

Consistencia interna de las ecuaciones orbitales covariantes de la teoría ECE2.

por

M. W. Evans y H. Eckardt,
Civil List y AIAS / UPITEC

(www.aias.us, www.upitec.org, www.et3m.net, www.archive.org, www.webarchive.org.uk)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se deducen las ecuaciones orbitales relativistas de la teoría ECE2 y se verifica su consistencia interna empleando tres métodos: el cinemático, el lagrangiano y el hamiltoniano. Habiendo deducido las ecuaciones en el marco de referencia del observador, se aplica el método de rotación de de Sitter para hallar la conexión de espín y la fuerza del vacío. Se resuelven numéricamente las ecuaciones orbitales con y sin la rotación de de Sitter. El elemento lineal infinitesimal de la teoría ECE2 se emplea para deducir una ecuación de órbita, y se muestra que ésta representa la trayectoria de una partícula libre. En forma más general, el elemento lineal infinitesimal puede desarrollarse en el espacio-tiempo con la simetría esférica más general, la teoría m descrita en documentos previos de la serie UFT.

Palabras clave: ecuaciones orbitales covariantes según ECE2, rotación de marco y teorías m .

1. Introducción.

En documentos de la serie UFT inmediatamente precedentes [1-41] se ha demostrado que la rotación del marco de referencia trae como resultado el logro de varios avances en el proceso de comprensión; por ejemplo, la rotación del marco produce la conexión de espín, la fuerza del vacío y las órbitas de precesión y las mismas en sentido retrógrado. La conexión de espín puede expresarse en términos de fluctuaciones del vacío promediadas isotrópicamente, del tipo de las empleadas en la conocida teoría del corrimiento de Lamb. Estos avances van mucho más allá de aquellos de la relatividad general einsteiniana (RGE) del modelo establecido de la física, el cual no logra producir la precesión retrógrada, y que recientemente ha sido refutado a nivel experimental por un orden de magnitud en los sistemas estelares S. La teoría ECE2 es capaz de describir sistemas estelares S con cualquier grado de exactitud, al emplear la velocidad angular relevante de la rotación del marco. En la Sección 2 de este documento, se deducen las ecuaciones orbitales covariantes según ECE2 de tres maneras diferentes, obteniéndose en todos los casos el mismo resultado. Esto constituye una triple verificación de la teoría, utilizando métodos cinemáticos, lagrangianos y hamiltonianos, tanto en el marco del observador como en el marco en rotación. Las ecuaciones de movimiento resultantes se resuelven numéricamente para dar la órbita relativista. En el documento UFT413, se dedujo la órbita en un límite clásico bien definido. El elemento lineal infinitesimal covariante según ECE2, correspondiente a las ecuaciones orbitales, se utiliza para deducir la ecuación relativista de movimiento de una partícula libre. Se verifica este método empleando el hamiltoniano relativista de una partícula libre, obteniéndose el mismo resultado y una doble verificación. La Sección 3 consiste en una discusión de los resultados numéricos, acompañada por un conjunto de gráficas.

Este documento constituye una breve sinópsis de extensos cálculos publicados en las Notas de Acompañamiento UFT414 en el portal www.aias.us. La Nota 414(1) es un resumen de ecuaciones orbitales deducidas en el documento UFT413 en el nivel clásico. La Nota 414(2) describe el método del hamiltoniano en el nivel clásico. La Nota 414(3) desarrolla el método del hamiltoniano relativista. La Nota 414(4) constituye la base para la Sección 2 de este documento, y emplea los métodos fundamentales cinemático y del lagrangiano para producir las mismas ecuaciones orbitales relativistas, proporcionando así una verificación de todos los conceptos y cálculos. La Nota 414(5) utiliza el método del hamiltoniano para dar una triple verificación de la deducción de las ecuaciones orbitales relativistas, con y sin rotación del marco. La Nota 414(6) resume las ecuaciones orbitales relativistas. La Nota 414(7) calcula la conexión de espín debida a la transición desde la teoría clásica a la relativista. La Nota 414(8) calcula la conexión de espín relativista debida a la rotación del marco, y la Nota 414(9) calcula la trayectoria relativista de una partícula libre de dos maneras; utilizando el elemento lineal infinitesimal covariante según ECE2 y utilizando el hamiltoniano relativista de una partícula libre. Ambos métodos dan el mismo resultado con una alta precisión, proporcionando otra doble verificación.

2. Deducciones de las ecuaciones orbitales relativistas con consistencia interna.

Consideremos la velocidad relativista en un sistema de coordenadas cualquiera [1 - 41]:

$$\underline{v} = \gamma \underline{\dot{r}} \quad (1)$$

donde γ es el factor de Lorentz y donde r es el vector de posición. La aceleración relativista es

$$\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\gamma \underline{\dot{r}}) = \frac{d\gamma}{dt} \underline{\dot{r}} + \gamma \underline{\ddot{r}} \quad (2)$$

En el sistema polar plano (r, ϕ) :

$$\underline{\dot{r}} = \dot{r} \underline{e}_r + r\dot{\phi} \underline{e}_\phi \quad (3)$$

y

$$\underline{\ddot{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) \underline{e}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}) \underline{e}_\phi \quad (4)$$

en donde \underline{e}_r y \underline{e}_ϕ son los vectores unitarios del sistema polar plano.

Se deduce entonces que la ecuación orbital relativista para una masa m que gira en órbita alrededor de una masa M es:

$$\begin{aligned} \underline{g} &= \frac{d\gamma}{dt} (\dot{r} \underline{e}_r + r\dot{\phi} \underline{e}_\phi) + \gamma ((\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) \underline{e}_r + (r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}) \underline{e}_\phi) \\ &= -\frac{MG}{r^2} \underline{e}_r \end{aligned} \quad (5)$$

donde G es la constante de Newton. La ecuación de fuerza relativista es:

$$\underline{F} = m\underline{g} = -\frac{mMG}{r^2} \underline{e}_r \quad (6)$$

La Ec. (5) genera dos ecuaciones simultáneas:

$$\frac{d\gamma}{dt} \dot{r} + \gamma (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) = -\frac{MG}{r^2} \quad (7)$$

y

$$\frac{d\gamma}{dt} r\dot{\phi} + \gamma(r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi}) = 0 \quad (8)$$

que pueden resolverse numéricamente empleando los métodos desarrollados en documentos previos de la serie UFT. El factor de Lorentz en estas ecuaciones es:

$$\gamma = \left(1 - \frac{v_N^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (9)$$

en donde la velocidad newtoniana es:

$$v_N^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2 \quad (10)$$

La Ec. (7) es la ecuación relativista de Leibniz y la Ec. (8) es la de conservación del momento angular relativista L :

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad (11)$$

donde

$$L = \gamma m r^2 \dot{\phi} \quad (12)$$

es una constante de movimiento. La otra constante de movimiento es el hamiltoniano relativista H .

Utilizando la rotación del marco de los documentos de la serie UFT inmediatamente precedentes:

$$\phi' = \phi + \omega_1 t \quad (13)$$

las Ecs. (7) y (8) devienen:

$$\frac{d\gamma}{dt} \dot{r} + \gamma(\ddot{r} - r\dot{\phi}'^2) = -\frac{MG}{r^2} \quad (14)$$

y

$$\frac{d\gamma}{dt} r\dot{\phi}' + \gamma(r\ddot{\phi}' + 2\dot{r}\dot{\phi}') = 0 \quad (15)$$

y el factor de Lorentz deviene:

$$\gamma = \left(1 - \frac{1}{c^2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}'^2)\right)^{-1/2} \quad (16)$$

Estas órbitas relativistas van mucho más allá que la RGE del modelo establecido de la física.

Las ecuaciones orbitales también pueden deducirse empleando el lagrangiano covariante según ECE2:

$$L = -\frac{mc^2}{\gamma} + \frac{mMG}{r} \quad (17)$$

donde el factor de Lorentz viene dado por la Ec. (9). Utilizamos las variables de Lagrange r y ϕ para hallar las dos ecuaciones de Euler Lagrange relevantes:

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \quad (18)$$

y

$$\frac{\partial L}{\partial \phi} = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \quad (19)$$

Tal como se muestra en la Nota 414(4), la Ec. (18) produce

$$\frac{d\gamma}{dt} \dot{r} + \gamma (\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) = -\frac{MG}{r^2} \quad (20)$$

que es la Ec. (7) Q. E. D.

Los métodos del lagrangiano y cinemático dan los mismos resultados, produciendo así una doble verificación de los conceptos, Q. E. D.

La Ec. (19) da

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad (21)$$

donde

$$L = \gamma m r^2 \dot{\phi} \quad (22)$$

es decir, la Ec. (19) da la Ec. (8), Q. E. D. Esta es otra doble verificación. Puede demostrarse en forma directa, como en la Nota 414(4) que:

$$\frac{d}{dt} (\gamma m r^2 \dot{\phi}) = r^2 \dot{\phi} \frac{d\gamma}{dt} + \gamma (2r\dot{r}\dot{\phi} + r^2 \ddot{\phi}) = 0 \quad (23)$$

que es la Ec. (8), Q. E. D.

Las Ecs. (14) y (15) se obtienen con las variables de Lagrange r y ϕ' :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}} \quad (24)$$

y

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi'} = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}'} \quad (25)$$

dando una verificación adicional, Q. E. D.

En la Ec. (7)

$$\dot{r} = v \quad (26)$$

y

$$\frac{dv}{dt} = \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 \quad (27)$$

de manera que la Ec. (7) es:

$$F = \frac{d}{dt} (\gamma m v) = m \left(v \frac{d\gamma}{dt} + \gamma \frac{dv}{dt} \right) = - \frac{mMG}{r^2} \quad (28)$$

Expresamos la Ec. (28) como:

$$F = m \frac{dv}{dt} \left(v \frac{d\gamma}{dv} + \gamma \right) \quad (29)$$

donde

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d\gamma}{dv} \frac{dv}{dt} \quad (30)$$

se ha utilizado. En la Ec. (29):

$$\frac{d\gamma}{dv} = \gamma^3 \frac{v}{c^2} \quad (31)$$

de manera que la magnitud F de la fuerza orbital es:

$$\begin{aligned}
 F &= m\gamma \frac{dv}{dt} \left(1 + \gamma^2 \frac{v^2}{c^2}\right) \\
 &= m\gamma \frac{dv}{dt} \left(1 + \frac{v^2}{c^2(1-\frac{v^2}{c^2})}\right) \\
 &= m\gamma^3 \frac{dv}{dt}
 \end{aligned} \tag{32}$$

que es la segunda ley de Newton relativista. Por lo tanto, la ecuación de Leibniz relativista es:

$$F = m\gamma^3 \frac{dv}{dt} = -\frac{mMG}{r^2} \tag{33}$$

Se ha demostrado que:

$$\frac{d\gamma}{dt} \dot{r} + \gamma(\ddot{r} - r\dot{\phi}^2) = \gamma^3 \frac{dv}{dt} \tag{34}$$

donde:

$$v = \dot{r} \tag{35}$$

y

$$\frac{dv}{dt} = \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 \tag{36}$$

Por lo tanto, la órbita relativista en el marco (r, ϕ) se obtiene a través de la resolución simultánea de:

$$F = m\gamma^3 \frac{dv}{dt} = -\frac{mMG}{r^2} \tag{37}$$

y

$$L = \gamma m r^2 \dot{\phi}, \quad \frac{dL}{dt} = 0, \tag{38}$$

Los resultados se comentan en la Sección 3.

Es posible una triple verificación de las ecuaciones orbitales utilizando el hamiltoniano relativista:

$$H = \gamma mc^2 - \frac{mMG}{r} \quad (39)$$

Esta es una constante de movimiento, de manera que:

$$\frac{dH}{dt} = 0 \quad (40)$$

Se deduce entonces, como en la Nota 414(5), que:

$$c^2 \frac{d\gamma}{dt} = -v \frac{MG}{r^2} \quad (41)$$

La magnitud de la fuerza relativista es:

$$F = \frac{d}{dt}(\gamma mv) = m v \frac{d\gamma}{dt} + m \gamma \frac{dv}{dt} \quad (42)$$

de manera que

$$v \frac{d\gamma}{dt} + \gamma \frac{dv}{dt} = - \frac{MG}{r^2} \quad (43)$$

Utilizando la Ec. (41):

$$- \frac{v^2}{c^2} \frac{MG}{r^2} + \gamma \frac{dv}{dt} = - \frac{MG}{r^2} \quad (44)$$

y

$$\gamma \frac{dv}{dt} = - \frac{MG}{r^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \quad (45)$$

de manera que

$$\gamma^3 \frac{dv}{dt} = - \frac{MG}{r^2} \quad (46)$$

que es la Ec. (37), Q. E. D.

Con referencia a la Nota 414(8), consideremos el efecto de la rotación del marco:

$$\phi' = \phi + \omega_1 t \quad (47)$$

en las ecuaciones orbitales relativistas (37) y (38). A partir de la Ec. (47):

$$\dot{\phi}' = \dot{\phi} + \omega_1 + t \frac{d\omega_1}{dt} \quad (48)$$

y las ecuaciones orbitales en el marco (r, ϕ') son:

$$F = m\gamma^3 (\ddot{r} - r\dot{\phi}'^2) = -\frac{mMG}{r^2} \quad (49)$$

y

$$\frac{dL}{dt} = 0, \quad L = \gamma m r^2 \dot{\phi}' \quad (50)$$

en donde el cubo del factor de Lorentz en rotación es:

$$\gamma^3 = \left(1 - \frac{1}{c^2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}'^2)\right)^{-3/2} \quad (51)$$

Se deduce, como en la Nota 414(8), que las ecuaciones de campo orbitales son

$$F = m\gamma^3 (\ddot{r} - r\dot{\phi}'^2) = -\frac{mMG}{r^2} + \Omega_r \Phi \quad (52)$$

y

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\gamma m r^2 \left(\dot{\phi}' + \phi_1 + t \frac{d\phi_1}{dt} \right) \right) = 0 \quad (53)$$

donde la conexión de espín producida por la rotación del marco (47) es:

$$\Omega_r = \frac{1}{r} \left(1 + \gamma^2 A\right)^{3/2} - \frac{c^2}{MG} \gamma^3 A - \frac{1}{r}, \quad (54)$$

Aquí:

$$A = \frac{r^2}{c^2} \left(\omega_1 + t \frac{d\omega_1}{dt} \right) \left(\omega_1 + t \frac{d\omega_1}{dt} + 2\dot{\phi}' \right) \quad (55)$$

y

$$\gamma = \left(1 - \frac{1}{c^2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}'^2)\right)^{-1/2} \quad (56)$$

La órbita producida por las Ecs. (52) y (53) se comenta en la Sección 3. La fuerza del vacío debida a la rotación del marco es:

$$F(\text{vac}) = \Omega_r \Phi = -\frac{mMG}{r} \Omega_r \quad (57)$$

y la fuerza total correctamente covariante es:

$$\underline{F} = -\frac{mMG}{r^2} + F(\text{vac}) \quad (58)$$

como en los documentos de la serie UFT inmediatamente precedentes.

El elemento lineal infinitesimal covariante según ECE2, que corresponde a las ecuaciones orbitales (37) y (38) es

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = (c^2 - v_N^2) dt^2 \quad (59)$$

donde τ es el tiempo propio y v_N es la velocidad newtoniana. Se deduce entonces, como en los documentos UFT106 y UFT192, que:

$$mc^2 = mc^2 \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2 - m v_N^2 \left(\frac{dt}{d\tau} \right)^2. \quad (60)$$

El factor de Lorentz se deduce directamente a partir de la Ec. (59):

$$\gamma = \frac{dt}{d\tau} = \left(1 - \frac{v_N^2}{c^2} \right)^{-1/2} \quad (61)$$

Por lo tanto, el elemento lineal infinitesimal da inmediatamente la ecuación de energía de Einstein:

$$\underline{E}^2 = c^2 \underline{p}^2 + E_0^2 \quad (62)$$

donde

$$\underline{E} = \gamma mc^2, \quad \underline{p} = \gamma m \underline{v}, \quad E_0 = mc^2 \quad (63)$$

Q. E. D.

En coordenadas polares planas, el elemento lineal infinitesimal (59) es

$$mc^2 = \frac{E^2}{mc^2} - m \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 - m r^2 \left(\frac{d\phi}{d\tau} \right)^2 \quad (64)$$

a partir del cual, como en la Nota 414(9), resulta:

$$m \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{E^2}{mc^2} - \frac{L^2}{m r^2} - mc^2 \quad (65)$$

donde E y L son, respectivamente, la energía total relativista y el momento angular relativista. Ambos son constantes de movimiento. Utilizando:

$$\frac{dr}{dz} = \frac{dr}{d\phi} \frac{d\phi}{dz} = \frac{L}{mr^2} \frac{dr}{d\phi} \quad (66)$$

se deduce que:

$$\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 = r^4 \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} - \frac{1}{r^2}\right) \quad (67)$$

donde a y b son constantes de movimiento, definidas por:

$$a = \frac{L}{mc}, \quad b = \frac{Lc}{E} \quad (68)$$

Por lo tanto, el elemento lineal infinitesimal covariante según ECE2 (59) da la ecuación orbital (67) sin consideración alguna de la energía potencial. Se deduce entonces que la ecuación orbital (67) debe provenir del hamiltoniano relativista de la partícula libre:

$$H = E = \gamma mc^2, \quad (69)$$

$$F = \gamma^3 \frac{dV}{dt} = 0. \quad (70)$$

Se deduce a partir de la Ec. (69) que:

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \left(1 - \frac{v_N^2}{c^2}\right)^{-1/2} \quad (71)$$

de manera que

$$\frac{v_N^2}{c^2} = 1 - \frac{m^2 c^4}{E^2} \quad (72)$$

La velocidad newtoniana es:

$$v_N^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 \quad (73)$$

Utilizando:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\phi} \frac{d\phi}{dt} = \dot{\phi} \frac{dr}{d\phi} \quad (74)$$

la velocidad newtoniana puede expresarse como:

$$v_N^2 = \left(r^2 + \left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 \right) \dot{\phi}^2 \quad (75)$$

En la dinámica newtoniana, el momento angular constante es

$$L_0 = m r^2 \dot{\phi} \quad (76)$$

de manera que

$$v_N^2 = \frac{L_0^2}{m^2} \left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 \right) \quad (77)$$

A partir de las Ecs. (71) y (77)

$$\left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 = r^4 \left(\frac{1}{b^2} - \frac{m c^2}{E^2} \cdot \frac{m c^2}{L_0^2} \right) - r^2 \quad (78)$$

En esta ecuación:

$$\frac{m c^2}{E^2} = \frac{1}{\gamma^2} \quad (79)$$

$$L_0^2 = \frac{L^2}{\gamma^2} \quad (80)$$

de manera que:

$$\left(\frac{dr}{d\phi} \right)^2 = r^4 \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) - r^2 \quad (81)$$

que es la Ec. (67), Q. E. D.

Por lo tanto, el elemento lineal infinitesimal (59) y la ecuación de energía y órbita de Einstein (81) son las de una partícula libre relativista.

La Ec. (81) puede integrarse utilizando:

$$\phi = \int \frac{1}{r^2} \left(A - \frac{1}{r^2} \right)^{-1/2} dr \quad (82)$$

donde:

$$A := \frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \quad (83)$$

El integrador de Wolfram en línea da:

$$\phi = -\tan^{-1} \left((Ar^2 - 1)^{-1/2} \right) \quad (84)$$

De manera que se deduce, como en la Nota 414(8), que:

$$r^2 = \frac{L^2}{m^2 c^2 (\gamma^2 - 1)} \left(\frac{1}{\tan^2 \phi} - 1 \right) \quad (85)$$

Esta es la trayectoria relativista de una partícula libre, y se representa gráficamente en la Sección 3. En el límite no relativista:

$$v = r \dot{\phi} \left(\frac{1}{\tan^2 \phi} - 1 \right)^{1/2} \quad (86)$$

como en la Nota 414(9).

A fin de describir la órbita relativista de m alrededor de M , se requiere utilizar el elemento lineal infinitesimal para el espacio-tiempo esféricamente simétrico más general:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{dr^2}{w(r)} - r^2 d\phi^2 \quad (87)$$

donde m es una función de r . A fin de introducir la energía potencial en el elemento lineal infinitesimal, dicho elemento (87) debe emplearse junto con la teoría del marco en rotación. Éste será el tema central del documento UFT415.

3. Comentarios y análisis numérico.

3.1 Comparación con las ecuaciones de Euler-Lagrange en coordenadas cartesianas.

En trabajos anteriores habíamos deducido las ecuaciones orbitales relativistas de Euler-Lagrange en coordenadas cartesianas, que son

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{MG}{\gamma r^3} \left(\frac{\dot{\mathbf{r}}(\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r})}{c^2} - \mathbf{r} \right). \quad (88)$$

Mostramos que éstas son equivalentes a aquellas en coordenadas polares planas empleadas en este trabajo. Para ello, transformamos la Ec. (88) a coordenadas polares, utilizando las transformaciones

$$X = r \cos(\phi), \quad (89)$$

$$Y = r \sin(\phi). \quad (90)$$

Entonces las componentes de la velocidad son

$$v_X = \dot{X} = \dot{r} \cos(\phi) - r\dot{\phi} \sin(\phi), \quad (91)$$

$$v_Y = \dot{Y} = \dot{r} \sin(\phi) + r\dot{\phi} \cos(\phi) \quad (92)$$

y las aceleraciones son

$$a_X = \ddot{X} = \ddot{r} \cos(\phi) - 2\dot{\phi}\dot{r} \sin(\phi) - \ddot{\phi}r \sin(\phi) - \dot{\phi}^2 r \cos(\phi), \quad (93)$$

$$a_Y = \ddot{Y} = \ddot{r} \sin(\phi) + 2\dot{\phi}\dot{r} \cos(\phi) + \ddot{\phi}r \cos(\phi) - \dot{\phi}^2 r \sin(\phi). \quad (94)$$

El producto escalar $\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r}$ en (88) se simplifica a

$$\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r} = v_X X + v_Y Y = r\dot{r} \quad (95)$$

Insertando (91-95) en (88) da entonces, luego de algunas reducciones trigonométricas y resolución a $\ddot{\phi}$ y \ddot{r} :

$$\ddot{\phi} \mathbf{e}_X = \left(\frac{GM \dot{\phi} \dot{r}}{\gamma c^2 r^2} - \frac{2\dot{\phi} \dot{r}}{r} \right) \mathbf{e}_X, \quad (96)$$

$$\ddot{r} \mathbf{e}_Y = \left(\frac{GM \dot{r}^2}{\gamma c^2 r^2} + \dot{\phi}^2 r - \frac{GM}{\gamma r^2} \right) \mathbf{e}_Y \quad (97)$$

donde

$$\mathbf{e}_X = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}_Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (98)$$

son los vectores unitarios cartesianos. Dado que éstos son los mismos a ambos lados de (96, 97), se obtiene en forma directa

$$\ddot{\phi} = \frac{GM \dot{\phi} \dot{r}}{\gamma c^2 r^2} - \frac{2\dot{\phi} \dot{r}}{r}, \quad (99)$$

$$\ddot{r} = \frac{GM \dot{r}^2}{\gamma c^2 r^2} + \dot{\phi}^2 r - \frac{GM}{\gamma r^2}. \quad (100)$$

Estas ecuaciones son idénticas a aquellas obtenidas a partir del lagrangiano

$$\mathcal{L} = -\frac{mc^2}{\gamma} + \frac{mMG}{r} \quad (101)$$

con el factor γ

$$\gamma = \left(1 - \frac{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2}{c^2} \right)^{-1/2}, \quad (102)$$

Q.E.D.

Aplicando la rotación del marco de referencia consiste en el reemplazo

$$\phi \rightarrow \phi' = \phi + \omega_1 t \quad (103)$$

Para el movimiento relativista, el factor relativista γ (102) se reemplaza por

$$\gamma = \left(1 - \frac{\dot{r}^2 + r^2 \left(\frac{d}{dt}(\phi + \omega_1 t) \right)^2}{c^2} \right)^{-1/2} \quad (104)$$

$$= \left(1 - \frac{\dot{r}^2 + r^2 (\dot{\phi} + \omega_1 + \dot{\omega}_1 t)^2}{c^2} \right)^{-1/2}. \quad (105)$$

Insertando esto en el lagrangiano (101) y evaluando las ecuaciones de Euler-Lagrange para ϕ y r , obtenemos el conjunto de ecuaciones

$$\ddot{\phi} = -\dot{\omega}_1 t - \frac{2\dot{\omega}_1 \dot{r} t}{r} + \frac{\dot{\omega}_1 GM \dot{r} t}{\gamma c^2 r^2} + \frac{\omega_1 GM \dot{r}}{\gamma c^2 r^2} \quad (106)$$

$$-2\dot{\omega}_1 - \frac{2\omega_1 \dot{r}}{r} + \frac{GM \dot{\phi} \dot{r}}{\gamma c^2 r^2} - \frac{2\dot{\phi} \dot{r}}{r},$$

$$\ddot{r} = \dot{\omega}_1^2 r t^2 + 2\dot{\omega}_1 \dot{\phi} r t + 2\omega_1 \dot{\omega}_1 r t \quad (107)$$

$$+ \omega_1^2 r + 2\omega_1 \dot{\phi} r + \dot{\phi}^2 r + \frac{GM \dot{r}^2}{\gamma c^2 r^2} - \frac{GM}{\gamma r^2}.$$

Estas ecuaciones deben de resolverse simultáneamente para una dada función ω_1 . Este conjunto de ecuaciones se vuelve idéntico a (99, 100) para $\omega_1 \rightarrow 0$, tal como se requiere para mantener consistencia.

3.2 Solución numérica sin rotación.

El conjunto de ecuaciones (99, 100) se ha resuelto numéricamente para un sistema demostrativo, con parámetros cercanos a la unidad. Hay una precesión hacia delante de la órbita, que se representa en la Fig. 1. Esto ya se conocía de documentos previos. El momento angular relativista con rotación se define mediante

$$L = \gamma m r^2 (\dot{\phi} + \omega_1 + \dot{\omega}_1 t) \quad (108)$$

y se obtiene a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange como una constante de movimiento. Se compara con su contraparte no relativista

$$L_N = m r^2 (\dot{\phi} + \omega_1 + \dot{\omega}_1 t) \quad (109)$$

en la Fig. 2, mostrando la requerida consistencia en el caso relativista. El factor γ se representa en la Fig. 3, indicando que estamos en un caso relativista significativo. La energía total

$$E = mc^2 (\gamma - 1) - \frac{mMG}{r} \quad (110)$$

y la correspondiente expresión newtoniana

$$E = \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 (\dot{\phi} + \omega_1 + \dot{\omega}_1 t)^2 \right) - \frac{mMG}{r} \quad (111)$$

se representan en la Fig. 4. Sólo en las posiciones del apastro, donde la velocidad orbital es mínima, los valores newtonianos son aproximadamente iguales a los valores relativistas.

3.3 Solución numérica con rotación.

Para la solución de las ecuaciones con rotación de marco (106, 107) la función de rotación

$$\omega_1 = a \exp(-bt) \quad (112)$$

se utilizó con un valor negativo de a y uno positivo para el parámetro b . Debido a la rotación del marco, hay un efecto de precesión mucho mayor en la órbita (Fig. 5). Además de esto, la extensión orbital (ancho de X y Y) es más pequeño como efecto de la rotación. Los momentos angulares, el factor γ y las energías totales (Figs. 6-8) poseen un aspecto muy similar al caso sin rotación (Figs. 2-4), sin embargo, el período de rotación se ha abreviado y hay una mayor distancia entre los valores relativistas y no relativistas, lo cual indica que la mayor frecuencia

de rotación aumenta la velocidad orbital, y por ende los efectos relativistas. El factor γ posee un valor mínimo más alto, apuntalando el mismo resultado.

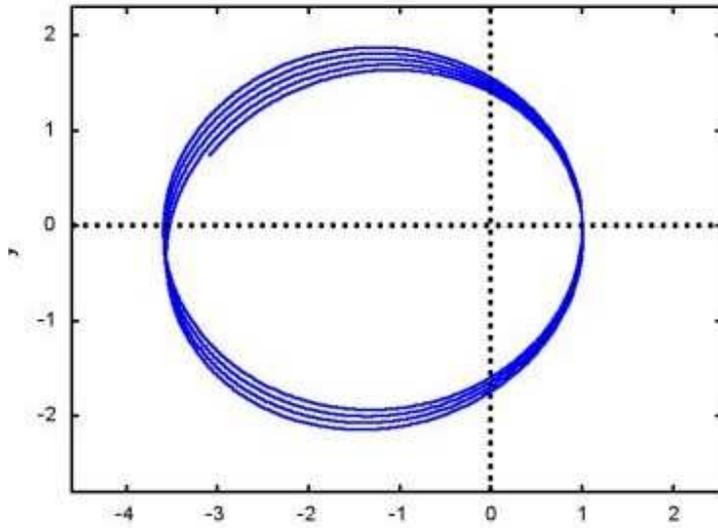


Figura 1: Órbita con movimiento relativista.

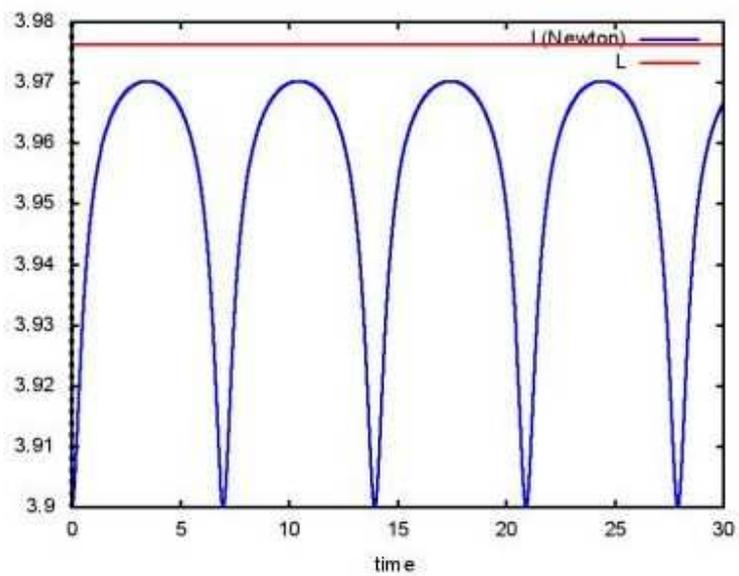


Figura 2: Momentos angulares de órbita relativista.

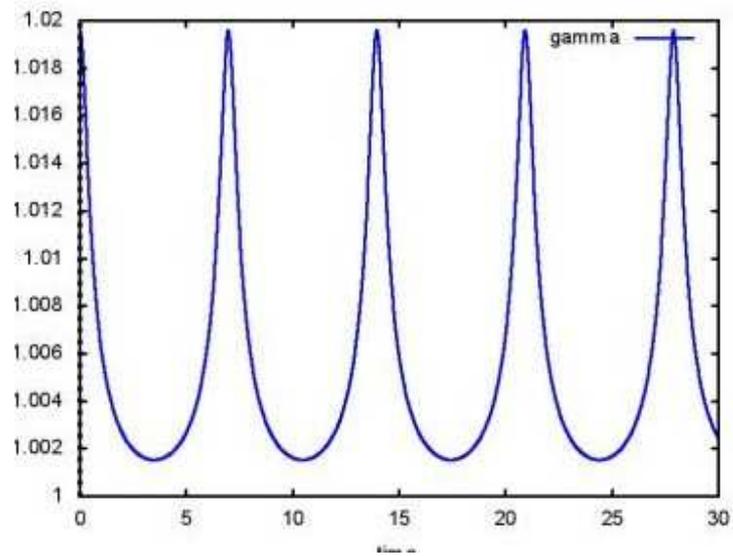


Figura 3: Factor γ de órbita relativista.

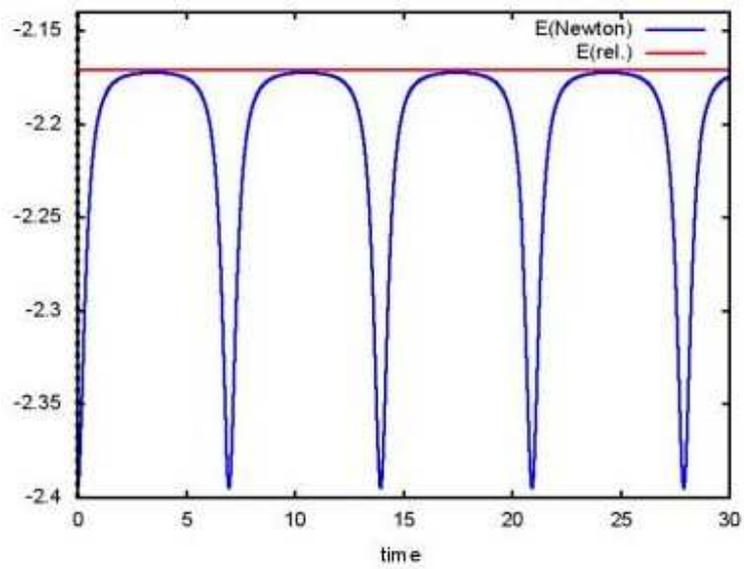


Figura 4: Energías totales de órbita relativista.

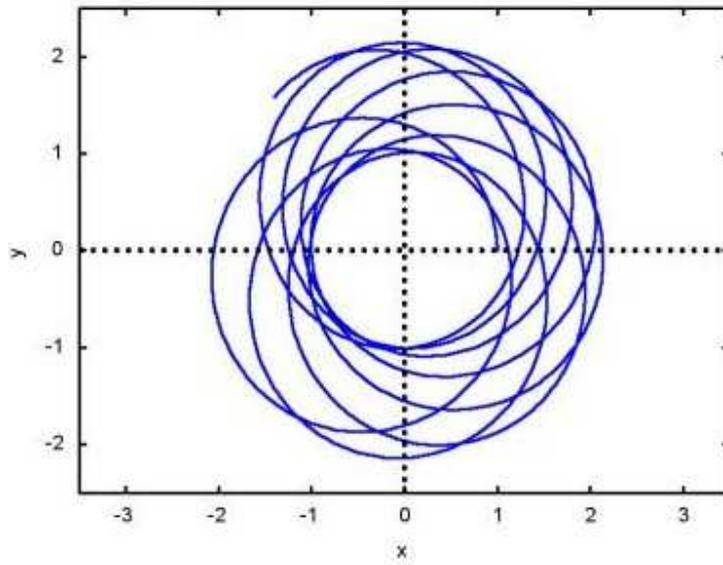


Figura 5: Órbita de movimiento relativista con rotación de marco.

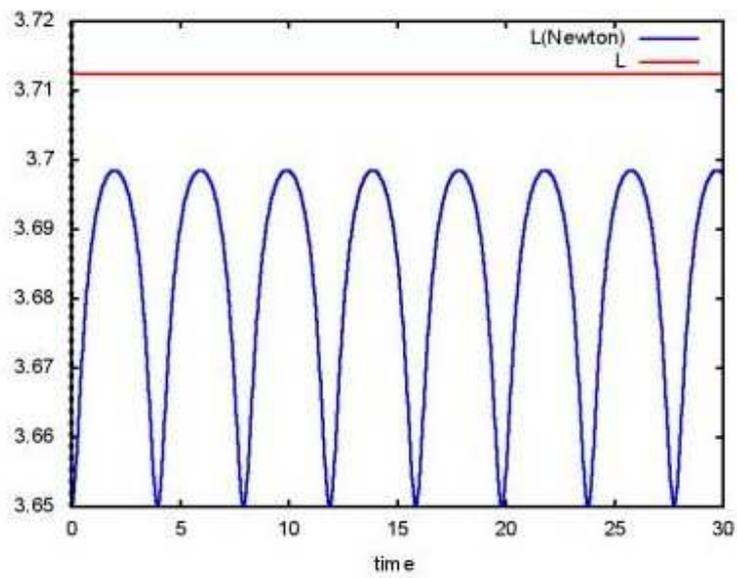


Figura 6: Momentos angulares de órbita relativista con rotación de marco.

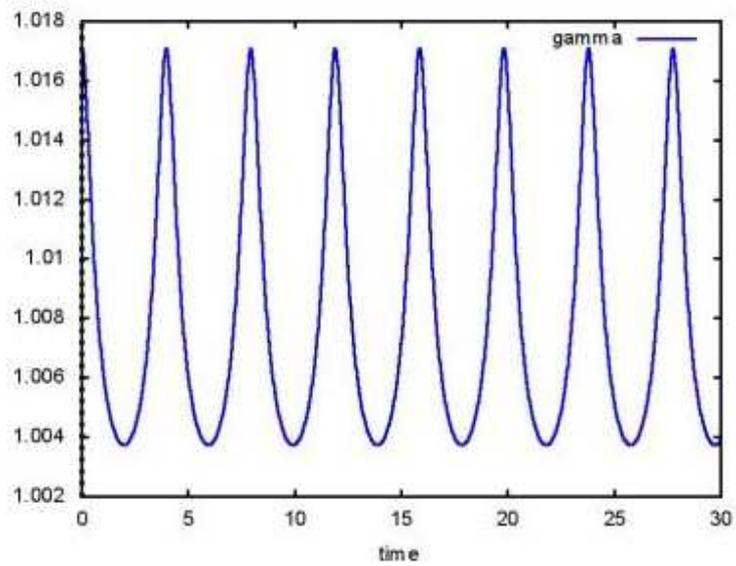


Figura 7: Factor γ de órbita relativista con rotación de marco.

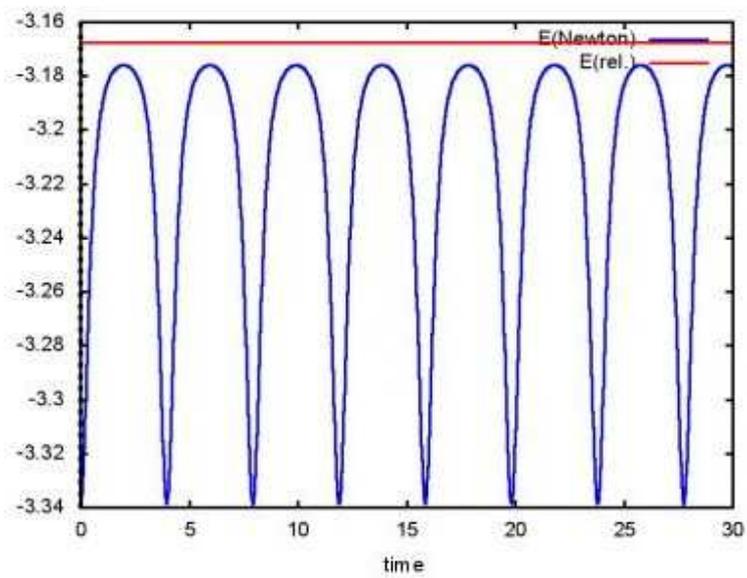


Figura 8: Energías totales de órbita relativista con rotación de marco.

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh, CEO de Annexa Inc., por la publicación voluntaria, mantenimiento del portal y del programa de retroalimentación de visitas al mismo. Se agradece a Alex Hill por muchas traducciones y lecturas en idioma castellano, y a Robert Cheshire y Michael Jackson por lecturas y preparación de videos en idioma inglés.

Referencias bibliográficas.

- [1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom, D. J. Crothers y U. E. Bruchholtz, “Principios de la Teoría ECE, Volumen Dos” (ePubli, Berlín 2017).
- [2] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, “Principios de la Teoría ECE, Volumen Uno” (New Generation, Londres 2016, ePubli Berlín 2017).
- [3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, “Criticisms of the Einstein Field Equation” (UFT301 en www.aias.us y Cambridge International 2010).
- [4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis 2005 - 2011, en siete volúmenes con encuadernación blanda, de libre acceso en varios docs. UFT, portales combinados www.aias.us y www.upitec.org).
- [5] L. Felker, “Las Ecuaciones de Evans de la Teoría del Campo Unificado” (Abramis 2007, de libre acceso como UFT302, traducción castellana por Alex Hill).
- [6] H. Eckardt, “El Modelo de Ingeniería ECE” (de libre acceso como UFT203, ecuaciones reunidas).
- [7] M. W. Evans, “Collected Scientometrics” (de libre acceso como UFT307, New Generation, Londres, 2015).
- [8] M. W. Evans y L. B. Crowell, “Classical and Quantum Electrodynamics and the $B^{(3)}$ Field” (World Scientific 2001, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us).
- [9] M. W. Evans y S. Kielich, Eds., “Modern Nonlinear Optics” (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997 y 2001) en dos secciones y seis volúmenes, enc. dura y blanda y como libro electrónico.
- [10] M. W. Evans y J. - P. Vigié, “The Enigmatic Photon” (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 1999) en cinco volúmenes, enc. dura y blanda, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us).
- [11] M. W. Evans, Ed. “Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity” (Cambridge International Science Publishing, 2012, de libre acceso en los portales).
- [12] M. W. Evans, Ed., J. Foundations of Physics and Chemistry (Cambridge International Science Publishing).
- [13] M. W. Evans y A. A. Hasanein, “The Photomagneton in Quantum Field Theory (World Scientific 1974).
- [14] G. W. Robinson, S. Singh, S. B. Zhu y M. W. Evans, “Water in Biology, Chemistry and Physics” (World Scientific 1996).
- [15] W. T. Coffey, M. W. Evans, y P. Grigolini, “Molecular Diffusion and Spectra” (Wiley Interscience 1984).
- [16] M. W. Evans, G. J. Evans, W. T. Coffey y P. Grigolini”, “Molecular Dynamics and the Theory of Broad Band Spectroscopy (Wiley Interscience 1982).
- [17] M. W. Evans, “The Elementary Static Magnetic Field of the Photon”, *Physica B*, 182(3), 227-236 (1992).
- [18] M. W. Evans, “The Photon’s Magnetic Field: Optical NMR Spectroscopy” (World Scientific 1993).
- [19] M. W. Evans, “On the Experimental Measurement of the Photon’s Fundamental Static Magnetic Field Operator, $B^{(3)}$: the Optical Zeeman Effect in Atoms”, *Physica B*, 182(3), 237 - 143 (1982).
- [20] M. W. Evans, “Molecular Dynamics Simulation of Induced Anisotropy: I Equilibrium Properties”, *J. Chem. Phys.*, 76, 5473 - 5479 (1982).

- [21] M. W. Evans, "A Generally Covariant Wave Equation for Grand Unified Theory" *Found. Phys. Lett.*, 16, 513 - 547 (2003).
- [22] M. W. Evans, P. Grigolini y P. Pastori-Parravicini, Eds., "Memory Function Approaches to Stochastic Problems in Condensed Matter" (Wiley Interscience, reimpresso 2009).
- [23] M. W. Evans, "New Phenomenon of the Molecular Liquid State: Interaction of Rotation and Translation", *Phys. Rev. Lett.*, 50, 371, (1983).
- [24] M. W. Evans, "Optical Phase Conjugation in Nuclear Magnetic Resonance: Laser NMR Spectroscopy", *J. Phys. Chem.*, 95, 2256-2260 (1991).
- [25] M. W. Evans, "New Field induced Axial and Circular Birefringence Effects" *Phys. Rev. Lett.*, 64, 2909 (1990).
- [26] M. W. Evans, J. - P. Vigiér, S. Roy y S. Jeffers, "Non Abelian Electrodynamics", "Enigmatic Photon Volume 5" (Kluwer, 1999)
- [27] M. W. Evans, replica a L. D. Barron "Charge Conjugation and the Non Existence of the Photon's Static Magnetic Field" , *Physica B*, 190, 310-313 (1993).
- [28] M. W. Evans, "A Generally Covariant Field Equation for Gravitation and Electromagnetism" *Found. Phys. Lett.*, 16, 369 - 378 (2003).
- [29] M. W. Evans y D. M. Heyes, "Combined Shear and Elongational Flow by Non Equilibrium Electrodynamics", *Mol. Phys.*, 69, 241 - 263 (1988).
- [30] Ref. (22), impression de 1985.
- [31] M. W. Evans y D. M. Heyes, "Correlation Functions in Couette Flow from Group Theory and Molecular Dynamics", *Mol. Phys.*, 65, 1441 - 1453 (1988).
- [32] M. W. Evans, M. Davies y I. Larkin, Molecular Motion and Molecular Interaction in the Nematic and Isotropic Phases of a Liquid Crystal Compound", *J. Chem. Soc. Faraday II*, 69, 1011-1022 (1973).
- [33] M. W. Evans y H. Eckardt, "Spin Connection Resonance in Magnetic Motors", *Physica B*, 400, 175 - 179 (2007).
- [34] M. W. Evans, "Three Principles of Group Theoretical Statistical Mechanics", *Phys. Lett. A*, 134, 409 - 412 (1989).
- [35] M. W. Evans, "On the Symmetry and Molecular Dynamical Origin of Magneto Chiral Dichroism: "Spin Chiral Dichroism in Absolute Asymmetric Synthesis" *Chem. Phys. Lett.*, 152, 33 - 38 (1988).
- [36] M. W. Evans, "Spin Connection Resonance in Gravitational General Relativity", *Acta Physica Polonica*, 38, 2211 (2007).
- [37] M. W. Evans, "Computer Simulation of Liquid Anisotropy, III. Dispersion of the Induced Birefringence with a Strong Alternating Field", *J. Chem. Phys.*, 77, 4632-4635 (1982).
- [38] M. W. Evans, "The Objective Laws of Classical Electrodynamics, the Effect of Gravitation on Electromagnetism" *J. New Energy Special Issue* (2006).
- [39] M. W. Evans, G. C. Lie y E. Clementi, "Molecular Dynamics Simulation of Water from 10 K to 1273 K", *J. Chem. Phys.*, 88, 5157 (1988).
- [40] M. W. Evans, "The Interaction of Three Fields in ECE Theory: the Inverse Faraday Effect" *Physica B*, 403, 517 (2008).
- [41] M. W. Evans, "Principles of Group Theoretical Statistical Mechanics", *Phys. Rev.*, 39, 6041 (1989).