

Campos de fuerza centrales descritos mediante la teoría m ,

Parte III.

Horst Eckardt¹,

A.I.A.S. y UPITEC
(www.aias.us, www.upitec.org)

Documento 451, Copyright © para AIAS

Julio 5, 2022

Traducción: Alex Hill

Resumen

La serie de documentos acerca de campos de fuerza generados por el mismo espaciotiempo se continua aquí investigando un espaciotiempo en rotación. Se construyen dos tétradas que conducen a métricas con elementos diagonales y no diagonales para un espaciotiempo en rotación con simetría esférica. Los campos de fuerza se computan con el formalismo desarrollado por un camino a través de todas las etapas de la geometría de Cartan. En el caso de la métrica no diagonal del espaciotiempo, se debió definir una aproximación para superar problemas de cómputo. Las polarizaciones eléctrica y magnética resultantes representan un enfoque geométrico para explorar las propiedades de los nucleones y aun de quarks y la razonable suposición de que son los más pequeños ladrillos de la materia.

Palabras clave: Teoría de campo unificado; teoría m ; simetría central; gravitación; electromagnetismo; partículas elementales.

1 Introducción.

En los documentos precedentes [1], investigamos el espaciotiempo con simetría esférica de la relatividad general en el marco de la teoría ECE [2]. En particular, la relatividad general se introdujo empleando la teoría m [3], en la que las distorsiones relativistas de la coordenada radial r se describen mediante funciones métricas $m(r)$.

Se construyó una tétrada de Cartan de tal forma que la métrica resultante de un espaciotiempo con simetría esférica incluya la función m . Aplicando todo el formalismo de la teoría ECE a esta tétrada conduce a campos de fuerza, cargas topológicas y densidades de corriente. Estos campos y densidades surgen sólo a partir de la geometría. Esto es sorprendente porque, en la física normal, las ecuaciones de campo deben resolverse para obtener soluciones de campo en una geometría dada. Los campos ECE están unificados por definición, o sea, pueden considerarse como campos electromagnéticos o como campos gravitacionales, o incluso como campos cuánticos (en aproximación clásica).

En este documento, consideramos la rotación del espaciotiempo esférico, que es una extensión del concepto que hemos empleado hasta ahora. Un espaciotiempo en rotación corresponde a una rotación del marco de la geometría de Cartan, que ya se ha estudiado antes [3]. En

¹email: mail@horst-eckardt.de

ese libro, exploramos esta rotación usando la métrica directamente como base, y hallamos aplicaciones sencillas para la precesión de de Sitter y Lense-Thirring, por ejemplo. En este documento, definimos tétradas para un espaciotiempo en rotación, de manera que podemos aplicar el mecanismo completo de Cartan-ECE y encontrar las correspondientes densidades y campos de fuerza. Empleamos dos enfoques que se describen en [3], uno emplea una métrica diagonal y otro emplea una métrica que contiene elementos fuera de la diagonal. Estos elementos complican el tratamiento matemático enormemente, de manera que puede hallarse una solución sólo para una versión aproximada del espaciotiempo en rotación. Esta aproximación, aunque algo grosera, es suficientemente buena como para permitir comparar los resultados con las estructuras internas de las partículas elementales, respaldadas por el Modelo Oficial.

2 Espaciotiempo en rotación con simetría esférica.

2.1 Métrica de rotación sólo con elementos diagonales.

Un espaciotiempo con simetría esférica se describe con coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) y el tiempo t . Los efectos relativistas se limitan al tiempo y a la coordenada radial, y se expresan mediante la función m [1, 3]. El elemento lineal de la métrica al cuadrado es

$$ds^2 = c^2 m(r) dt^2 - \frac{dr^2}{m(r)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\phi^2. \quad (1)$$

Asumimos que el marco rota alrededor del eje Z con una frecuencia angular constante igual a ω_0 . Entonces, la coordenada azimutal ϕ se vuelve dependiente del tiempo (expresado como ϕ'), y se expresa mediante el diferencial

$$d\phi' = d\phi + \omega_0 dt. \quad (2)$$

El elemento lineal anterior deviene entonces

$$\begin{aligned} ds^2 &= c^2 m(r, t) dt^2 - \frac{dr^2}{m(r, t)} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 d\phi'^2 \\ &= c^2 m(r, t) dt^2 - \frac{dr^2}{m(r, t)} \\ &\quad - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin(\theta)^2 (d\phi^2 + 2\omega_0 d\phi dt + \omega_0^2 dt^2). \end{aligned} \quad (3) \quad \text{and}$$

Esta forma de la métrica posee un término fuera de la diagonal, que acopla las coordenadas t y ϕ . Utilizando la relación habitual para coordenadas polares,

$$d\phi = \omega_0 dt, \quad (4)$$

obtenemos:

$$ds^2 = (c^2 m(r, t) - 3\omega_0^2 r^2 \sin(\theta)^2) dt^2 - \frac{dr^2}{m(r, t)} - r^2 \sin(\theta)^2 d\phi^2. \quad (5)$$

Esta es una métrica diagonal nuevamente. Podemos expresarla en forma de matriz como

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{bmatrix} c^2 m(r) - 3\omega_0^2 r^2 \sin(\theta)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{m(r)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin(\theta)^2 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Como se describe en [1], esta métrica puede obtenerse a partir de la tétrada

$$(q^a{}_\mu) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{c^2 m(r) - 3\omega_0^2 r^2 \sin^2(\theta)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\sqrt{m(r)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r \sin(\theta)}{2} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Aplicando el formalismo de la geometría de Cartan a esta métrica y tétrada, obtenemos lo siguiente para los campos de fuerza:

$$\mathbf{E}^{(0)} = \begin{bmatrix} f_r(r, \theta) \\ f_\theta(r, \theta) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{E}^{(2)} = \mathbf{E}^{(3)} = \mathbf{0}, \quad (9)$$

$$\mathbf{B}^{(0)} = \mathbf{B}^{(1)} = \mathbf{0}, \quad (10)$$

$$\mathbf{B}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{A_0}{r_0} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{B}^{(3)} = \begin{bmatrix} -\frac{A_0 r \cos \theta}{r_0^2} \\ \frac{A_0 \sin \theta}{r_0} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

donde A_0 y r_0 son constantes, y $f_r(r, \theta)$ y $f_\theta(r, \theta)$ son funciones complicadas no listadas aquí, pero que pueden verse en el código de álgebra computacional (ver en upitec.org.). Este resultado es similar al de [1] para una métrica sin rotación, excepto por el hecho de que el campo de polarización $\mathbf{E}^{(0)}$ tiene ahora un componente adicional θ y depende de la frecuencia de rotación ω_0 . Los campos \mathbf{B} son idénticos a aquellos sin rotación [1] (sólo las constantes se han definido en forma diferente).

Las funciones f_r y f_θ contienen términos de la forma

$$\sqrt{c^2 m(r) - 3\omega_0^2 r^2 \sin^2(\theta)}, \quad (13)$$

que a su vez contienen el componente ϕ de la velocidad de rotación orbital en el radio r :

$$v_\phi = \omega_0 r \sin \theta. \quad (14)$$

Como consecuencia, la Ec.(8) incluye el factor relativista γ

$$\begin{aligned} \gamma &= c (c^2 m(r) - 3\omega_0^2 r^2 \sin^2(\theta))^{-1/2} \\ &= \left(m(r) - 3 \frac{v_\phi^2}{c^2} \right)^{-1/2}, \end{aligned} \quad (15)$$

que también aparece en la teoría para un marco general en rotación (ver precesiones de de Sitter y de Lense-Thirring en la Sección 9.3.3 de [3]). En [3], la descripción del marco general de rotación se restringió a un sistema de coordenadas polares plano, pero contenía una traslación

adicional. Esta traslación no está presente en nuestro caso, y la rotación es estacionaria con una velocidad angular constante.

En el límite $r \rightarrow 0$, tenemos

$$\gamma \rightarrow m(0)^{-1/2}, \quad (16)$$

que define una relación entre γ y $m(r)$. En el límite del espacio plano $m(r)=1$, resulta que $\gamma = 1$, o sea que es el límite no relativista para $r \rightarrow 0$.

Los rotacionales que no desaparecen de los campos de fuerza son

$$\nabla \times \mathbf{E}^{(0)} = \begin{bmatrix} g_r(r, \theta) \\ g_\theta(r, \theta) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}^{(2)} = \begin{bmatrix} -\frac{A_0 \cos \theta}{rr_0 \sin \theta} \\ \frac{A_0}{rr_0} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{A_0(r_0-r) \sin \theta}{rr_0^2} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Las funciones g_r , g_θ son funciones complicadas nuevamente, y dependen de ω_0 adicionalmente. Para un espaciotiempo que no rota, el rotacional eléctrico desaparece [1], de manera que esto es un puro efecto de rotación. Llamativamente, el rotacional del campo eléctrico corresponde a una corriente de monopolos magnéticos, que resulta a partir de la ley de Faraday de la teoría ECE (Ec. (4.73) en [3]). Por lo tanto, la rotación produce una estructura de monopolo además del campo magnético (el cual ya produce sin rotación). Los rotacionales de las polarizaciones del campo magnético son idénticas a aquellos sin rotación, que se dan en [1]. Se obtienen resultados similares para la divergencia que no desaparece de las polarizaciones del campo eléctrico y magnético:

$$\nabla \cdot \mathbf{E}^{(0)} = h(r, \theta), \quad (20)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^{(3)} = A_0 \left(\frac{2}{rr_0} - \frac{3}{r_0^2} \right) \cos \theta \quad (21)$$

con una función h complicada.

Los resultados para la métrica en diagonal con rotación se representan en las Figs. 1 - 8, similarmente a como se representan en [1]. Comenzamos con la representación de las Ecs. (8) y (17) para el campo eléctrico $\mathbf{E}^{(0)}$, computado utilizando la función m de modelo

$$m(r) = 2 - \exp \left(\log(2) \exp \left(-\frac{r}{R} \right) \right) \quad (22)$$

como en documentos previos. En la Fig. 1 vemos que el campo eléctrico se dirige hacia el exterior en el plano central $\theta = \pi/2$, mientras que apunta al centro en los polos. En la esfera interna apunta hacia el centro en todas partes, indicando un campo central. El rotacional del campo (Fig. 2) siempre es paralelo al plano central y cambia de dirección en este plano. En la esfera interna, la dirección es inversa a aquella en la esfera externa.

Ahora comparamos ambas gráficas con los resultados para la función $m(r)=1$, que se utilizó para las Figs. 3 y 4. El rotacional de $\mathbf{E}^{(0)}$ es muy similar a la Fig. 2, pero el campo en la

esfera interior de la Fig. 3 no posee simetría central como en la Fig. 1. Este es el efecto causado por el límite $m(r) \rightarrow 0$ para $r \rightarrow 0$. Esta diferencia se vuelve aún más aparente cuando se compara el componente radial del campo E con su divergencia en dependencia con r (Figs. 5 y 6). Cerca del centro, la función m conduce a un polo en el campo eléctrico así como en su divergencia, revelando un poderoso efecto de una carga topológica. Cuando empleamos la aproximación $m(r) = 1$, estos polos desaparecen, y ambas curvas son lineales hacia el centro. En el extremo derecho de las gráficas, los valores de la velocidad de rotación v_ϕ se vuelven tan grandes que nos acercamos al límite ultra-relativista $\gamma \rightarrow \infty$. Aquí, el campo al igual que su divergencia tienden al infinito. Esto es reminiscente de los orbitales electrónicos en los elementos pesados, donde la velocidad de las ondas electrónicas alcanza la velocidad de la luz. Sin embargo, esta situación es diferente de la nuestra, porque hay un fuerte potencial en los átomos, mientras que aquí sólo estamos considerando las ramificaciones geométricas.

La divergencia del campo eléctrico en la región central se ilustra en las Figs. 7 y 8 para ambos modelos de la función m . Tal como se explicó en [1], el plano horizontal de las imágenes corresponde al plano vertical (r, θ) de la esfera. La función m realista conduce a un embudo de divergencia similar a un potencial de Coulomb, mientras que la función $m(r) = 1$ sólo conduce a un pico en el centro, con algunas variaciones cerca del mismo. Estos hallazgos concuerdan con aquellos mostrados en las otras figuras.

Las propiedades de los campos magnéticos son las mismas que aquellas para el espacio-tiempo sin rotación, que ya se han representado gráficamente y discutido en [1].

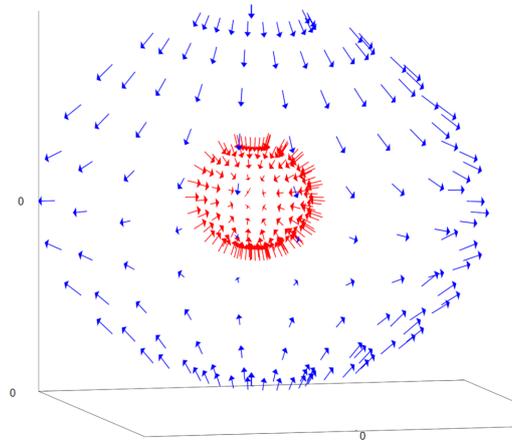


Figura 1: $\mathbf{E}^{(0)}$, con la función modelo $m(r)$.

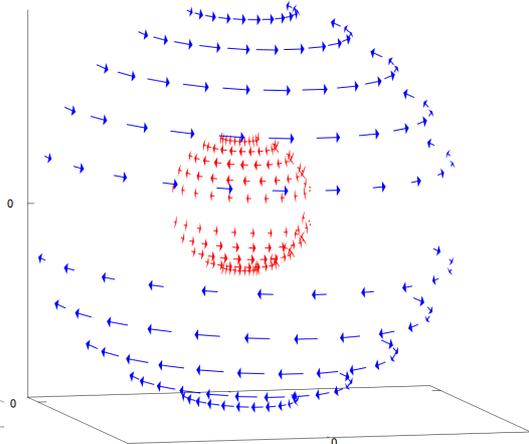


Figura 2: $\text{rot}(\mathbf{E}^{(0)})$, con la función modelo $m(r)$.

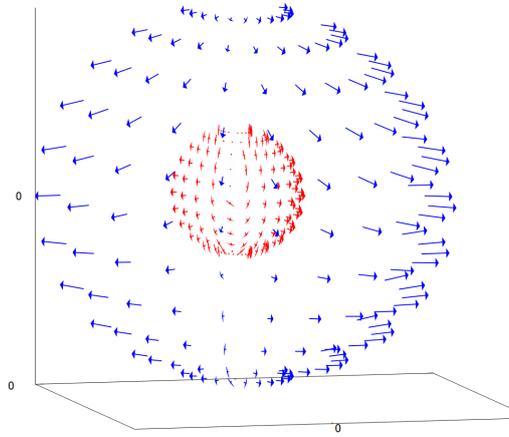


Figura 3: $\mathbf{E}^{(0)}$, con $m(r)=1$.

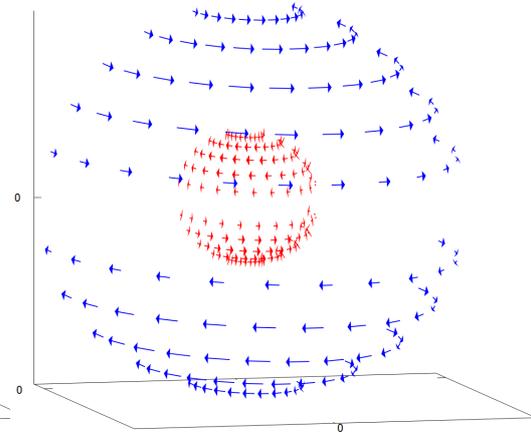


Figura 4: $\text{rot}(\mathbf{E}^{(0)})$, con $m(r)=1$.

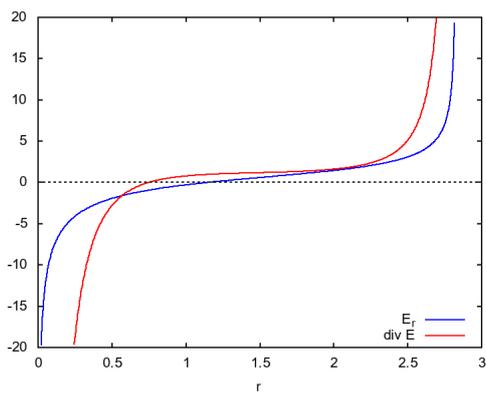


Figura 5: Funciones radiales $E_r^{(0)}$ y $\text{div}(\mathbf{E}^{(0)})$ en el ecuador ($\theta = \pi/2$), para la función de modelo $m(r)$.

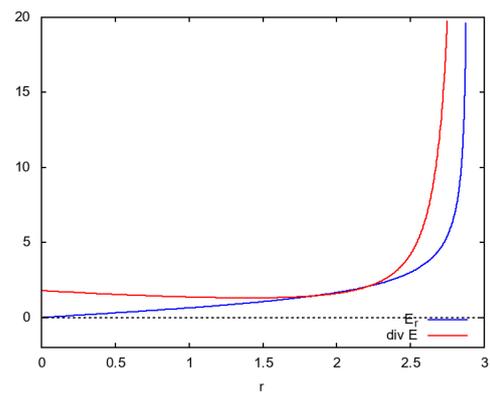


Figura 6: Funciones radiales $E_r^{(0)}$ y $\text{div}(\mathbf{E}^{(0)})$ en el ecuador ($\theta = \pi/2$), para $m(r)=1$.

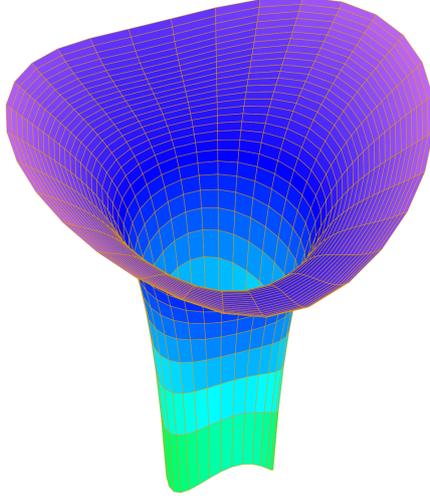


Figura 7: Gráfica de contorno de $\text{div}(\mathbf{E}^{(0)})$ en el plano vertical (r, θ) para la función modelo $m(r)$.

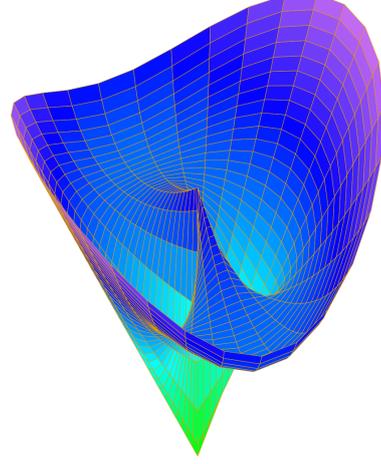


Figura 8: Gráfica de contorno de $\text{div}(\mathbf{E}^{(0)})$ en el plano vertical (r, θ) para $m(r) = 1$.

2.2 Métrica en rotación con elementos no diagonales.

Como alternativa a la métrica diagonal de rotación, ahora empleamos la métrica (3) directamente, sin reemplazo del término mixto $d\phi dt$ por la Ec. (4). El resultado es

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= c^2 m(r, t) dt^2 - \frac{dr^2}{m(r, t)} - r^2 d\theta^2 \\
 &\quad - r^2 \sin^2(\theta) (d\phi^2 + 2\omega_0 d\phi dt + \omega_0^2 dt^2) \\
 &= (c^2 m(r, t) - \omega_0^2 r^2 \sin^2(\theta)) dt^2 - \frac{dr^2}{m(r, t)} - r^2 d\theta^2 \\
 &\quad - 2r^2 \sin^2(\theta) \omega_0 d\phi dt - r^2 \sin^2(\theta) d\phi^2.
 \end{aligned} \tag{23}$$

Esta métrica, expresada en forma matricial, es

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{bmatrix} c^2 m(r) - \omega_0^2 r^2 \sin^2(\theta) & 0 & 0 & -2\omega_0 r^2 \sin^2(\theta) \\ 0 & -\frac{1}{m(r)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ -2\omega_0 r^2 \sin^2(\theta) & 0 & 0 & -r^2 \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \tag{24}$$

y contiene los elementos fuera de la diagonal $g_{03} = g_{30}$. En principio, esta es la métrica de Kerr de la relatividad general, pero la métrica de Kerr se expresa en "coordenadas de Boyer-Lindquist", que resulta en una estructura más complicada [4]. No obstante, la métrica de Kerr tiene elementos no diagonales que no desaparecen, similares a aquellos en la Ec. (24).

La métrica de la Ec. (24) puede construirse a partir de la tétrada

$$(q^a{}_\mu) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{c^2 m(r) + 3\omega_0^2 r^2 \sin(\theta)^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2\sqrt{m(r)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r}{2} & 0 \\ \omega_0 r \sin(\theta) & 0 & 0 & -\frac{r \sin(\theta)}{2} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

donde son posibles variaciones en los signos que dan el mismo resultado (24). Aplicando el formalismo de la geometría de Cartan, sin embargo, conduce a un sistema de ecuaciones inconsistente para los símbolos de Christoffel (conexiones Γ), de manera que no es posible solución alguna y el formalismo deja de funcionar en este punto. No resulta claro el motivo detrás de este fracaso. Para hallar la causa se requeriría un profundo análisis matemático del sistema de ecuaciones correspondiente de 64 ecuaciones con 64 variables, el cual por el momento hemos pospuesto. En vez, introducimos una aproximación para la métrica. Los resultados muestran que es posible una solución para la métrica no diagonal, cuando g_{03} y g_{30} son constantes. Por lo tanto, modificamos estos elementos a

$$g_{03} = g_{30} = -2\omega_0 r_1^2. \quad (26)$$

Esto significa que asumimos que $r \approx r_1 = \text{const.}$ y $\theta \approx \pi/2$ con $\sin \theta \approx 1$, lo cual corresponde a una región en la geometría esférica cercana al plano ecuatorial con un radio restringido alrededor de r_1 . La métrica se lee entonces como

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{bmatrix} c^2 m(r) - \frac{\omega_0^2 r_1^4 \sin(\theta)^2}{r^2} & 0 & 0 & -2\omega_0 r_1^2 \\ 0 & -\frac{1}{m(r)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ -2\omega_0 r_1^2 & 0 & 0 & -r^2 \sin(\theta)^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

y se obtiene a partir de la tétrada modificada

$$(q^a{}_\mu) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}F_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2\sqrt{m(r)}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r}{2} & 0 \\ \frac{\omega_0 r_1^2}{r \sin(\theta)} & 0 & 0 & -\frac{r \sin(\theta)}{2} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

con la función

$$F_0 = \sqrt{c^2 m(r) + \frac{4\omega_0^2 r_1^4}{r^2 \sin(\theta)^2} - \frac{\omega_0^2 r_1^4 \sin(\theta)^2}{r^2}}. \quad (29)$$

Deberá notarse que la matriz de la tétrada no es simétrica.

Los campos de fuerza magnéticos resultantes son los mismos que para la métrica estática y la métrica rotacional con sólo elementos diagonales. Por lo tanto, el rotacional y la divergencia de los campos de fuerza magnéticos son idénticos en los tres casos. En contraste, los campos de fuerza eléctricos son distintos de cero para las cuatro polarizaciones, y lo mismo se cumple para sus rotacionales. En cuanto a sus divergencias, sólo las polarizaciones (0) y (3) dan valores que no desaparecen. En la Tabla 1 se han recopilado los resultados para los tres casos de la métrica para su análisis. Como ya se ha mencionado, los campos magnéticos, así como sus valores para sus rotacionales y divergencias, son idénticos para los tres casos.

Métrica	estática		diagonal		fuera de la diagonal	
	m(r) var.	m(r)=1	m(r) var.	m(r)=1	m(r) var.	m(r)=1
$\mathbf{E}^{(0)}$	x	-	x	x	x	x
$\mathbf{E}^{(1)}$	-	-	-	-	x	x
$\mathbf{E}^{(2)}$	-	-	-	-	x	x
$\mathbf{E}^{(3)}$	-	-	-	-	x	x
$\mathbf{B}^{(0)}$	-	-	-	-	-	-
$\mathbf{B}^{(1)}$	-	-	-	-	-	-
$\mathbf{B}^{(2)}$	x	x	x	x	x	x
$\mathbf{B}^{(3)}$	x	x	x	x	x	x
rot $\mathbf{E}^{(0)}$	-	-	x	x	x	x
rot $\mathbf{E}^{(1)}$	-	-	-	-	x	x
rot $\mathbf{E}^{(2)}$	-	-	-	-	x	x
rot $\mathbf{E}^{(3)}$	-	-	-	-	x	x
rot $\mathbf{B}^{(0)}$	-	-	-	-	-	-
rot $\mathbf{B}^{(1)}$	-	-	-	-	-	-
rot $\mathbf{B}^{(2)}$	x	x	x	x	x	x
rot $\mathbf{B}^{(3)}$	x	x	x	x	x	x
div $\mathbf{E}^{(0)}$	x	-	x	x	x	x
div $\mathbf{E}^{(1)}$	-	-	-	-	-	-
div $\mathbf{E}^{(2)}$	-	-	-	-	-	-
div $\mathbf{E}^{(3)}$	-	-	-	-	x	x
div $\mathbf{B}^{(0)}$	-	-	-	-	-	-
div $\mathbf{B}^{(1)}$	-	-	-	-	-	-
div $\mathbf{B}^{(2)}$	-	-	-	-	-	-
div $\mathbf{B}^{(3)}$	x	x	x	x	x	x

Tabla 1: Elementos que no desaparecen (x) de los campos de fuerza y sus derivadas.

En el tercer caso, las polarizaciones del campo eléctrico $\mathbf{E}^{(0)}$ y $\mathbf{E}^{(3)}$ son bastante complicadas. Las otras dos polarizaciones eléctricas son

$$\mathbf{E}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2A_0\omega_0 r_1^2 \sqrt{m(r)}}{rr_0} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$\mathbf{E}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{2A_0\omega_0 r_1^2 \cos(\theta)}{rr_0 \sin(\theta)} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Estos campos sólo tienen una componente ϕ y son rotacionales. A partir de la Tabla 1, puede verse que todos los campos \mathbf{E} muestran un rotacional, pero $\mathbf{E}^{(0)}$ y $\mathbf{E}^{(3)}$ tienen además una divergencia, de manera que son parcialmente campos fuente. Lo mismo aplica para $\mathbf{B}^{(3)}$. El rotacional y la divergencia de los campos \mathbf{B} ya se ha representado gráficamente en [1].

3 Interpretación de los resultados.

Para analizar un poco más los tres casos de la métrica, consideramos la carga total que surge a partir de las densidades de carga

$$\rho^{(a)} = \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E}^{(a)} \quad (32)$$

para cada polarización a . La carga total viene dada por la integral

$$Q^{(a)} = \int \rho^{(a)} d^3r \quad (33)$$

con el elemento de volumen esférico

$$d^3r = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi. \quad (34)$$

La mayoría de las veces la integral no tiene solución analítica. Por lo tanto, nos restringimos al caso más sencillo, la métrica no rotacional. La integral de la carga da

$$Q^{(0)} = 0, \quad (35)$$

pero cuando consideramos sólo la integral radial, en un rango entre 0 y cierto valor de r , vemos que el valor de la integral es finito en un amplio rango y se aproxima a cero sólo para $r \rightarrow \infty$. Esto se representó con la curva de color verde en la Fig. 9. La densidad de carga $\rho^{(0)}$ (curva color azul) diverge para $r \rightarrow 0$ similar al caso de una carga puntual, pero tiene valores positivos por encima de cierto radio. Para obtener una mejor comprensión de la conducta de la carga para un radio r , hemos representado la densidad de un segmento de concha esférica

$$S^{(a)}(r) = r^2 \rho^{(a)}(r) \quad (36)$$

como la curva de color rojo en la Fig. 9. Esto se parece a una función de onda o distribución de carga de partículas elementales. En un documento ECE acerca de la estructura partónica de partículas elementales [5], se mostró que tales estructuras pueden obtenerse mediante funciones de onda de tipo Beltrami. La curva roja de la Fig. 9 puede compararse directamente con una distribución de carga del neutrón obtenida experimentalmente (Fig. 5 en [5]).

La Fig. 10 muestra la integral de la densidad de carga del campo $\mathbf{B}^{(3)}$, que conduce al dipolo construido por monopolos magnéticos como se describe en [1]. La integral radial sobre la densidad de carga diverge, pero la parte angular lleva la integral a cero, como sería de esperarse para dipolos.

Como ejemplo para resultados de la métrica no diagonal (caso tres), se representan las divergencias de los campos $\mathbf{E}^{(0)}$ y $\mathbf{E}^{(3)}$ en la Fig. 11. Obviamente, ambas polarizaciones conducen a diferentes signos de cargas cerca del centro. A partir de la Tabla 1, vemos que las cuatro polarizaciones eléctricas no desaparecen, como también es el caso para sus rotacionales. Lo mismo se cumple para dos de los campos \mathbf{B} . En total, hay seis campos que no desaparecen y seis rotacionales. Esto nos permite efectuar una conexión con la física de las partículas elementales. De acuerdo con el modelo generalmente establecido, hay tres grupos ("generaciones") de quarks con seis miembros en cada uno. El grupo más importante es el primer grupo. Éste contiene tres quarks hacia arriba y tres quarks hacia abajo, que constituyen los nucleones de la materia ordinaria (protones y neutrones). Los quarks hacia arriba poseen un espín de $1/2$ y una carga de $2/3e$, mientras que los quarks hacia abajo tienen un espín de $-1/2$ y una carga de $-1/3e$. Los quarks no existen como partículas individuales pero sí sólo en combinaciones que dan cargas de 0 o de $\pm e$

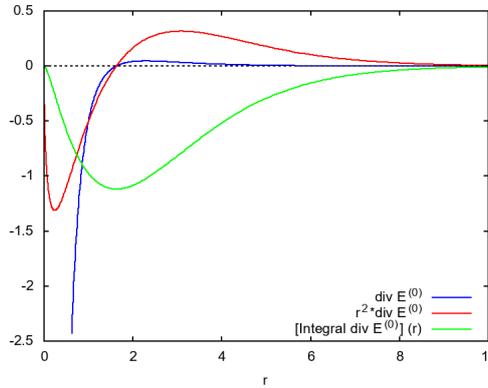


Figura 9: $\text{div}(\mathbf{E}^{(0)})$, $r^2 \text{div}(\mathbf{E}^{(0)})$ e integral de $\text{div}(\mathbf{E}^{(0)})$ para una métrica estática.

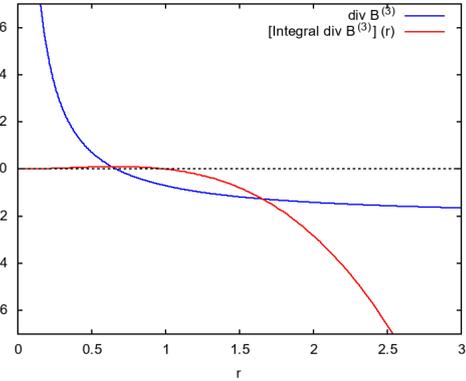


Figura 10: $\text{div}(\mathbf{B}^{(3)})$ e integral de $\text{div}(\mathbf{B}^{(3)})$ para una métrica estática.

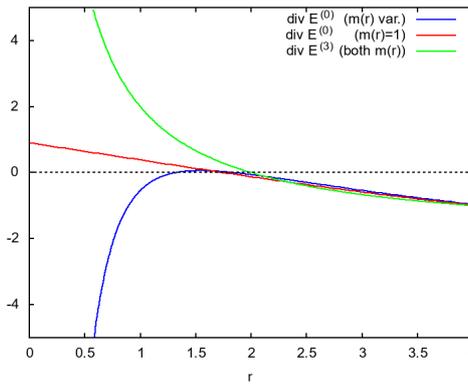


Figura 11: $\text{div}(\mathbf{E}^{(0)})$ y $\text{div}(\mathbf{E}^{(3)})$ para una métrica de rotación no diagonal.

y efectúan la "fuerza nuclear fuerte",

Todos los grupos de quarks se clasifican por propiedades de simetría. Esto justifica la suposición de que el origen de la carga y el espín de las partículas elementales yace en la geometría. La rotación de un espaciotiempo con simetría esférica crea seis formas geométricas básicas indicadas por la estructura de los vectores de polarización de los campos de fuerza o, aternativamente, de sus vectores rotacionales.

Los quarks no pueden ser observados en forma directa, sino sólo a través de la colisión de partículas elementales y de la investigación subsiguiente de sus productos de descomposición, que son otras partículas. Por lo tanto, es razonable suponer que el origen de la carga y la masa de las partículas elementales yace en la geometría. Un espaciotiempo individual con simetría esférica no puede dividirse en fragmentos. Esto corresponde al hecho de que los quarks no pueden observarse en forma individual.

El modelo establecido de las partículas elementales es fenomenológico, embellecido con

un poco de teoría de grupos. Contrariamente a esto, el espaciotiempo con simetría central de la teoría ECE se define por completo mediante el campo unificado con todo los detalles. Hasta ahora, este es un modelo semiclásico, ya que no se ha introducido cuantización, pero los resultados esenciales ya se comparan favorablemente con los hallazgos del modelo establecido. No se requieren fuerzas nucleares fuertes y débiles, y la gravitación ya se ha reducido a un caso especial de electromagnetismo en un documento anterior [6]. Lo que resta es la carga eléctrica, y ésta, el misterio último de la física, se está revelando ahora como un efecto del espaciotiempo en rotación o el éter mismo.

Un reemplazo completo de los "quarks" como ladrillos de construcción de partículas elementales requeriría de la carga que crean los estados de polarización para determinarse, y esto no es posible de realizarse analíticamente debido a la complejidad de las expresiones de divergencia. El espín de los quarks está cuantizado; por lo tanto, un desarrollo ulterior de esta teoría requeriría la introducción de alguna forma de cuantización. En los documentos UFT de la teoría ECE, hemos cuantizado los operadores en la ecuación de onda, por ejemplo, e interpretado las tétradas como funciones de onda. Las soluciones de la ecuación de onda proveía entonces los estados cuánticos deseados. En los casos analizados en este documento, las tétradas se conocen a priori, de manera que podría resultar posible una cuantización directa del momento angular.

Agradecimiento.

Agradezco a los colegas de AIAS por valiosas sugerencias referidas al contenido de este documento.

Referencias.

- [1] Documentos 449 y 450, Sección en Español de www.aias.us.
- [2] M. W. Evans, "Generally Covariant Unified Field Theory: The Geometrization of Physics", Vols. 1 to 7, Abramis Academic, Bury St Edmunds, 2005 ff.
- [3] H. Eckardt, "ECE UFT - The Geometrical Basis of Physics, Vol. I - Classical Physics", textbook, epubli, Berlin, 2022, freely available as UFT Paper 438, Unified Field Theory (UFT) section of www.aias.us.
- [4] I. Ciufolini, J. A. Wheeler, "Gravitation and Inertia", Princeton University Press, 1995.
- [5] Documento 260, Sección en Español de www.aias.us.
- [6] Documento 447, Sección en Español de www.aias.us.