Nota 1: Algunas Propiedades Matemáticas Fundamentales de la Tétrada.

Traducción: Alex Hill

Tal como lo mencionó Carroll en la página 88 de los apuntes de 1997 para su libro "Spacetime and Geometry: an Introduction to General Relativity" (Addison-Wesley, NY 2006), la tétrada es un conjunto de vectores que incluyen una base ortonormal y que puede aplicarse a cualquier número de dimensiones. Expresando la tétrada como q_ν^a , se trata de una matriz invertible de n x n. La inversa de q_ν^a se expresa como q_a^ν y:

$$q_a^\mu \; q_\nu^a = \delta_\nu^\mu \tag{1}$$

Si un conjunto de vectores base $\hat{e}_{(a)}$ es ortonormal, la forma canónica de la métrica es η_{ab} , donde:

$$g\,(\hat{e}_{(a)}, \hat{e}_{(b)}) = \eta_{ab} \tag{2}$$

En un espaciotiempo de Lorentz, η_{ab} es la métrica de Minkowski. Cualquier vector puede expresarse como una combinación lineal de vectores base, y dos bases se relacionan mediante la tétrada:

$$\hat{e}_{(\mu)} = q_\mu^a \; \hat{e}_{(a)} \tag{3}$$

La dimensión de una base generalmente se supone como siendo la misma que la dimensión de otra, de tal modo que q_μ^a es una matriz cuadrada. Sin embargo, esta definición puede extenderse a matrices de m x n dimensiones. Sin embargo, es mejor utilizar una matriz cuadrada para la tétrada, debido a que la matriz cuadrada posee una matriz inversa bien definida, es decir que es invertible. La inversa de una matriz cuadrada es su matriz adjunta dividida por su determinante.

Por lo tanto, de acuerdo con estas propiedades fundamentales, puede definirse a la tétrada como a una matriz de 2 × 2:

$$\begin{pmatrix} V^R \\ V^L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1^R & q_2^R \\ q_1^L & q_2^L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^1 \\ V^2 \end{pmatrix} \tag{4}$$

Es decir

$$V^a = q^a_\nu \; V^\nu \tag{5}$$

Donde la dimensión de a y de ν es igual a dos. En general, el índice ν se refiere a una variedad con torsión y curvatura, en tanto que el índice a se refiere a un espaciotiempo de Lorentz con una métrica de Minkowski. El índice a se refiere a un espacio de representación de dos dimensiones del espaciotiempo de Lorentz, en tanto que el índice ν se refiere a un espacio de representación de dos dimensiones de la variedad base.

Tenemos entonces:

$$D\,V = (D_\mu\, V^\nu)\,\mathrm{d}x^\mu \otimes \partial_\nu = (D_\mu\, V^\nu)\,\mathrm{d}x^\mu \otimes \,\hat{e}_{(\nu\,)}$$

$$= (D_\mu\, V^a)\,\mathrm{d}x^\mu \otimes \,\hat{e}_{(a\,)} \tag{6}$$

de manera que: $$D_\mu\, q^a_\nu = 0 \tag{7}$$

Con: $$D_\mu\, V^\nu = \partial_\mu\, V^\nu + \Gamma^\nu_{\mu\lambda}\, V^\lambda \tag{8}$$

$$D_\mu\, V^a = \partial_\mu\, V^a + \omega^a_{\mu b}\, V^b \tag{9}$$

La dimensionalidad de μ puede ser igual a cuatro:

$$\mu = 0\,,1\,,2\,,3 \tag{10}$$

Así que: $$D_\mu\, q^a_\nu = \begin{pmatrix} D_\mu\;\, q^R_1 & D_\mu\, q^R_2 \\ D_\mu\;\, q^L_1 & D_\mu q^L_2 \end{pmatrix} = 0 \tag{11}$$

Donde: $$D_\mu\;\, q^R_1 = (D_0\;\, q^R_1\,, D_1\;\, q^R_1\,, D_2\;\, q^R_1\,, D_3\;\, q^R_1\,) \tag{12}$$

Por ejemplo: $$\underline{\sigma}\,.\,\underline{\mathrm{r}} = \begin{pmatrix} \mathrm{z} & \mathrm{x} - i\mathrm{y} \\ \mathrm{x} + i\mathrm{y} & -\,\mathrm{z} \end{pmatrix} \tag{13}$$

y: $$\partial_\mu\;\; (\underline{\sigma}\,.\,\underline{\mathrm{r}}\,) = (\;0\,, \sigma^1\,, \sigma^2\,, \sigma^3\,) \tag{14}$$

donde: $$\sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad , \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{15}$$

de donde resulta que:

$$D^{\mu}\,(D_{\mu}\, q_{\nu}^{a}\,)\ := 0 \tag{16}$$

es decir,

$$\Box\ q_{\nu}^{a}\ :=\ R\, q_{\nu}^{a} \tag{17}$$

que es: $$\Box\ \begin{pmatrix} q_1^R & q_2^R \\ q_1^L & q_2^L \end{pmatrix} := R \begin{pmatrix} q_1^R & q_2^R \\ q_1^L & q_2^L \end{pmatrix} \tag{18}$$

Por hipótesis: $$R = -\mathrm{k}\,\mathrm{T} \tag{19}$$

de manera que:

$$(\ \Box\ +\ \mathrm{k}\,\mathrm{T})\ \begin{pmatrix} q_1^R & q_2^R \\ q_1^L & q_2^L \end{pmatrix} = 0 \tag{20}$$

En esta ecuación:

$$\boxed{a = R, L \quad ; \quad \nu = 1, 2} \tag{21}$$

Nota 2: Simetría de la Conexión en Gravitación y Electromagnetismo.

A lo largo del siglo XX la teoría de electromagnetismo se basó en la física establecida o en la teoría de Maxwell Heaviside (MH) del siglo XIX. Durante la última década del siglo se desarrolló un enfoque teórico de mayor simetría de gauge para el electromagnetismo, a través de varios grupos de investigadores en forma independiente: Horwitz et al. (1989), Barrett, Lehnert et al., Harmuth et al. y Evans en electrodinámica O(3) (véase Omnia Opera en www.aias.us) . Estas teorías están todas interrelacionadas, y producen el fundamental campo B(3) del electromagnetismo utilizando diferentes nomenclaturas y formalismos. La electrodinámica O(3) fue una teoría gauge cuyo espacio gauge interno era ((1), (2) ,(3)) basada en la representación circular compleja del espacio- tiempo. En 2003 se concluyó que las representaciones circular compleja y cartesiana del espacio- tiempo se encuentran relacionadas a través de una tétrada de Cartan. A partir de entonces, se concluyó que el electromagnetismo podía unificarse con la gravitación mediante el empleo de la geometría de Cartan, desarrollada a princiapios de la década de 1920. La hipótesis básica es:

$$A^a_\mu = A^{(0)} \; q^a_\mu \tag{1}$$

donde A^a_μ es la densidad del potencial electromagnético y q^a_μ es la tétrada de Cartan. Por lo tanto, $c\,A^{(0)}$ es una densidad de voltaje de la relatividad generalizada. Se observa en las correcciones radiativas. La densidad de campo electromagnético viene definida por:

$$F^a_{\mu\nu} = A^{(0)} \, T^a_{\mu\nu} \tag{2}$$

Donde $T^a_{\mu\nu}$ es la torsión de Cartan.

Deberá notarse cuidadosamente que éste es un desarrollo de la idea original de la tétrada por parte de Cartan, quien la introdujo originalmente en el contexto de la derivada covariante de un espinotensor de Cartan (inferido por Cartan en 1913). La conexión se definió entonces como la conexión de espín, representada como $\omega^a_{\mu b}$. En la ecuación (1) se define la tétrada como:

$$V^a = q^a_\mu \, V^\mu \tag{3}$$

Donde: $$V^a = x^a \quad , \qquad V^\mu = x^\mu \tag{4}$$

aquí: $$x^a = (\mathrm{ct} , x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}) \tag{5}$$

$$x^\mu = (\mathrm{ct} , X , Y, Z) \tag{6}$$

Los vectores base de la representación circular compleja son:

$$\underline{e}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\underline{i} - i\underline{j}) \tag{7}$$

$$\underline{e}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\underline{i} + i\underline{j}) \tag{8}$$

$$\underline{e}^{(3)} = \underline{k} \tag{9}$$

donde $\underline{i}$, $\underline{j}$ y $\underline{k}$ son los vectores base de la representación cartesiana. Tanto (5) como (6) son componentes vectoriales en un espacio tiempo de cuatro dimensiones. La tétrada definida por:

$$x^a = q^a_\mu \, x^\mu \tag{10}$$

Es por lo tanto una matriz de 4 × 4. Es una tétrada de Cartan y es por lo tanto parte de la geometría de Cartan en un espaciotiempo con torsión. Este espaciotiempo no es el espaciotiempo de Minkowski de la teoría MH, debido a que en el espaciotiempo de Minkowski no existe la torsión.

El salto conceptual es, por lo tanto, que la densidad de campo electromagnética es la torsión del espacio tiempo en relatividad general. En electrodinámica cuántica, la función de onda a es la tétrada de Cartan a través del Lema de ECE:

$$\Box \, q^a_\mu = R \, q^a_\mu \tag{11}$$

De manera que

$$\boxed{\Box \, A^a_\mu = R \, A^a_\mu} \tag{12}$$

La ecuación (12) es:

$$(\gamma^\mu \partial_\mu - \frac{mc}{\hbar}) \, A^a_\mu \tag{13}$$

donde:

$$2 \, g^{\mu\nu} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu \tag{14}$$

en el límite:

$$R \longrightarrow -(\frac{mc}{\hbar})^2 \tag{15}$$

en este límite: $$(\Box + (\frac{mc}{\hbar})^2) \ A^a_\mu = 0 \qquad (16)$$

La ecuación (16) es la ecuación de Proca para una masa fotónica m , y la ecuación (13) es la ecuación de Majorana para la masa fotónica.

A esta altura, la ecuación ECE sustituye a la teoría gauge del electromagnetismo debido a que las ecuaciones de Proca y Majorana no son invariantes gauge. Esta es una de las numerosas debilidades del modelo establecido durante el siglo XX. La masa fotónica resulta incompatible con la Invariancia de gauge. En la teoría ECE no se utiliza la Invariancia de gauge, la cual se sustituye por la Invariancia del postulado de la tétrada y el Lema de ECE bajo la transformación general de coordenadas de la geometría.

ECE utiliza una definición más general de la tétrada de Cartan. Al escribir la ecuación (10) en forma completa, por ejemplo:

$$\begin{pmatrix} x^{(0)} \\ x^{(1)} \\ x^{(2)} \\ x^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0^{(0)} & q_1^{(0)} & q_2^{(0)} & q_3^{(0)} \\ q_0^{(1)} & q_1^{(1)} & q_2^{(1)} & q_3^{(1)} \\ q_0^{(2)} & q_1^{(2)} & q_2^{(2)} & q_3^{(2)} \\ q_0^{(3)} & q_1^{(3)} & q_2^{(3)} & q_3^{(3)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \qquad (17)$$

Así, para una onda plana:

$$A^{(1)} = A^{(2)*} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\underline{i} - i\underline{j}) \ e^{i\varphi} \qquad (18)$$

$$\varphi = \omega t - \kappa z \qquad (19)$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} A_x^{(1)} = A^{(0)} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} \quad , & A_y^{(1)} = -i \ A^{(0)} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} \\ A_x^{(2)} = A^{(0)} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} \quad , & A_y^{(2)} = \ i \ A^{(0)} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} \end{array}} \qquad (20)$$

son elementos de la tétrada de la geometría de Cartan.

Nota 3: El Método del Conmutador en Gravitación y Electromagnetismo

En teoría gravitacional, la geometría fundamental de Riemann utiliza la ecuación:

$$[D_\mu, D_\nu]\, V^\rho = R^\rho_{\sigma\mu\nu}\, V^\sigma - T^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\rho \tag{1}$$

para definir el tensor de curvatura $R^\rho_{\sigma\mu\nu}$ y el tensor de torsión $T^\lambda_{\mu\nu}$. Aquí, V^ρ es un vector en cualquier espacio tiempo y en cualquier número de dimensiones. El conmutador de derivadas covariantes actúa sobre el vector V^ρ. La derivada covariante es:

$$D_\mu V^\rho \;=\; \partial_\mu V^\rho + \Gamma^\rho_{\mu\lambda} V^\lambda \tag{2}$$

donde $\Gamma^\rho_{\mu\lambda}$ es la conexión general. Así:

$$[D_\mu, D_\nu]\, V^\rho \;=\; D_\mu\,(D_\nu V^\rho\,) - D_\nu(D_\mu V^\rho) \tag{3}$$

Que es antisimétrica en μ y ν :

$$[D_\mu, D_\nu] \;=\; - \;[D_\nu, D_\mu] \tag{4}$$

Todas las cantidades en la ecuación (1) generadas por el conmutador son anti simétricas en y . El tensor de torsión se define por la acción del conmutador anti simétrico de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} T^\lambda_{\mu\nu} &= - \; T^\lambda_{\mu\nu} \\ &= \; \Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \\ &= -(\Gamma^\lambda_{\nu\mu} - \Gamma^\lambda_{\mu\nu}) \end{aligned} \tag{5}$$

A partir de lo cual se deduce que:

$$\boxed{\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = - \Gamma^\lambda_{\nu\mu}} \tag{6}$$

También:

$$R^\rho_{\sigma\mu\nu} = - R^\rho_{\sigma\mu\nu} \tag{7}$$

puede observarse que en las ecuaciones (4) a (7):

$$\boxed{\mu\nu \longrightarrow -\;\nu\mu} \tag{8}$$

en cada caso de ocurrencia de μν , en forma auto consistente.

Los dos errores fundamentales de la física gravitacional del siglo XX son bien conocidas por ser las siguientes:

1) La afirmación incorrecta:

$$T^{\lambda}_{\mu\nu} \; = ? \; 0 \tag{9}$$

2) la consecuente afirmación incorrecta:

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} \; = ? \; \Gamma^{\lambda}_{\nu\mu} \tag{10}$$

Como consecuencia de (1) y (2) la ecuación de campo de Einstein viola la identidad fundamental:

$$D_{\mu} \; T^{\kappa\mu\nu} \; := \; R_{\mu}^{\;\kappa\mu\nu} \tag{11}$$

conocida como la identidad dual de Cartan y Evans.

La torsión es una parte fundamental de toda la física y de la teoría del campo unificado ECE.

El tensor de densidad de campo electromagnético en ECE es:

$$F^{\lambda}_{\mu\nu} = A^{(0)} \, T^{\lambda}_{\mu\nu} \tag{12}$$

y es la torsión del espacio tiempo con $A^{(0)}$. Se relaciona con la forma de torsión de Cartan mediante:

$$T^{a}_{\mu\nu} \; = \; q^{a}_{\lambda} \; T^{\lambda}_{\mu\nu} \tag{13}$$

La densidad del potencial electromagnético es:

$$A^{a}_{\mu} \; = \; A^{(0)} q^{a}_{\mu} \tag{14}$$

Utilizando la anotación de la geometría diferencial:

$$\boxed{F^{a} \; = \; D \; \wedge \; A^{a}} \tag{15}$$

se obtiene directamente a partir de la primer ecuación de estructura de Cartan:

$$T^{a} \; = \; D \; \wedge \; q^{a} \tag{16}$$

También: $$\boxed{\mathrm{D} \wedge F^a := A^b \wedge R^a_b} \tag{17}$$

se deduce directamente a partir de la identidad de Cartan y Bianchi:

$$\mathrm{D} \wedge T^a := q^b \wedge R^a_b \tag{18}$$

Como consecuencia de las reglas que rigen el producto cuña:

$$A^b \wedge R^a_b = R^a_b \wedge A^b \tag{19}$$

Así: $$\mathrm{D} \wedge F^a := R^a_b \wedge A^b \tag{20}$$

en cuatro dimensiones, F^a y R^a_b son dos formas duales de Hodge a dos formas. Resulta entonces inmediatamente que:

$$\mathrm{D} \wedge \tilde{F}^a := \tilde{R}^a_b \wedge A^b \tag{21}$$

Las identidades (20) y (21) son invariantes de Hodge, y son las ecuaciones de campo ECE del electromagnetismo. Son equivalentes a:

$$A^{(0)} [D_\mu, D_\nu] V^\rho = A^{(0)} R^\rho_{\sigma\mu\nu} V^\sigma - F^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\rho \tag{22}$$

y $$A^{(0)} [D_\mu, D_\nu]_{\mathrm{HD}} V^\rho = \tilde{R}^\rho_{\sigma\mu\nu} V^\sigma - \tilde{F}^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\rho \tag{23}$$

Se observa que la densidad de campo electromagnética se genera mediante un conmutador:

$$\boxed{[D_\mu, D_\nu] A^\rho = - F^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\rho + R^\rho_{\sigma\mu\nu} A^\sigma} \tag{24}$$

donde:

$$A^\rho = A^{(0)} V^\rho \tag{25}$$

La ecuación (24) es invariante de Hodge con:

$$\boxed{[D_\mu, D_\nu]_{\mathrm{HD}} A^\rho = - \tilde{F}^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\rho + \tilde{R}^\rho_{\sigma\mu\nu} A^\sigma} \tag{26}$$

El conmutador $[D_\mu, D_\nu]$, y su dual de Hodge $[D_\mu, D_\nu]_{\mathrm{HD}}$, generan tanto electromagnetismo como gravitación.

Nota 4 : La Teoría Gauge en Electromagnetismo

Este tema se desarrolla en forma extensiva en la sección de Omnia Opera del portal www.aias.us desde 1992 en adelante. El descubrimiento del campo $B^{(3)}$ requirió del desarrollo del electromagnetismo en U(1). En la teoría gauge de electromagnetismo, el campo gauge se denota como ψ . La derivada covariante al nivel de U(1) es:

$$D_\mu = \partial_\mu - i\,\mathrm{g}\,A_\mu \tag{1}$$

y el campo electromagnético se representa como $F_{\mu\nu}$. Así:

$$[D_\mu, D_\nu]\,\psi = [\partial_\mu - i\,A_\mu\,,\,\partial_\nu - i\,\mathrm{g}\,A_\nu\,]\,\psi \tag{2}$$

$$= [\partial_\mu\,,\,\partial_\nu\,]\,\psi - i\,\mathrm{g}\,[A_\mu\,,\,\partial_\nu\,]\,\psi - i\,\mathrm{g}\,[\partial_\mu\,,\,A_\nu\,]\,\psi - \mathrm{g}^2\,[\,A_\mu\,,\,A_\nu\,]\,\psi$$

Ahora utilicemos:

$$[\partial_\mu\,,\,\partial_\nu\,] = 0 \tag{3}$$

por lo tanto

$$[D_\mu, D_\nu]\,\psi = i\,\mathrm{g}\left([A_\mu\,,\,\partial_\nu\,]\,\psi + [\partial_\mu\,,\,A_\nu\,]\,\psi\right) - \mathrm{g}^2\,[\,A_\mu\,,\,A_\nu\,]\,\psi \tag{4}$$

Por definición:

$$[D_\mu, D_\nu] = -\,[D_\nu, D_\mu] \tag{5}$$

debido a que es un conmutador. En la ecuación (4):

$$[A_\mu\,,\,\partial_\nu\,]\,\psi = A_\mu\,(\partial_\nu\,\psi\,) - \partial_\nu\,(A_\mu\,\psi\,)$$

$$= A_\mu\,\partial_\nu\,\psi - (\,\partial_\nu A_\mu)\psi - A_\mu\,(\partial_\nu\,\psi\,) \tag{6}$$

utilizando el Teorema de Leibnitz. Análogamente:

$$[\partial_\mu\,,\,A_\nu\,]\,\psi = \partial_\mu\,(A_\nu\,\psi\,) - A_\nu\,(\partial_\mu\,\psi\,)$$

$$= (\,\partial_\mu\,A_\nu\,)\,\psi - A_\nu\,(\partial_\mu\,\psi\,) - A_\nu\,\partial_\mu\,\psi \tag{7}$$

Por lo tanto:

$$[D_\mu, D_\nu]\,\psi \;=\; - \,i\, g\, (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)\,\psi - g^2\,[A_\mu , A_\nu]\,\psi \qquad (8)$$

El procedimiento habitual es el identificar el campo electromagnético como:

$$F_{\mu\nu} \;=\; \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \qquad (9)$$

y afirmar: $$[A_\mu , A_\nu] \;=?\; 0 \qquad (10)$$

<u>Sin embargo</u>, la ecuación (10) es <u>errónea</u> debido a que debe de existir <u>antisimetría</u> en μ y ν :

$$\mu\nu \longrightarrow -\nu\mu \qquad (11)$$

También se afirma erróneamente en el procedimiento habitual de que en alguna forma no hay simetría en la ecuación (9). La <u>antisimetría</u> correcta es:

$$\partial_\mu A_\nu \;=\; -\,\partial_\nu A_\mu \qquad (12)$$

la cual es una consecuencia directa de la ecuación (5). Por definición:

$$[A_\mu , A_\nu] \;=\; A_\mu A_\nu - A_\nu A_\mu \qquad (13)$$

y $$\boxed{A_\mu A_\nu \;=\; -\,A_\nu A_\mu} \qquad (14)$$

En gravitación, la ecuación análoga a la ecuación (14) es:

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} \;=\; -\,\Gamma^\lambda_{\nu\mu} \qquad (15)$$

<u>Por lo tanto, la ecuación (10) no puede ser correcta, y la teoría gauge tradicional U(1) esta equivocada.</u>

La teoría gauge en O(3) para la electrodinámica fue introducida en la década de 1990, a partir de la inferencia del campo $B^{(3)}$, observable en el Efecto Faraday Inverso. Se lo define mediante: $$\underline{B}^{(3)} = \underline{B}^{(3)*} = -\,i\, g\, \underline{A}^{(1)} \times \underline{A}^{(2)} \qquad (16)$$

donde $$g \;=\; \frac{\kappa}{A(0)} \qquad (17)$$

El producto cruz vectorial es <u>antisimétrico</u>:

$$\underline{A}^{(1)} \times \underline{A}^{(2)} \;=\; -\,\underline{A}^{(2)} \times \underline{A}^{(1)} \qquad (18)$$

Donde $\underline{\mathrm{A}}^{(1)}$ es el complejo conjugado de $\underline{\mathrm{A}}^{(2)}$. En términos de un conmutador, la ecuación (16) es:

$$\boxed{\mathrm{B}_z^{(3)} = -\,i\,\mathrm{g}\ [\mathrm{A}_x^{(1)}, \mathrm{A}_y^{(2)}]} \tag{19}$$

donde

$$\mathrm{A}_x^{(1)}\ \mathrm{A}_y^{(2)} = -\ \mathrm{A}_y^{(1)}\ \mathrm{A}_x^{(2)} \tag{20}$$

La ecuación (20) es un ejemplo de la ecuación (14), QED.

En electrodinámica O(3) existe una simetría de gauge interna O(3), de manera que:

$$\boxed{F_{\mu\nu}^{a} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - i\,\mathrm{g}\,\varepsilon_{abc}\,A_\mu^b\,A_\nu^c} \tag{21}$$

En analogía directa a la teoría electro débil de simetría gauge SU(2) (Ryder, capítulo 3). Así:

$$F_{\mu\nu}^{(3)} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - i\,\mathrm{g}\,(\mathrm{A}_\mu^{(1)}\ \mathrm{A}_\nu^{(2)} - \mathrm{A}_\nu^{(1)}\ \mathrm{A}_\mu^{(2)}) \tag{22}$$

En teoría ECE:

$$\boxed{F_{\mu\nu}^{a} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + \omega_{\mu b}^{a} A_\nu^b - \omega_{\nu b}^{a} A_\mu^b} \tag{23}$$

pero ahora a y b ya no son entes abstractos. Vienen definidos por la geometría. Así:

$$F_{\mu\nu}^{(3)} = \partial_\mu A_\nu^{(3)} - \partial_\nu A_\mu^{(3)} + \omega_{\mu b}^{(3)} A_\nu^b - \omega_{\nu b}^{(3)} A_\mu^b \tag{24}$$

Si comparamos las ecuaciones (22) y (24) para:

$$b = (1) \tag{25}$$

Encontramos que:

$$\boxed{\omega_{\mu(2)}^{(3)} = -\,i\,\mathrm{g}\,A_\mu^{(1)}} \tag{26}$$

Por lo tanto, la electrodinámica O(3) constituye un ejemplo de la Teoría ECE.

Nota (5) : Consideraciones Generales de Simetría y Consecuencias de Antisimetría

En general, la conexión es:

$$\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu} + \Gamma^{\kappa}_{\nu\mu}) + \frac{1}{2} (\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu} - \Gamma^{\kappa}_{\nu\mu})$$

$$= \Gamma^{\kappa}_{\mu\nu} (S) + \Gamma^{\kappa}_{\mu\nu} (A) \tag{1}$$

Donde $\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu}$ (S) es una parte hipotéticamente simétrica y donde $\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu}$ (A) es la parte antisimétrica. Análoga mente:

$$\partial_\mu A_\nu = \frac{1}{2} (\partial_\mu A_\nu + \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{2} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$$

$$= \partial_\mu A_\nu (S) + \partial_\mu A_\nu (A) \tag{2}$$

Las partes simétricas vienen definidas por:

$$\mu = \nu \quad , \quad \mu\nu \longrightarrow \nu\mu \tag{3}$$

De manera que:

$$\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu} (S) = \Gamma^{\kappa}_{\nu\mu} (S) \tag{4}$$

$$\partial_\mu A_\nu (S) = \partial_\nu A_\mu (S) \tag{5}$$

Las partes antisimétricas vienen definidas por:

$$\mu\nu = - \nu\mu \tag{6}$$

De manera que:

$$\Gamma^{\kappa}_{\mu\nu} (A) = - \Gamma^{\kappa}_{\nu\mu} (A) \tag{7}$$

$$\partial_\mu A_\nu (A) = - \partial_\nu A_\mu (A) \tag{8}$$

Sin embargo, ambas ecuaciones (1) y (2) deben ser producidas por un conmutador anti simétrico. En la teoría ECE vienen producidos por:

$$[D_\mu, D_\nu] V^\rho = R^{\rho}_{\sigma\mu\nu} V^\sigma - T^{\lambda}_{\nu\mu} D_\lambda V^\rho \tag{9}$$

El conmutador es antisimétrico, y no posee parte simétrica:

$$[D_\mu, D_\nu] = - [D_\nu, D_\mu] \tag{10}$$

Por lo tanto: $$[D_\mu, D_\nu] = - [D_\mu, D_\nu] \text{ (A)} \qquad (11)$$

$$[D_\mu, D_\nu] \text{ (S)} = 0 \qquad (12)$$

Así:

$$[D_\mu, D_\nu]\text{(S)}\, V^\rho = 0\, V^\sigma - 0 D_\lambda V^\rho \qquad (13)$$

y

$$[D_\mu, D_\nu]\text{(A)}\, V^\rho = R^\rho_{\sigma\mu\nu}\,(A) V^\sigma - T^\lambda_{\nu\mu}(A) D_\lambda V^\rho \qquad (14)$$

Se deduce a partir de lo anterior que:

$$T^\lambda_{\mu\nu} \text{ (S)} = \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \text{ (S)} - \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \text{ (S)} = 0 \qquad (15)$$

$$T^\lambda_{\nu\mu} \text{ (S)} = \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \text{ (S)} - \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \text{ (S)} = 0 \qquad (16)$$

En el caso: $$T^\lambda_{\mu\nu} \text{ (S)} = \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \text{ (S)} \qquad (17)$$

<u>no hay curvatura</u>: $$R^\rho_{\sigma\mu\nu} \text{ (S)} = R^\rho_{\sigma\nu\mu}\text{(S)} = 0 \qquad (18)$$

<u>y no hay torsión</u>: $$T^\lambda_{\mu\nu} \text{ (S)} = T^\lambda_{\nu\mu} \text{ (S)} = 0 \qquad (19)$$

Se concluye entonces que tanto la curvatura como la torsión son ambos diferentes de cero si y sólo si:

$$\boxed{\Gamma^\lambda_{\mu\nu} \text{ (A)} = - \Gamma^\lambda_{\mu\nu} \text{ (A)}} \qquad (20)$$

Análogamente, en electromagnetismo, si:

$$\partial_\mu A_\nu \text{ (S)} = \partial_\nu A_\mu \text{ (S)} \qquad (21)$$

entonces: $$F_{\mu\nu} = 0 \qquad (22)$$

En general: $$\partial_\mu A_\nu \neq 0 \qquad (23)$$

de manera que: $$\boxed{\partial_\mu A_\nu \text{ (A)} = - \partial_\nu A_\mu \text{ (A)}} \qquad (24)$$

La regla general es que cuando ocurra cualquier cantidad que posea μ = ν , y que dicha cantidad sea generada por un conmutador, entonces la misma desaparecerá. <u>Debe</u>

poseer la misma antisimetría que el conmutador. Si esto no sucede, no sería generada por el conmutador.

Ejemplos en el nivel U(1) de electrodinámica

1) Campo Eléctrico Estático

$$\underline{\mathrm{E}} = \underline{\nabla}\ \varphi - \partial \underline{\mathrm{A}}/\partial \mathrm{t} \tag{25}$$

de manera que:

$$\boxed{\underline{\nabla}\ \varphi = - \partial \underline{\mathrm{A}}/\partial \mathrm{t}} \tag{26}$$

2) Campo Magnético Estático

$$\underline{\mathrm{B}} = \underline{\nabla} \times \underline{\mathrm{A}} \tag{27}$$

$$\underline{\mathrm{A}} = \frac{1}{2}\ (\mathrm{Y}\ \underline{\mathrm{i}} - \mathrm{X}\ \underline{\mathrm{j}}) \tag{28}$$

de manera que:

$$\frac{\partial \mathrm{A_y}}{\partial x} = - \frac{\partial \mathrm{A_x}}{\partial y} \tag{29}$$

La ecuación (26) significa que el potencial escalar φ y el potencial vectorial $\underline{\mathrm{A}}$ están relacionados por simetría. Por ejemplo, un campo eléctrico estático es:

$$\underline{\mathrm{E}} = \underline{\nabla}\ \varphi = \partial \underline{\mathrm{A}}/\partial \mathrm{t} \tag{30}$$

El hecho de que $\underline{\mathrm{E}}$ sea estático no significa que $\underline{\mathrm{A}}$ deba ser independiente del tiempo. Por ejemplo, si:

$$\underline{\mathrm{A}} = \mathrm{A}_z \mathrm{t}\ \underline{\mathbf{k}} \tag{31}$$

entonces:

$$\underline{\mathrm{E}} = \mathrm{E}_z \underline{\mathbf{k}} \tag{32}$$

3) Eliminación de la Condición de Lorenz

En la teoría tradicional U(1): $\partial_\mu F^{\mu\nu} = \varepsilon_0\ j^\nu$ (33)

de manera que:

$$\partial_\mu\ (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = \varepsilon_0\ j^\nu \tag{34}$$

utilizando:

$$\partial^\mu A^\nu = - \partial^\nu A^\mu \tag{35}$$

obtenemos de inmediato la ecuación de d´Alembert:

$$\Box A^{\nu} = \frac{\varepsilon_0}{2} j^{\nu} \tag{36}$$

El procedimiento habitual utiliza:

$$\Box A^{\nu} - \partial^{\nu} (\partial_{\mu} A^{\mu}) = \varepsilon_0 j^{\nu} \tag{37}$$

y debe utilizar una condición gauge:

$$\partial_{\mu} A^{\mu} = 0 \tag{38}$$

conocida como la Gauge de Lorenz.

Nota 6: Sencilla Demostración de la Ley de Antisimetría

en geometría básica:

$$[D_\mu, D_\nu] \ V^\rho = - T^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda \ V^\rho + R^\rho_{\sigma\mu\nu} \ V^\sigma \quad (1)$$

$$= - (\Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\nu\mu}) D_\lambda \ V^\rho + R^\rho_{\sigma\mu\nu} \ V^\sigma$$

Por lo tanto:

$$\boxed{[D_\mu, D_\nu] \ V^\rho = - \Gamma^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda \ V^\rho + \dots} \quad (2)$$

Sea: $\mu \longrightarrow \nu \ , \ \nu \longrightarrow \mu$ (3)

entonces $[D_\nu, D_\mu] \ V^\rho = - \Gamma^\lambda_{\nu\mu} D_\lambda \ V^\rho + \dots$ (4)

Sin embargo: $[D_\mu, D_\nu] = - [D_\nu, D_\mu]$ (5)

por definición, de manera que:

$$\boxed{\Gamma^\lambda_{\nu\mu} = - \Gamma^\lambda_{\mu\nu}} \quad (6)$$

Q.E.D.

<u>La conexión en geometría de Riemann es antisimétrica porque el conmutador es antisimétrico.</u>

El error básico en el modelo comúnmente aceptado fue suponer que el primer término en la ecuación (1) "no existe”. Esto dejó como resultado:

$$[D_\mu, D_\nu] \ V^\rho = \ ? \ R^\rho_{\sigma\mu\nu} \ V^\sigma \quad (7)$$

y no hay indicación alguna de que existan las ecuaciones (2) y (4). La ecuación (2) muestra que la conexión es el resultado directo del conmutador. Si se supone que la conexión es simétrica:

$$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = \ ? \ \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \quad (8)$$

entonces $[D_\mu, D_\nu] = \ ? \ [D_\nu, D_\mu]$ (9)

lo cual es incorrecto.

En electromagnetismo:

$$[D_\mu, D_\nu]\,\psi = -\,i\,g\,(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)\,\psi - g^2[A_\mu\,,\,A_\nu]\,\psi \qquad (10)$$

es decir
$$[D_\mu, D_\nu]\,\psi = -\,i\,g\,\partial_\mu A_\nu\;\psi + \dots \qquad (11)$$

de manera que
$$\boxed{\partial_\mu A_\nu = -\,\partial_\nu A_\mu} \qquad (12)$$

y
$$[A_\mu, A_\nu] = -\,[A_\nu, A_\mu] \qquad (13)$$

$$F_{\mu\nu} = -\,F_{\nu\mu} \qquad (14)$$

Los errores en el modelo establecido de U(1) fue suponer que:

$$\partial_\mu A_\nu \neq -\,\partial_\nu A_\mu$$

(15)

y
$$[A_\mu, A_\nu] = 0 \qquad (16)$$

Si la ecuación (16) fuese correcta, entonces:

$$[D_\mu, D_\nu] = ?\;\; 0 \qquad (17)$$

Si la ecuación (15) fuese correcta, <u>entonces el conmutador no tendría simetría</u>. Por definición, el conmutador siempre es antisimétrico.

También, si la ecuación (16) fuese correcta, tal como lo supone el electromagnetismo U(1), no habría campo $F_{\mu\nu}$ porque no habría conmutador.

Por alguna razón, siempre se utiliza la ecuación (14) en electromagnetismo U(1), pero no así la ecuación (12). La ecuación (12) muestra que los potenciales escalares y vectoriales no pueden ser independientes, porque:

$$\partial_0 A_1 = -\;\partial_1 A_0 \qquad (18)$$

etc.

de manera que

$$\boxed{\underline{\nabla}\ \varphi = \partial \underline{A} / \partial t} \quad (19)$$

Por lo tanto, el modelo establecido es erróneo tanto en su sector gravitacional como electromagnético.

La teoría ECE está en lo correcto en ambos casos.

Nota 7: Ley que relaciona los potenciales escalares y vectoriales.

Tal como se ha observado en notas previas, la acción del conmutador anti simétrico sobre el campo gauge produce una nueva ley de simetría. En el nivel U(1):

$$[D_\mu, D_\nu]\,\psi = -i\,g\,(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)\,\psi - g^2[A_\mu\,,\,A_\nu]\,\psi \qquad (1)$$

en donde:

$$[D_\mu, D_\nu] = -\,[D_\nu, D_\mu] \qquad (2)$$

$$\partial_\mu A_\nu = -\,\partial_\nu A_\mu \qquad (3)$$

$$[A_\mu\,,\,A_\nu] = -\,[A_\nu\,,\,A_\mu] \qquad (4)$$

Se observa inmediatamente que el dogma del modelo tradicional es incorrecto en dos aspectos.

1) Afirma que $\partial_\mu A_\nu$ no está relacionado con $\partial_\nu A_\mu$, cuando en realidad están relacionados a través de la ecuación (3).

2) Afirma incorrectamente que $[A_\mu\,,\,A_\nu]$ es igual a cero, en cuyo caso $[D_\mu, D_\nu]$ sería igual a cero, y el campo electromagnético desaparecería.

Estas son afirmaciones típicas de los errores dogmáticos que se han infiltrado dentro de la electrodinámica desde la época de Heaviside. En los libros de texto sobre electrodinámica y de uso habitual, se afirma que la electrodinámica es una teoría de campo gauge U(1), pero esto es claramente incorrecto como se ha demostrado en las notas previas. El origen de esta afirmación es la interpretación de Heaviside acerca de los potenciales escalares y vectoriales como siendo “no físicos”. Esta afirmación queda refutada por el uso de la prescripción mínima y por los efectos de Aharonov-Bohm.

En notación tensorial, la electrodinámica U(1) se describe mediante:

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0 \qquad (5)$$

y

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \varepsilon_0 J^\nu \qquad (6)$$

donde

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \qquad (7)$$

utilizando notación diferencial, la electrodinámica U(1) resulta:

$$\mathrm{d} \wedge F = 0 \qquad (8)$$

$$\mathrm{d} \wedge \tilde{F} = 0 \qquad (9)$$

Ya hay varios aspectos equivocados, como la afirmación de que las ecuaciones (5) y (6) no son invariantes de Hodge, y que las ecuaciones (5) y (6) son independientes. En la teoría ECE, se refutan ambas afirmaciones. Se afirma que la invariancia de gauge de la ecuación (7) proviene de:

$$\mathrm{A}^{\nu} \longrightarrow \mathrm{A}^{\nu} + \partial^{\nu} \mathrm{x} \qquad (10)$$

Bajo lo cual $F^{\mu\nu}$ resulta invariante. Utilizando notación de forma,

$$\mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{A} + \mathrm{dx} \qquad (11)$$

Bajo lo cual:

$$F = \mathrm{d} \wedge \mathrm{A} \qquad (12)$$

resulta invariante según el Lema de Poincaré:

$$\mathrm{d} \wedge \mathrm{d} = 0 \qquad (13)$$

De manera que:

$$\mathrm{d} \wedge \mathrm{dx} = 0 \qquad (14)$$

para todo valor de x . Luego se afirma que A puede variarse arbitrariamente de acuerdo con la ecuación (11) sin afectar el valor de F, y sobre esta base se afirma que A no posee "significado físico alguno".

Este dogma ha sido rechazado en la teoría ECE, en la que:

$$\mathrm{D} \wedge F^a = A^b \wedge R^a_b \qquad (15)$$

$$\mathrm{D} \wedge \tilde{F}^a = A^b \wedge \tilde{R}^a_b \qquad (16)$$

Son invariantes de Hodge y covariantes generalizadas. Las ecuaciones (8) y (9) son sólo covariantes de Lorentz, y no están basadas geométricamente. En ECE:

$$F^a = \mathrm{d} \wedge A^a + \omega^a_b \wedge A^b \qquad (17)$$

Tanto A^a como ω^a_b son parámetros físicos, que conducen a una explicación directa de los efectos Aharonov-Bohm.

La ecuación (1) de la teoría establecida se sustituye por:

$$[D_\mu, D_\nu]\, A^\rho = R^\rho_{\sigma\mu\nu} A^\sigma - F^\lambda_{\mu\nu} D_\lambda V^\lambda \tag{18}$$

donde: $$A^\rho = A^{(0)}\ V^\rho \tag{19}$$

El tensor de campo electromagnético resulta entonces:

$$F^\lambda_{\mu\nu} = A^{(0)}\ (\Gamma^\lambda_{\mu\nu} - \Gamma^\lambda_{\nu\mu}) \tag{20}$$

donde: $$\Gamma^\lambda_{\mu\nu} = -\ \Gamma^\lambda_{\nu\mu} \tag{21}$$

es antisimétrico. El tensor de rango 3 $F^\lambda_{\mu\nu}$ es la densidad de campo electromagnético. El campo electromagnético es:

$$F_{\mu\nu} = \int F^\lambda_{\mu\nu}\ \mathrm{d}\sigma_\lambda \tag{22}$$

y se integra $F^\lambda_{\mu\nu}$ sobre la hipersuperficie infinitesimal en 4 D.

Mediante el empleo del postulado de la tétrada:

$$D_\mu q^a_\nu = 0 \tag{23}$$

o sea $$D_\mu A^a_\nu = 0 \tag{24}$$

la ecuación (20) deviene:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu\, A^a_\nu - \partial_\nu\, A^a_\mu + \omega^a_{\mu b}\, A^b_\nu - \omega^a_{\nu b} A^b_\mu \tag{25}$$

$$= \partial_\mu\, A^a_\nu - \partial_\nu\, A^a_\mu + \omega^a_\mu\, A^b_\nu - \omega^a_\nu A_\mu$$

La dos-forma diferencial $F^a_{\mu\nu}$ es la densidad de campo electromagnético, de manera que:

$$F_{\mu\nu} = \int F^a_{\mu\nu} \mathrm{d}\sigma_a$$

A partir de lo cual:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + \omega_\mu A_\nu - \omega_\nu A_\mu$$

$$\boxed{\begin{aligned} F_{\mu\nu} &= (\partial_\mu + \omega_\mu)\, A_\nu - (\partial_\nu + \omega_\nu)\, A_\mu \\ &= A^{(0)}\, (\Gamma_{\mu\nu} - \Gamma_{\nu\mu}) \end{aligned}} \qquad (26)$$

Si definimos: $$D_\mu := \partial_\mu + \omega_\mu \qquad (27)$$

Entonces $$\Gamma_{\mu\nu} = D_\mu\, q_\nu \qquad (28)$$

en notación simplificada:

$$\mathrm{F} = \mathrm{D} \wedge \mathrm{A} \qquad (29)$$

<u>y no es invariante bajo</u>:

$$\mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{A} + \mathrm{dx} \qquad (30)$$

<u>Por lo tanto, la teoría gauge se ve sustituida por una teoría basada en la geometría.</u>

Más aún: $$\boxed{(\partial_\mu + \omega_\mu)\, A_\nu = -\,(\partial_\nu + \omega_\nu)\, A_\mu} \qquad (31)$$

en donde:

$$\boxed{\begin{aligned} \partial_\mu A_\nu &= -\,\partial_\nu A_\mu \\ \omega_\mu A_\nu &= -\,\omega_\nu A_\mu \end{aligned}} \qquad (32)$$

<u>Ejemplos</u>

1) Cuando $\nu = 0$ (33)

Entonces $$\boxed{\underline{\nabla}\, \varphi = \partial \underline{\mathrm{A}} / \partial \mathrm{t}} \qquad (34)$$

y $$\boxed{\varphi\, \underline{\omega} = -\, \omega\, \underline{\mathrm{A}}} \qquad (35)$$

el campo eléctrico es

$$\boxed{E = -\underline{\nabla}\,\varphi - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \varphi\,\underline{\omega} - \omega\,\underline{A}} \qquad (36)$$

2) Cuando $\nu \neq 0$

Entonces

$$\left.\begin{aligned} \partial_1 A_2 &= -\,\partial_2 A_1 \quad \text{etc.} \\ \omega_1 A_2 &= -\,\omega_2 A_1 \quad \text{etc.} \end{aligned}\right\} \qquad (38)$$

y el campo magnético es

$$\boxed{\underline{B} = \underline{\nabla} \times \underline{A} - \underline{\omega} \times \underline{A}}$$

<u>Las limitantes (32) ahora aplican al modelo de ingeniería ECE y a la cosmología y dinámica ECE.</u>

Nota 8: Conflicto entre la invariancia de gauge y la Ecuación de Proca.

Tal como se mencionó en notas anteriores, la idea de la Invariancia de gauge en U(1) se transformó en un dogma incorrecto en el siglo XX. También enturbió el tema de la electrodinámica clásica y la cuántica. Esto puede ilustrarse a través de la deducción establecida para la ecuación de onda de d´Alembert. En notación tensorial, la ecuación de campo de la electrodinámica establecida, o U(1), es:

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0 \tag{1}$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \varepsilon_0 J^\nu \tag{2}$$

donde

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu \tag{3}$$

A partir de (3) en (2):

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = \varepsilon_0 J^\nu \tag{4}$$

es decir

$$\Box A^\nu - \partial_\mu (\partial^\nu A^\mu) = \varepsilon_0 J^\nu \tag{5}$$

utilizando el Teorema de Leibnitz:

$$\begin{aligned} \partial_\mu (\partial^\nu A^\mu) &= \partial_\mu \partial^\nu A^\mu + \partial^\nu \partial_\mu A^\mu \qquad (6) \\ &= \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu) \end{aligned}$$

Por lo tanto, en la antigua física, la ecuación (5) deviene:

$$\Box A^\nu - \partial^\nu (\partial_\mu A^\mu) = \varepsilon_0 J^\nu \tag{7}$$

A esta altura se introduce la idea de la transformación de gauge:

$$A^\mu \longrightarrow A^\mu + \partial^\mu \mathrm{x} \tag{8}$$

A partir de la ecuación (8) en la ecuación (3) , la transformación de gauge produce:

$$F^{\mu\nu} \longrightarrow \partial^\mu (A^\nu + \partial^\nu \mathrm{x}) - \partial^\nu (A^\mu + \partial^\mu \mathrm{x}) \tag{9}$$

Sin embargo:

$$\partial^\mu \partial^\nu \mathrm{x} = \partial^\nu \partial^\mu \mathrm{x} = 0 \tag{10}$$

por ortogonalidad de coordenadas, de manera que:

$$F^{\mu\nu} \longrightarrow F^{\mu\nu} \tag{11}$$

El dogma establecido era afirmar que A^{μ}puede cargarse arbitrariamente, porque x puede ser cualquier función, y que este cambio en A^{μ} no produce efecto alguno sobre el tensor de campo $F^{\mu\nu}$. Se concluía entonces que A^{μ} era " no física" y que $F^{\mu\nu}$ era " física". Con posterioridad al descubrimiento de los efectos Aharonov-Bohm, el dogma establecido ha sido refutado, pero aún se le utiliza en los libros de texto.

Esta situación sufrió aún una confusión mayor mediante el empleo de una afirmación decimonónica originada en Lorenz:

$$\partial_{\mu} A^{\mu} = 0 \qquad (12)$$

denominada la condición de gauge de Lorenz. Afirmaba que A^{μ} debía no tener significado físico, de manera que se permitía la afirmación adicional (12). Esto se denomina "libertad de gauge". Utilizando la ecuación (12), la ecuación (7) deviene <u>la ecuación de d´Alembert</u>:

$$A^{\mu} = \varepsilon_0 J^{\nu} \qquad (13)$$

En el dogma establecido, se hicieron intentos para justificar la ecuación (12) mediante la suposición de que A^{μ} es proporcional a la cuatro-densidad de corriente J^{ν}, de tal manera que:

$$\partial_{\mu} J^{\nu} = 0 \qquad (14)$$

la cual es <u>la ecuación de continuidad</u>.

Utilizando notación diferencial, las ecuaciones (1) y (2) son:

$$\mathrm{d} \wedge \mathrm{F} = 0 \qquad (15)$$

$$\mathrm{d} \wedge \tilde{\mathrm{F}} = \varepsilon_0 \mathrm{J} \qquad (16)$$

y la ecuación (3) es: $$\mathrm{F} = \mathrm{d} \wedge \mathrm{A} \qquad (17)$$

la ecuación (8) es $$\mathrm{A} \longrightarrow \mathrm{A} + \mathrm{dx} \qquad (18)$$

El Lema de Poincaré es: $$\mathrm{d} \wedge \mathrm{d} := 0 \qquad (19)$$

de manera que en el dogma establecido se afirmaba que la transformación de gauge (18) producía:

$$\mathrm{F} \longrightarrow \mathrm{d} \wedge \mathrm{A} + \mathrm{d} \wedge \mathrm{dx} = \mathrm{F} \tag{20}$$

porque:
$$\mathrm{d} \wedge \mathrm{dx} := 0 \tag{21}$$

El experimento de Chambers demostró, a principios de la década de 1960, que la forma de potencial A es física y que posee un efecto donde no hay una forma de campo F. Anteriormente, se utilizaba la prescripción mínima:

$$P^{\mu} \longrightarrow P^{\mu} + \mathrm{e}A^{\mu} \tag{22}$$

en forma rutinaria en áreas tales como ESR y NMR con un parámetro A^{μ} físico. El Efecto Faraday Inverso, mostrado experimentalmente en 1965, demuestra que el producto conjugado $\underline{\mathrm{A}} \times \underline{\mathrm{A}^*}$ en notación vectorial tiene significado físico.

A pesar de las claras refutaciones experimentales, los teóricos de campo en física continuaron su adhesión a la Invariancia de gauge U(1), de manera que el concepto de un sector de electrodinámica U(1) se volvió dogma establecido en la teoría del campo unificado. Este dogma es completamente incorrecto. Conduce a muchos problemas sin solución. Uno de ellos se ilustra aquí con la ecuación de Proca para una masa fotónica finita:

$$(\Box + \kappa^2)\, A^{\mu} = 0 \tag{23}$$

donde:
$$\kappa = \frac{mc}{\hbar} \tag{24}$$

Aquí, m es la masa del fotón (Einstein, 1906), c es la velocidad de la luz en el vacío (considerada como una constante universal) y $\hbar$ la constante del Planck reducida. De manera que la ecuación (24) significa que el momento del fotón es:

$$\mathrm{p} = \hbar\kappa = mc \tag{25}$$

El dualismo onda-partícula de de Broglie. Si el fotón posee una masa igual a cero, no es posible que suceda una desviación de un rayo de luz por efecto de gravitación, contrariamente a lo observado en forma experimental. Aún así, el dogma establecido afirma:

$$m = ?\, 0 \qquad (26)$$

En este caso, la ecuación (23) deviene:

$$\square A^{\mu} = 0 \qquad (27)$$

"La ecuación de onda del espacio libre de d´Alembert”, como se le llamó en el dogma obsoleto.

La ecuación de Proca (23) es equivalente a:

$$\partial_{\mu} F^{\mu\nu} + \kappa^2 A^{\nu} = 0 \qquad (28)$$

En la literatura establecida que la menciona (muy pocos libros de texto). La equivalencia de las ecuaciones (23) y (28) sólo es correcta sin embargo, si se utiliza el gauge de Lorenz, porque:

$$\partial_{\mu} (\partial^{\mu} A^{\nu} - \partial^{\nu} A^{\mu}) + \kappa^2 A^{\nu} = 0 \qquad (29)$$

Y esto se reduce a la ecuación (23) si y sólo si:

$$\partial_{\mu} A^{\mu} = 0 \qquad (30)$$

Este resultado también se obtiene al aplicar ∂_{ν} a la ecuación (28):

$$\partial_{\nu} \partial_{\mu} F^{\mu\nu} + \kappa^2 \partial_{\nu} A^{\nu} = 0 \qquad (31)$$

es decir

$$\partial_{\nu} A^{\nu} = 0 \qquad (32)$$

por ortogonalidad de coordenadas.

Esto debiera sugerir nuevamente que algo está equivocado en el dogma. Las razones son:

1) La ecuación de Proca no es invariante de gauge en U(1), porque $F^{\mu\nu}$ no cambia bajo la transformación de gauge (8), pero A^{ν} sí cambia.
2) La condición de Lorenz (30) constituye una arbitrariedad matemática.
3) El dogma establecido soslayó la condición de simetría:

$$\partial_{\mu} A_{\nu} = - \partial_{\nu} A_{\mu} \qquad (33)$$

Por lo tanto, rechazamos el dogma establecido por la presencia en el mismo de múltiples errores básicos.