r} - \frac{GM(1-\epsilon^2)m}{2\alpha}\right) + 1\right)^2} \right) r^4 - r^2. \quad (51)$$

Entonces se obtienen los resultados de la Fig. 3. Puede observarse que tanto el perihelio como el afelio (representados por los cruces del valor cero) sufren un corrimiento por efectos relativistas. La fuerza de estos efectos se ha modelado en la Fig. 4, mediante el empleo de diferentes valores de  $c$ , es decir efectos relativistas más fuertes.

En la Nota 373(6) se ha investigado la diferencia entre los hamiltonianos (1) y (3),  $H_0 - H$ . A partir del resultado, puede computarse un resultado para  $(dr/d\phi)^2$ . Para ello, la ecuación debe primero resolverse para  $v^2$ . Esto da origen a una ecuación altamente complicada, con cuatro soluciones. Dos soluciones son complejas, una es  $v = c$  y la cuarta posee un valor real. Se utilizó la cuarta solución y se insertó la Ec. (5). Se obtuvo entonces una expresión sumamente complicada para  $(dr/d\phi)^2$ . Desafortunadamente es de carácter complejo. En la Fig. 5 se han representado gráficamente la parte real y la parte compleja. El resultado depende de la selección del valor de la constante  $H_0$ . Con  $H = -3.75$  y  $H_0 = -3.70$ , la parte real en la Fig. 5 comienza a asumir valores positivos para el valor mínimo del radio de la elipse. En la medida en que este extremo se comporte correctamente, no hay cruce del valor cero por parte de  $(dr/d\phi)^2$  en el otro extremo ( $r \approx 2$ ). El impacto de  $H_0$  sobre la parte real de la solución se representa gráficamente en la Fig. 6 para tres valores diferentes de  $H_0$ , cada uno de ellos con el mismo valor de  $H = -3.75$ . Un incremento en el valor de  $H_0$  conduce a un desplazamiento del cruce de cero para menores radios.

Alternativamente, se realizó lo siguiente: se resolvió tanto el hamiltoniano newtoniano como el relativista, (1) y (3), separadamente y de acuerdo con  $v^2$ . A partir de  $H$  se obtiene la forma no relativista, la Ec. (5). Igualando ambas ecuaciones para  $v^2$  produce una ecuación para  $(dr/d\phi)^2$  y que contiene a  $H_0$  como parámetro. El cálculo posee el beneficio de que no conduce a resultados en el campo complejo (aun cuando la ecuación es complicada). El resultado se ha representado gráficamente en la Fig. 7. La parte positiva está ahora del lado izquierdo del cruce de cero, es decir que se modela el efecto relativista del afelio. El alcance de valores radiales se desplaza hacia valores mayores de radio por efectos relativistas ( $H_0 > H$ ) pero el resultado es menos sensible que en la Fig. 6.

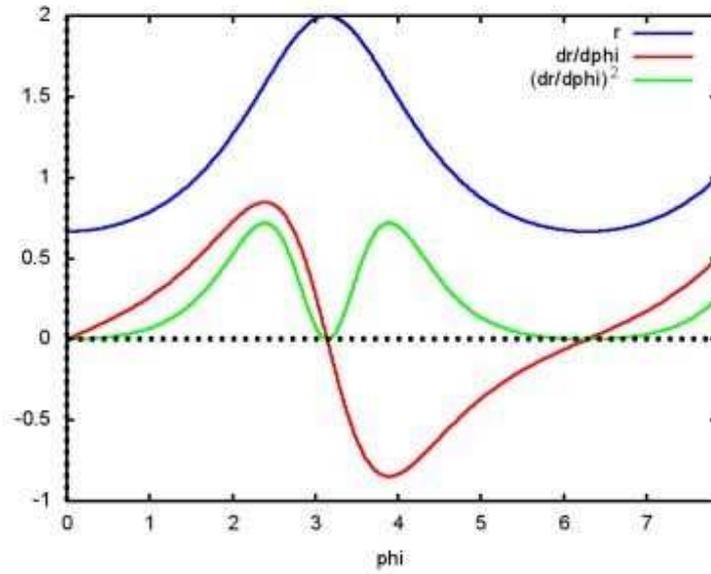


Figura 1:  $r(\phi)$ ,  $dr / d\phi$  y  $(dr/d\phi)^2$  para una órbita elíptica newtoniana.

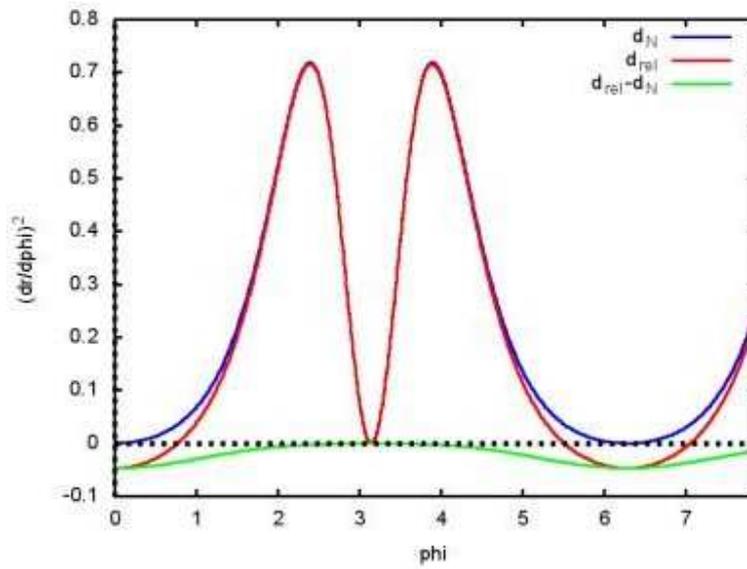


Figura 2: Dependencia angular de  $(dr/d\phi)^2$  a partir de la Nota 373(5).

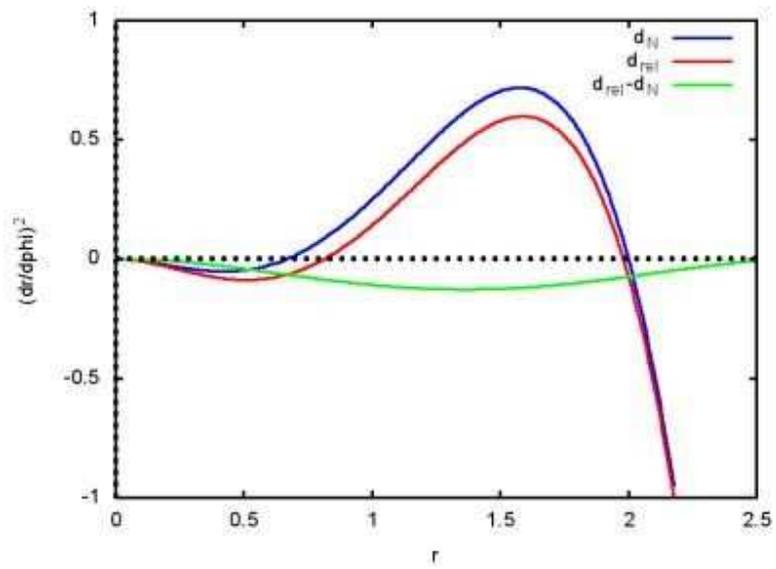


Figura 3: Dependencia radial de  $(dr/d\phi)^2$  a partir de la Nota 373(5).

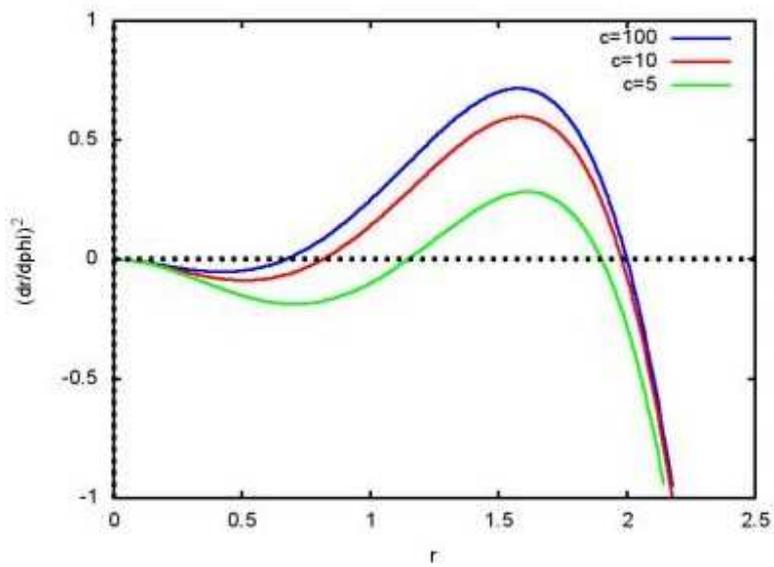


Figura 4: Fuerza de los efectos relativistas en la Fig. 3, descritos variando el valor de  $c$ .

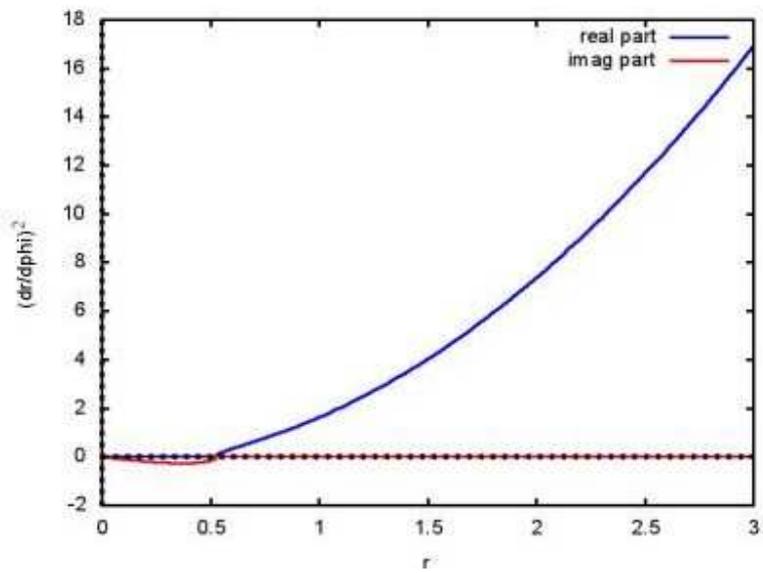


Figura 5: Parte real e imaginaria de  $(dr/d\phi)^2$  a partir de la Nota 373(6).

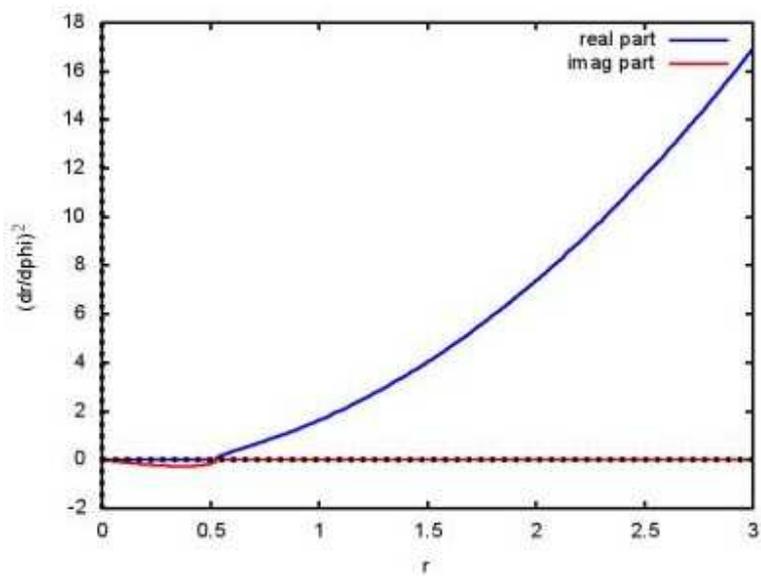


Figura 6: Fuerza de los efectos relativistas en la Fig. 5, descritos variando el valor de  $H_0$ .

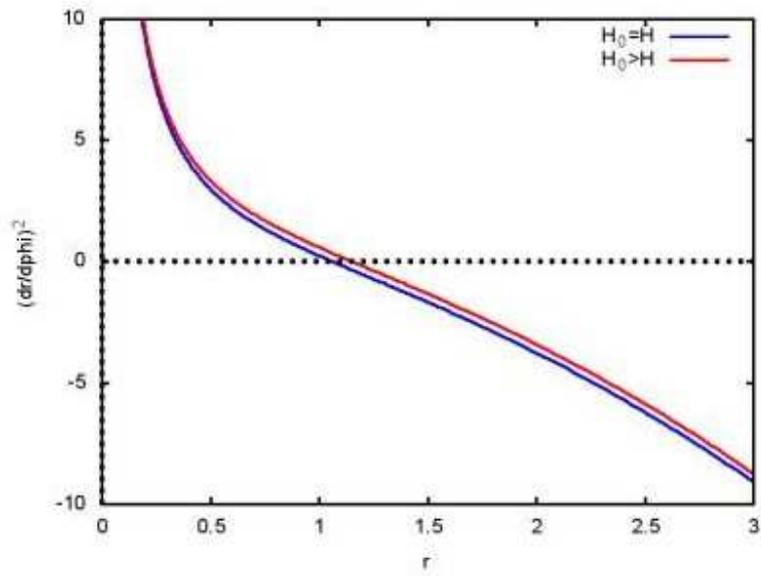


Figura 7: Valores de  $(dr/d\phi)^2$  a partir de igualar los términos de velocidad newtoniana y relativista.

## Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por una Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh, CEO de Annexa Inc., como anfitrión del portal [www.aias.us](http://www.aias.us), el mantenimiento del software y hardware y del programa de retroalimentación. Se agradece a Alex Hill por las traducciones y lecturas en idioma castellano, y a Robert Cheshire por las lecturas en idioma inglés.

## Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, "ECE2 : El Segundo Cambio Paradigmático" (de libre acceso en los portales [www.aias.us](http://www.aias.us) y [www.upitec.com](http://www.upitec.com) como UFT366 y ePubli en prep., traducción por Alex Hill)
- [2] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, "Principios de la Teoría ECE" (de libre acceso como UFT350 y en la Sección en Español, ePubli, Berlín 2016, encuadernación dura, New Generation, Londres, encuadernación blanda, traducción por Alex Hill, Sección en Español del portal [www.aias.us](http://www.aias.us) ).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (de libre acceso como UFT301, Cambridge International, 2010).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom, "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis 2005 - 2011, en siete volúmenes con encuadernación blanda, de libre acceso como documentos relevantes de la serie UFT, en ambos portales).
- [5] L. Felker, "Las Ecuaciones de Evans de la Teoría de Campo Unificado" (Abramis 2007, de libre acceso como UFT302, traducción al castellano en la Sección en Español del portal [www.aias.us](http://www.aias.us) por Alex Hill).
- [6] H. Eckardt, "The ECE Engineering Model" (de libre acceso como UFT303, ecuaciones reunidas).
- [7] M. W. Evans, "Collected Scientometrics (de libre acceso como UFT307, New Generation 2015).
- [8] M. W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the  $B^{(3)}$  Field" (World Scientific 2001, de libre acceso en la Sección Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us)).
- [9] M. W. Evans y S. Kielich (eds.), "Modern Nonlinear Optics" (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997, 2001) en dos ediciones y seis volúmenes.
- [10] M. W. Evans y J. - P. Vigiér, "The Enigmatic Photon", (Kluwer, 1994 a 2002, en cinco volúmenes con encuadernación dura y blanda, de libre acceso en la Sección Omnia Opera del portal [www.aias.us](http://www.aias.us) ).
- [11] M. W. Evans, Ed., "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity" (Cambridge International 2012, de libre acceso en ambos portales).
- [12] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagnetron in Quantum Field Theory" (World Scientific, 1994).