Las ecuaciones de movimiento de Evans-Eckardt.

por

M. W. Evans y H. Eckardt

(Civil List y UPITEC)

(www.aias.us , www.upitec.org , www.et3m.net , www.archive.org , www.archive.org.uk)

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen.

Se definen y desarrollan las ecuaciones de movimiento de Evans-Eckardt (EE) en la *teoría m*. Son ecuaciones de aplicabilidad general en todas las ramas de la física y resultan fundamentales, ya que se basan en el conocido hecho de que el hamiltoniano y el momento angular son constantes de movimiento. Se les compara con el desarrollo del lagrangiano de la *teoría m*. La aplicación de la *teoría m* se ejemplifica mediante dinámica de galaxias, en donde la relatividad general einsteiniana (RGE) fracasa por completo. La *teoría m* se emplea para definir una masa efectiva, confirmando el trabajo presentado en el documento UFT419, y se desarrolla su representación cartesiana. Se aplica la *teoría m* al efecto Sagnac.

Palabras clave: teoría de campo unificado ECE, teoría m, las ecuaciones de movimiento de Evans-Eckardt.

1. Introducción.

En documentos recientes de esta serie [1-41] se ha desarrollado la *teoría m*, y se ha aplicado a la física y a la cosmología. En la Sección 2 de este documento, se definen las ecuaciones de movimiento de Evans-Eckardt (*EE*), directamente a partir del hecho de que el hamiltoniano (*H*) y el momento angular (*L*) de cualquier sistema bien definido son constantes de movimiento. Las ecuaciones *EE* pueden aplicarse a todas las ramas de la física clásica, relativista y cuántica, a cualquier sistema en donde *H* y *L* estén bien definidas en el *espacio m*, el espacio con simetría esférica más general. Se comparan las ecuaciones *EE* con los métodos lagrangianos de documentos inmediatamente precedentes de esta serie UFT. Se encuentra que las ecuaciones *EE* resultan más fundamentales que el método lagrangiano.

Este documento constituye una breve sinópsis de extensos cálculos y cómputos descritos en las Notas de Acompañamiento UFT420, publicadas en el portal www.aias.us. En la Nota 420(1) se aplica la *teoría m* a galaxias, en donde la relatividad general einsteiniana (RGE) fracasa por completo y queda refutada en su totalidad. La *teoría m* reproduce la forma de cualquier galaxia en términos de la función m(r) definida en documentos inmediatamente precedentes de esta serie. En la Nota 420(2) se utiliza la *teoría m* para definir la masa efectiva de una órbita de atracción, y reemplaza de esta manera a la teoría de agujeros negros. En la Nota 420(3), se desarrolla la representación cartesiana de la *teoría m*. En la Nota 420(4) se desarrolla la *teoría m* para el efecto Sagnac. Finalmente, en las Notas 420(5) a 420(7), se definen las ecuaciones de Evans-Eckardt y se aplican a la dinámica clásica relativista. Se les compara con los métodos lagrangianos de documentos inmediatamente precedentes, y se demuestra que resultan más fundamentales que éstos. Pueden ser codificadas y producen resultados a partir de las mismas en cualquier rama de la física, química e ingeniería.

2. Desarrollo de las ecuaciones *EE*.

Las ecuaciones de movimiento de Evans-Eckardt (*EE*) son:

$$\frac{dH}{dt} = 0 \tag{1}$$

y

$$\frac{dL}{dt} = 0 \tag{2}$$

donde *H* es el hamiltoniano y *L* el momento angular de cualquier sistema bien definido en cualquier rama de la física. Las ecuaciones *EE* se basan en el conocido hecho de que *H* y *L* son constantes de movimiento, y producen las ecuaciones de fuerza a partir de *H* y *L*. Consideremos el sistema de coordenadas en documentos inmediatamente precedentes, (r_1, ϕ), donde

$$r_1 = \frac{r}{m(r)^{1/2}}, \tag{3}$$

En este sistema de coordenadas:

$$H = m(r_1)\, m c^2 \gamma - \frac{mMG}{r_1} \tag{4}$$

y

$$L = \gamma m r_1^2 \dot{\phi} \tag{5}$$

donde el factor de Lorentz generalizado es:

$$\gamma = \left(m(r_1) - \frac{\dot{\underline{r}}_1 \cdot \dot{\underline{r}}_1}{c^2} \right)^{-1/2} . \tag{6}$$

Aquí, *m* es la masa que gira en órbita alrededor de una masa *M*, separada de ella por una distancia $\underline{r}_1$ en el espacio m.

En la Ec. (6):

$$\dot{\underline{r}}_1 \cdot \dot{\underline{r}}_1 = \dot{r}_1^2 + r_1^2 \dot{\phi}^2 \tag{7}$$

Utilizando álgebra computacional se obtienen las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r_1}{dt^2} = {} & \frac{c^2}{2} \frac{dm(r_1)}{dr_1} \left(1 - \frac{1}{\gamma^2 m(r_1)} \right) - \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 r_1 - \left(\frac{d\phi}{dt} \right) \left(\frac{d^2\phi}{dt^2} \right) r_1^2 \Big/ \frac{dr_1}{dt} \\ & - \frac{MG}{\gamma^3 r_1^2 (m(r_1))^{1/2}} \left(1 - \frac{dm(r_1)}{dr_1} \frac{r_1}{m(r_1)} \right) \end{aligned} \tag{8}$$

y

$$\begin{aligned} \frac{d^2\phi}{dt^2} = {} & \left(\gamma^2 c^2 \frac{d\phi}{dt} r_1 \frac{dr_1}{dt} \frac{dm(r_1)}{dr_1} - 2\gamma^2 \left(\frac{d\phi}{dt} \right) r_1 \frac{dr_1}{dt} \frac{d^2 r_1}{dt^2} \right. \\ & \left. - 2\gamma^2 \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^3 r_1^2 \left(\frac{dr_1}{dt} \right) + 4c^2 \left(\frac{d\phi}{dt} \right) \left(\frac{dr_1}{dt} \right) \right) \Big/ \left(2\gamma^2 \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 r_1^3 + 2c^2 r_1 \right) \end{aligned} \tag{9}$$

las cuales pueden integrarse simultáneamente para producir precesiones orbitales hacia adelante y en reversa. La RGE fracasa por completo en su capacidad de producir precesiones en reversa. Las Ecs. (8) y (9) definen órbitas en encogimiento y varios otros efectos descritos gráficamente en la Sección 3. Llegan mucho más allá que el modelo establecido de la física. En la Nota 420(7) se muestra cómo las ecuaciones de fuerza newtonianas se definen a través de las ecuaciones de Evans Eckardt, tanto en coordenadas cartesianas como en coordenadas polares planas. En la física newtoniana los métodos de *EE* y del lagrangiano producen los mismos resultados, tal como se demuestra en la Nota 420(9). Esto también se cumple en relatividad restringida.

Sin embargo, en la *teoría m* las ecuaciones *EE* a partir del hamiltoniano (4) y el momento angular (5) resultan más fundamentales que el método lagrangiano. A partir de las Ecs. (1) y (4):

$$mc^2 \frac{d}{dt}\left(m(r_1)\gamma\right) = \frac{d}{dt}\frac{mMG}{r_1} = -\frac{mMG}{r_1^2}\dot{r}_1 . \qquad (10)$$

Utilizamos ahora:

$$\frac{d}{dt}\left(m(r_1)\gamma\right) = \frac{d}{dv_1}\left(m(r_1)\gamma\right)\dot{v}_1 \qquad (11)$$

para hallar las ecuaciónes *EE* de movimiento:

$$mc^2 \frac{d}{dv_1}\left(m(r_1)\gamma\right)\dot{v}_1 = -\frac{mMG}{r_1^2}\dot{r}_1 . \qquad (12)$$

El teorema de Leibniz da:

$$\frac{d}{dv_1}\left(m(r_1)\gamma\right) = \gamma \frac{dm(r_1)}{dv_1} + m(r_1)\frac{d\gamma}{dv_1} \qquad (13)$$

donde

$$\frac{d\gamma}{dv_1} = \gamma^3 \frac{v_1}{c^2} \qquad (14)$$

de manera que:

$$\left(m(r_1)v_1\gamma^3 + c^2\gamma\frac{dm(r_1)}{dv_1}\right)\frac{dv_1}{dt} = -\frac{mMG}{r_1^2}\dot{r}_1 \qquad (15)$$

Nótese ahora que:

$$\frac{d}{dt}\left(\gamma v_1\right) = \frac{d}{dv_1}\left(\gamma v_1\right)\frac{dv_1}{dt}$$
$$= \left(\gamma + v_1\frac{d\gamma}{dv_1}\right)\frac{dv_1}{dt} = \left(\gamma + \gamma^3\frac{v_1^2}{c^2}\right)\frac{dv_1}{dt}$$

$$= \gamma^3 \frac{dv_1}{dt}\left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{v_1^2}{c^2}\right)$$

$$= m(r_1)\gamma^3 \frac{dv_1}{dt} \tag{16}$$

y utilizamos un sistema de coordenadas cartesianas en donde:

$$v_1 = \dot{r}_1 \tag{17}$$

para hallar que la ecuación *EE* de movimiento es:

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \dot{r}_1) = -\frac{mMG}{r_1^2} - \frac{mc^2}{v_1}\frac{dv_1}{dt}\frac{dm(r_1)\gamma}{dv_1} \tag{18}$$

Finalmente empleamos:

$$\frac{dm(r_1)}{dr_1} = \frac{dm(r_1)}{dt}\frac{dt}{dr_1} = \frac{1}{v_1}\frac{dm(r_1)}{dt} \tag{19}$$

y

$$\frac{dm(r_1)}{dt} = \frac{dm(r_1)}{dv_1}\dot{v}_1 \tag{20}$$

para hallar que la ecuación *EE* de movimiento es:

$$\frac{d}{dt}(\gamma m \dot{r}_1) = -\frac{mMG}{r_1^2} - mc^2\gamma\frac{dm(r_1)}{dr_1} \tag{21}$$

que se reduce correctamente a la conocida ecuación de fuerza orbital newtoniana en coordenadas cartesianas:

$$\ddot{r} = -\frac{MG}{r^2} \tag{22}$$

en el límite:

$$\frac{dm(r_1)}{dr_1} \rightarrow 0,\ r_1 \rightarrow r,\ \gamma \rightarrow 1 \tag{23}$$

La fuerza del vacío de la ecuación *EE* (21) es:

$$F(vac) = -\frac{\partial E}{\partial r_1} = -mc^2\gamma\frac{dm(r_1)}{dr_1} \tag{24}$$

donde la energía total relativista de la *teoría m* es

$$E = \gamma m(r_1) mc^2 \tag{25}$$

Tal como se muestra en el documento UFT417, la fuerza del vacío se vuelve infinita bajo condiciones bien definidas.

Nótese cuidadosamente que el método lagrangiano utilizado en UFT417 produce el resultado:

$$\frac{d}{dt}\left(\gamma m \dot{r}_1\right) = -\frac{mMG}{r_1^2} - \frac{mc^2}{2}\gamma \frac{dm(r_1)}{dr_1} \tag{26}$$

a partir del lagrangiano:

$$\mathcal{L} = -mc^2\left(m(r_1) - \frac{1}{c^2}\dot{\underline{r}}_1\cdot\dot{\underline{r}}_1\right)^{1/2} + \frac{mMG}{r_1} \tag{27}$$

y la ecuación de Euler Lagrange:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\underline{r}}_1} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \underline{r}_1} = \underline{\nabla}\mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_1}\underline{e}_r \tag{28}$$

que, en coordenadas cartesianas, es equivalente a

$$\frac{d}{dt}\left(\gamma m \dot{r}_1\right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r_1}. \tag{29}$$

Las ecuaciones *EE* de movimiento producen una fuerza de vacío que es el doble del valor de aquella producida por el método lagrangiano. Por lo tanto, en la *teoría m* las ecuaciones *EE* son las más fundamentales, y debe de hallarse un lagrangiano que produzca los resultados de las ecuaciones *EE*. Una forma de buscar el lagrangiano correcto es mediante la suma de un lagrangiano definido mediante:

$$\frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial r_1} = -\frac{mc^2}{2}\gamma\frac{dm(r_1)}{dr_1} \tag{30}$$

y

$$\frac{\partial \mathcal{L}_1}{\partial \dot{r}_1} = 0 \tag{31}$$

El lagrangiano:

$$\mathcal{L}_2 = \mathcal{L} + \mathcal{L}_1 \qquad (32)$$

da la ecuación *EE* (21) con la ecuación de Euler Lagrange (28), dadas las ecuaciones restrictivas (30) y (31).

Es bien sabido que el punto débil del método del lagrangiano es que el lagrangiano deba de seleccionarse mediante inspección. Por otro lado, las ecuaciones *EE* están bien definidas desde el principio, y se basan directamente en el hecho de que *H* y *L* son constantes de movimiento.

Una posible solución de la Ec. (30) es:

$$\mathcal{L}_1 = -\frac{mc^2}{2} \gamma m(r_1). \qquad (33)$$

Por lo tanto, la Ec. (31) es:

$$\frac{\partial}{\partial \dot{r}_1}\left(\gamma m(r_1)\right) = 0 \qquad (34)$$

es decir

$$m(r_1)\frac{\partial \gamma}{\partial \dot{r}_1} + \gamma \frac{\partial m(r_1)}{\partial \dot{r}_1} = 0 \qquad (35)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\dot{r}_1}{c^2}\gamma^3 + \gamma \frac{\partial m(r_1)}{\partial \dot{r}_1} = 0 \qquad (36)$$

Utilizando:

$$\frac{dm(r_1)}{dt} = \frac{dm(r_1)}{dv_1}\dot{v}_1 \qquad (37)$$

Se encuentra que las ecuaciónes restrictivas (30) y (31) son equivalentes a:

$$\frac{dm(r_1)}{dr_1} = -\frac{\dot{v}_1}{c^2}\gamma^2 \qquad (38)$$

que es una cantidad pequeña que desaparece en forma consistente en el límite no relativista:

$$c^2 \longrightarrow \infty \qquad (39)$$

Este descubrimiento es consistente con el hecho de que las correcciones radiativas son correcciones muy pequeñas.

Podría argumentarse que el método del lagrangiano produce resultados que resultan tan fundamentales como aquellos de las ecuaciones *EE*, de manera que pueden representarse gráficamente los resultados de ambos métodos y compararse entre sí en forma directa. Sin embargo, el procedimiento que suele seguirse en física es la selección del lagrangiano de manera que produzca los resultados del hamiltoniano. Existe también un conocido teorema general que vincula al hamiltoniano con el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \sum_i u_i p_i - H \tag{40}$$

Sin embargo, se considera que es posibe utilizar las ecuaciones *EE* para cualquier problema de la física, de manera que no se necesita el método del lagrangiano, y no hay necesidad de seleccionar un lagrangiano mediante inspección.

Las ecuaciones *EE* y la *teoría m* superan por completo a la relatividad general einsteiniana. Un ejemplo de lo anterior se incluye en la Nota 420(1), en donde se demuestra que las teorías orbitales newtoniana y einsteiniana fracasan por completo en describir la curva de velocidad de una galaxia en espiral. Se refiere al lector a los detalles en la Nota 420(1). En las galaxias, las ecuaciones *EE* se utilizan para hallar la función orbital $dr/d\phi$, de manera que la curva de velocidad puede calcularse a partir de:

$$v^2 = \frac{L^2 m(r)}{\gamma^2 m^2 r^2}\left(1 + \frac{1}{r^2}\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2\right) \tag{41}$$

Otro ejemplo se incluye en la Nota 420(2), donde se utilizan las ecuaciones *EE* en una teoría en la que:

$$\frac{dm(r)}{dr} = 0. \tag{42}$$

Esta teoría define una masa efectiva de atracción, y confirma las conclusiones del documento UFT419, en lo referido a la órbita de la estrella S2. Esta órbita refuta la RGE por un factor de cien, y es una elipse que no es kepleriana. Para mayores detalles, se refiere al lector a la Nota 420(2), en donde se demuestra que la *teoría m* da el tipo de órbita más general, que resulta en una velocidad constante para valores infinitos de *r*. En la Nota 420(3), se desarrolla la representación cartesiana de la *teoría m*, y en la Nota 420(4) se demuestra que el efecto Sagnac en la *teoría m* es:

$$\Delta t = \frac{4 A r\, \Omega}{m(r) c^2} \tag{43}$$

donde Ar es el área del anillo de Sagnac, Ω es la velocidad angular rotacional de la plataforma, y Δt es la diferencia de tiempo para viajes a la velocidad de la luz en sentido de las agujas del reloj y en sentido inverso. Por lo tanto, m(r) puede medirse en forma directa a través del efecto Sagnac.

Agradecimientos.

Se agradece al Gobierno Británico por la Pensión Civil Vitalicia y al equipo técnico de AIAS y otros por muchas discusiones interesantes. Se agradece a Dave Burleigh, CEO de Annexa Inc., por la publicación voluntaria, mantenimiento del portal y del programa de retroalimentación de visitas al mismo. Se agradece a Alex Hill por muchas traducciones y lecturas en idioma castellano, y a Robert Cheshire y Michael Jackson por lecturas y preparación de videos en idioma inglés.

Referencias bibliográficas.

[1] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom, D. J. Crothers y U. E. Bruchholtz, "Principios de la Teoría ECE, Volumen Dos" (ePubli, Berlín 2017).
[2] M. W. Evans, H. Eckardt, D. W. Lindstrom y S. J. Crothers, "Principios de la Teoría ECE, Volumen Uno" (New Generation, Londres 2016, ePubli Berlín 2017).
[3] M. W. Evans, S. J. Crothers, H. Eckardt y K. Pendergast, "Criticisms of the Einstein Field Equation" (UFT301 en www.aias.us y Cambridge International 2010).
[4] M. W. Evans, H. Eckardt y D. W. Lindstrom "Generally Covariant Unified Field Theory" (Abramis 2005 - 2011, en siete volúmenes con encuadernación blanda, de libre acceso en varios docs. UFT, portales combinados www.aias.us y www.upitec.org).
[5] L. Felker, "Las Ecuaciones de Evans de la Teoría del Campo Unificado" (Abramis 2007, de libre acceso como UFT302, traducción castellana por Alex Hill).
[6] H. Eckardt, "El Modelo de Ingeniería ECE" (de libre acceso como UFT203, ecuaciones reunidas).
[7] M. W. Evans, "Collected Scientometrics" (de libre acceso como UFT307, New Generation, Londres, 2015).
[8] M .W. Evans y L. B. Crowell, "Classical and Quantum Electrodynamics and the $B^{(3)}$ Field" (World Scientific 2001, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us).
[9] M . W. Evans y S. Kielich, Eds., "Modern Nonlinear Optics" (Wiley Interscience, Nueva York, 1992, 1993, 1997 y 2001) en dos secciones y seis volúmenes, enc. dura y blanda y como libro electrónico.
[10] M. W. Evans y J. - P. Vigier, "The Enigmatic Photon" (Kluwer, Dordrecht, 1994 a 1999) en cinco volúmenes, enc. dura y blanda, de libre acceso en la sección Omnia Opera del portal www.aias.us).
[11] M. W. Evans, Ed. "Definitive Refutations of the Einsteinian General Relativity" (Cambridge International Science Publishing, 2012, de libre acceso en los portales).
[12] M. W. Evans, Ed., J. Foundations of Physics and Chemistry (Cambridge International Science Publishing).
[13] M. W. Evans y A. A. Hasanein, "The Photomagneton in Quantum Field Theory (World Scientific 1974).
[14] G. W. Robinson, S. Singh, S. B. Zhu y M. W. Evans, "Water in Biology, Chemistry and Physics" (World Scientific 1996).
[15] W. T. Coffey, M. W. Evans, y P. Grigolini, "Molecular Diffusion and Spectra" (Wiley Interscience 1984).
[16] M. W. Evans, G. J. Evans, W. T. Coffey y P. Grigolini", "Molecular Dynamics and the Theory of Broad Band Spectroscopy (Wiley Interscience 1982).
[17] M. W. Evans, "The Elementary Static Magnetic Field of the Photon", *Physica B*, 182(3), 227-236 (1992).
[18] M. W. Evans, "The Photon's Magnetic Field: Optical NMR Spectroscopy" (World Scientific 1993).
[19] M. W. Evans, "On the Experimental Measurement of the Photon's Fundamental Static Magnetic Field Operator, $B^{(3)}$: the Optical Zeeman Effect in Atoms", *Physica B*, 182(3), 237 - 143 (1982).
[20] M. W. Evans, "Molecular Dynamics Simulation of Induced Anisotropy: I Equilibrium Properties" , *J. Chem. Phys.*, 76, 5473 - 5479 (1982).

[21] M. W. Evans, “A Generally Covariant Wave Equation for Grand Unified Theory” *Found. Phys. Lett.*, 16, 513 - 547 (2003).
[22] M. W. Evans, P. Grigolini y P. Pastori-Parravicini, Eds., “Memory Function Approaches to Stochastic Problems in Condensed Matter” (Wiley Interscience, reimpreso 2009).
[23] M. W. Evans, “New Phenomenon of the Molecular Liquid State: Interaction of Rotation and Translation”, *Phys. Rev. Lett.*, 50, 371, (1983).
[24] M .W. Evans, “Optical Phase Conjugation in Nuclear Magnetic Resonance: Laser NMR Spectroscopy”, *J. Phys. Chem.*, 95, 2256-2260 (1991).
[25] M. W. Evans, “New Field induced Axial and Circular Birefringence Effects” *Phys. Rev. Lett.*, 64, 2909 (1990).
[26] M. W. Evans, J. - P. Vigier, S. Roy y S. Jeffers, “Non Abelian Electrodynamics”, “Enigmatic Photon Volume 5" (Kluwer, 1999)
[27] M. W. Evans, replica a L. D. Barron “Charge Conjugation and the Non Existence of the Photon’s Static Magnetic Field” , *Physica B*, 190, 310-313 (1993).
[28] M. W. Evans, “A Generally Covariant Field Equation for Gravitation and Electromagnetism” *Found. Phys. Lett.*, 16, 369 - 378 (2003).
[29] M. W. Evans y D. M. Heyes, “Combined Shear and Elongational Flow by Non Equilibrium Electrodynamics”, *Mol. Phys.*, 69, 241 - 263 (1988).
[30] Ref. (22), impression de 1985.
[31] M. W. Evans y D. M. Heyes, “Correlation Functions in Couette Flow from Group Theory and Molecular Dynamics”, *Mol. Phys.*, 65, 1441 - 1453 (1988).
[32] M. W. Evans, M. Davies y I. Larkin, Molecular Motion and Molecular Interaction in the Nematic and Isotropic Phases of a Liquid Crystal Compound”, *J. Chem. Soc.* Faraday II, 69, 1011-1022 (1973).
[33] M. W. Evans y H. Eckardt, “Spin Connection Resonance in Magnetic Motors”, *Physica B.*, 400, 175 - 179 (2007).
[34] M. W. Evans, “Three Principles of Group Theoretical Statistical Mechanics”, *Phys. Lett. A*, 134, 409 - 412 (1989).
[35] M. W. Evans, “On the Symmetry and Molecular Dynamical Origin of Magneto Chiral Dichroism: “Spin Chiral Dichroism in Absolute Asymmetric Synthesis” *Chem. Phys. Lett*., 152, 33 - 38 (1988).
[36] M. W. Evans, “Spin Connection Resonance in Gravitational General Relativity”, *Acta Physica Polonica*, 38, 2211 (2007).
[37] M. W. Evans, “Computer Simulation of Liquid Anisotropy, III. Dispersion of the Induced Birefringence with a Strong Alternating Field”, *J. Chem. Phys.*, 77, 4632-4635 (1982).
[38] M. W. Evans, “The Objective Laws of Classical Electrodynamics, the Effect of Gravitation on Electromagnetism” *J. New Energy Special Issue* (2006).
[39] M. W. Evans, G. C. Lie y E. Clementi, “Molecular Dynamics Simulation of Water from 10 K to 1273 K”, *J. Chem. Phys.*, 88, 5157 (1988).
[40] M. W. Evans, “The Interaction of Three Fields in ECE Theory: the Inverse Faraday Effect” *Physica B*, 403, 517 (2008).
[41] M. W. Evans, “Principles of Group Theoretical Statistical Mechanics”, *Phys. Rev*., 39, 6041 (1989).