

Simulación de un circuito de resonancia paramétrico.

Franklin D. Amador y Horst Eckardt
A.I.A.S. y UPITEC

(www.aias.us, www.atomicprecision.com, www.upitec.org)

marzo 30, 2012

Traducción: Alex Hill (www.et3m.net)

Resumen

Se investigan circuitos resonantes especiales que contienen elementos de circuito paramétricos, es decir que son variables en el tiempo. Se demuestra por simulación en computadora que en ciertos casos es posible extraer energía a partir del espaciotiempo. Una capacitancia variable puede dar origen a oscilaciones gigantescas, las cuales exceden ampliamente los límites de la teoría clásica de resonancia. La resonancia puede limitarse a ciertos valores finales mediante un diseño especial, lo cual permite una construcción relativamente sencilla de estos circuitos.

Palabras clave: resonancia, circuito eléctrico, circuito resonante amortiguado, circuito paramétrico, simulación de electrodinámica.

1. Introducción

La historia ha demostrado que la tecnología de generación de energía eléctrica ha progresado a través de los siguientes pasos: 1) mecánico: mediante trabajo físico o a través de máquinas, 2) químico: mediante vapor o la recombinación de hidrógeno (H) y oxígeno (O), ya sea de agua o de combustibles fósiles, 3) subatómico: mediante el aprovechamiento de ciertos desequilibrios naturales en ciertos elementos, y 4) electromagnético: mediante el movimiento de campos magnéticos sobre conductores para producir voltaje y corriente. Cada paso fue, sin duda, una mejora respecto del anterior y todos ellos utilizaron un principio básico en común: la resonancia.

En AIAS generamos una definición ulterior de este principio básico, que denominamos Resonancia de Conexión de Espín (SCR [1]). Las versiones mecánicas de los elementos paramétricos ($L(t);C(t);R(t)$) se manejan habitualmente de forma tal que su parámetro cambia con respecto a la velocidad rotacional (rpm) de un motor eléctrico. Cuando los valores de estos elementos paramétricos están en "consonancia" con el comportamiento resonante del resto del circuito, entonces se dice que hemos logrado una resonancia de conexión de espín (SCR) [1].

En este documento, estudiaremos la generación existente de energía electromagnética [3], con énfasis en la versión de estado sólido de los circuitos paramétricos mecánicos. Descubrimos así que los circuitos paramétricos transfieren energía en el dominio temporal mediante su extracción a una frecuencia dada y su suministro de dicha energía a otra frecuencia [6].

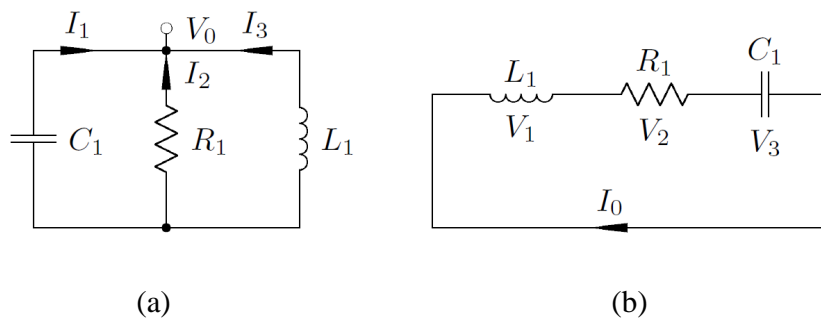


Figura I: Circuitos en paralelo (a), y en serie (b).

Adicionalmente, hallamos que la energía transferida depende del ritmo de cambio del elemento paramétrico en 1) d/dt , 2) d^2/dt^2 [7] [8], y en órdenes mayores 3) d^n/dt^n . Esto revela el hecho de que si el elemento no lineal ($L(t);C(t);R(t)$) se modifica en el tiempo a una mayor frecuencia, entonces una mayor cantidad de energía (Joules/segundo) puede extraerse del dominio temporal, a un ritmo mayor que aquel en el cual el circuito puede liberar dicha energía como calor; así, es posible producir energía útil para realizar trabajo adicional.

2 Resonancia en circuitos.

En esta sección analizamos resonancias estáticas (convencionales) y resonancias paramétricas (que varían en función del tiempo, dinámicas).

2.1 Principios de resonancia en un circuito estático.

En primer lugar, estudiaremos la resonancia de corriente según un análisis de circuito tradicional. Por ejemplo, circuitos con elementos de Resistencia (R), Inductancia (L) y Capacitancia (C) en una misma red darán origen a ecuaciones diferenciales de segundo grado [9] [10] [11]. La Figura 1 nos muestra dos diagramas básicos, en serie y en paralelo, de circuitos de segundo orden. Mediante el empleo del método de voltaje por nodos para el circuito en paralelo, y de la ley de voltaje de Kirchoff para el circuito en serie, nuestro análisis produce los siguientes resultados:

$$\begin{array}{ll} \textit{Paralelo} & \textit{Serie} \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0 & V_1 + V_2 + V_3 = 0 \end{array} \quad (1)$$

Ahora, con la adecuada sustitución de elementos mostrados más arriba:

$$\begin{array}{ll} \textit{Paralelo} & \textit{Serie} \\ I_1 = C_1 \frac{dV_0}{dt} & V_1 = L_1 \frac{dI_0}{dt} \end{array} \quad (2)$$

$$\begin{array}{ll} I_2 = \frac{V_0}{R_1} & V_2 = R_1 I_0 \end{array} \quad (3)$$

$$\begin{array}{ll} I_3 = \frac{1}{L_1} \int V_0 dt & V_3 = \frac{1}{C_1} \int I_0 dt \end{array} \quad (4)$$

nos encontramos finalmente con,

$$C_1 \frac{dV_0}{dt} + \frac{V_0}{R_1} + \frac{1}{L_1} \int V_0 dt = 0 \quad L_1 \frac{dI_0}{dt} + R_1 I_0 + \frac{1}{C_1} \int I_0 dt = 0 \quad (5)$$

Ahora, para el caso en paralelo dividimos por C_1 y para el caso en serie dividimos por L_1 ,

$$\frac{dV_0}{dt} + \frac{1}{R_1 C_1} V_0 + \frac{1}{L_1 C_1} \int V_0 dt = 0 \quad \frac{dI_0}{dt} + \frac{R_1}{L_1} I_0 + \frac{1}{L_1 C_1} \int I_0 dt = 0 \quad (6)$$

y finalmente diferenciamos con respecto del tiempo, d/dt ,

$$\frac{\partial^2 V_0}{\partial t^2} + \frac{1}{R_1 C_1} \frac{dV_0}{dt} + \frac{1}{L_1 C_1} V_0 = 0 \quad \frac{\partial^2 I_0}{\partial t^2} + \frac{R_1}{L_1} \frac{dI_0}{dt} + \frac{1}{L_1 C_1} I_0 = 0 \quad (7)$$

Finalmente, concentramos en α ,

<i>Paralelo</i>	<i>Serie</i>	
$\alpha = \frac{1}{2 R_1 C_1}$	$\alpha = \frac{R_1}{2 L_1}$	(8)

y un parámetro en común ω_0 ,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \quad (9)$$

para dar,

$$\frac{\partial^2 V_0}{\partial t^2} + 2\alpha \frac{dV_0}{dt} + \omega_0^2 V_0 = 0 \quad \frac{\partial^2 I_0}{\partial t^2} + 2\alpha \frac{dI_0}{dt} + \omega_0^2 I_0 = 0 \quad (10)$$

con una solución final,

$$V_0 = A_1 e^{S_1 t} + A_2 e^{S_2 t} \quad I_0 = A_1 e^{S_1 t} + A_2 e^{S_2 t} \quad (11)$$

donde S_1 y S_2 son, tanto para el circuito en serie como para el circuito en paralelo,

$$S_1 = -\alpha + \beta \quad (12)$$

$$S_2 = -\alpha - \beta \quad (13)$$

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad (14)$$

Así, las raíces para los circuitos en paralelo son:

$$S_{1(paralelo)} = -\frac{1}{2 R_1 C_1} + \sqrt{\left(\frac{1}{2 R_1 C_1}\right)^2 - \frac{1}{L_1 C_1}} \quad (15)$$

$$S_{2(paralelo)} = -\frac{1}{2 R_1 C_1} - \sqrt{\left(\frac{1}{2 R_1 C_1}\right)^2 - \frac{1}{L_1 C_1}} \quad (16)$$

y las raíces para los circuitos en serie son,

$$S_{1(serie)} = -\frac{R_1}{2 L_1} + \sqrt{\left(\frac{R_1}{2 L_1}\right)^2 - \frac{1}{L_1 C_1}} \quad (17)$$

$$S_{2(serie)} = -\frac{R_1}{2 L_1} - \sqrt{\left(\frac{R_1}{2 L_1}\right)^2 - \frac{1}{L_1 C_1}} \quad (18)$$

A esta altura, debiera tenerse especial cuidado en la definición de los criterios β tal como se muestra en la Ec. (14). Una inspección adicional nos señala que la Tabla 1 define los resultados para los diferentes tipos de oscilaciones. En este estudio, estamos más interesados en el resultado imaginario de β , de manera que en cada ciclo se almacena energía a un ritmo mayor que aquél consumido por la resistencia R.

Oscilaciones amortiguadas	Criterios	Resultado de β
Por encima	$\alpha^2 > \omega_0^2$	Positivo
Críticas	$\alpha^2 = \omega_0^2$	Cero
Por debajo	$\alpha^2 < \omega_0^2$	Imaginario

Tabla 1: Oscilaciones amortiguadas.

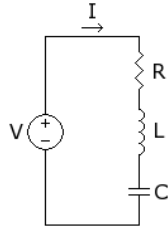


Figura 2: Circuito resonante en serie con voltaje impulsor [2].

El circuito resonante en serie (Fig. 2) representa un circuito de corriente cerrado y consiste de una inductancia L , una capacitancia C , un resistor R y una fuente de voltaje U . Es un desarrollo clásico de una oscilación forzada. De acuerdo con la ley de Kirchhoff, la suma de los respectivos voltajes componentes es igual al voltaje impulsor:

$$U_L + U_R + U_C = U. \quad (19)$$

Los voltajes de los componentes dependen de la corriente I dependiente del tiempo y de la carga Q en la forma

$$U_L = L\dot{I} \quad (20)$$

$$U_R = RI \quad (21)$$

$$U_C = \frac{Q}{C} \quad (22)$$

donde el punto superior representa la derivada respecto del tiempo. La corriente simplemente es

$$I = \dot{Q} \quad (23)$$

En consecuencia, obtenemos la ecuación diferencial para una oscilación forzada amortiguada

$$L \ddot{Q}(t) + R \dot{Q}(t) + \frac{Q(t)}{C} = U(t) \quad (24)$$

donde las cantidades Q , I y U son dependientes del tiempo, en tanto que las demás son constantes. Si un circuito resonante se excita mediante un impulso de U y luego se deja librado a sus propios recursos, llevará a cabo oscilaciones amortiguadas donde la energía total permanece constante, tal como puede observarse en la Fig. 3.

Desde la década de 1930 se han estudiado los circuitos [3] en los que algunos de los elementos que los componen varían en función del tiempo. En dichos casos, la Ec. (24) no resulta válida en general [4], y deviene una ecuación diferencial más compleja con coeficientes no constantes. Tales ecuaciones en su mayoría no pueden resolverse analíticamente, por lo que en dicha época resultaba difícil predecir el comportamiento de tales circuitos. Hoy día esas ecuaciones pueden sencillamente resolverse en forma numérica mediante computación, lo cual facilita los estudios paramétricos.

Tal como veremos, la energía total no se conserva cuando se consideran circuitos paramétricos. Vamos a concentrarnos en un circuito paramétrico específico, el cual posee una capacitancia variable con el tiempo. Veremos que éste es el diseño más sencillo para producir un exceso de energía. La definición básica de la carga en una capacitancia (de donde se dedujo la Ec. (22)) es

$$Q(t) = U_C(t) C(t) \quad (25)$$

es decir que la carga no es proporcional al voltaje. Formalmente, la Ec. (19) sigue siendo válida. No hay derivada adicional porque no la había en las Ecs. (22) y (25)¹ que definían el sistema. En la práctica, sin embargo, ello significa que con una capacitancia oscilatoria la naturaleza del circuito cambia fundamentalmente. Debe de esperarse una entrada y una salida de energía.

Especificamos aún más el circuito a través de un voltaje impulsor

$$U(t) = U_0 \text{sen}(\omega_0 t) \quad (26)$$

y una capacitancia oscilatoria

$$C_{\text{ef}}(t) = C (1 + a_0 \text{sen}(\omega_1 t + \varphi)) , \quad a_0 < 1 \quad (27)$$

con un factor de fase φ . El voltaje impulsor y la capacitancia poseen la misma fase si $\varphi = 0$, $\omega_1 = n \omega_0$.

3. Resultados de simulación.

El diseño descrito en [3], [4] se investiga mediante simulación en primer término. Luego se considera un diseño alternativo.

3.1 Diseño con una frecuencia de resonancia duplicada.

Se aplicó el paquete de simulación Open Modelica [5] para resolver las ecuaciones dependientes del tiempo. Se utilizaron los siguientes parámetros para el circuito (en unidades del Sistema Internacional):

$$U_0 = 5.0 \text{ V} \quad (28)$$

$$C = 2.3 \times 10^{-7} \text{ F} \quad (29)$$

$$L = 0.02 \text{ H} \quad (30)$$

$$R = 20 \ \Omega \quad (31)$$

$$f_{\text{res}} = 1/2\pi\sqrt{LC} \quad (32)$$

¹ De utilizar, por ejemplo, una inductancia variable, se hubiera tenido que emplear la ecuación

$U_L(t) = \frac{d}{dt}(L(t) I(t))$ que conduce a más términos de acuerdo con la regla del producto.

$$\omega_0 = 2\pi f_{\text{res}} \quad (33)$$

$$\omega_1 = 2\omega_0 \quad (34)$$

$$a_0 = 0.2 \quad (35)$$

$$\varphi = 0 \quad (36)$$

De acuerdo con [3], [4] se utilizó una variación del valor de capacitancia de tipo sinusoidal e igual al doble de la frecuencia de resonancia (Ecs. (33, 34)). Se evaluó el comportamiento del circuito, en primer lugar, mediante el modelado de un circuito resonante clásico con $C = \text{constante}$. Los resultados muestran, correctamente, que la corriente disminuye exponencialmente debido a la amortiguación producida por la resistencia óhmica (Fig. 3(a)). La energía total es constante (Fig. 3(b)). En algún momento toda la energía de oscilación que se intercambia entre la inductancia y la capacitancia se disipa a través de la resistencia. Si el circuito se impulsa mediante un voltaje periódico con una frecuencia de resonancia dada por la Ec.(32), la amplitud de corriente se vuelve máxima, con un valor de alrededor de 0.25 A (ver Fig. 4(a)). En la Ec. (32) no se consideró el cambio en la frecuencia de resonancia por la resistencia, que cambia este valor ligeramente. Se puede observar a partir de la Fig. 4(b) que una vez detenida la oscilación, la pérdida de energía (en unidades de vatios) es constante. Esto surge íntegramente a partir del voltaje impulsor U , debido a que la energía se conserva.

Los resultados se modifican por completo tan pronto como se vuelve variable la capacitancia, tal como se describe a través de la Ec. (27). La corriente ahora aumenta en forma ilimitada (Fig. 5(a)) como así también sucede con la energía total. En la Fig. 4(b) se muestra la energía disipada por la resistencia. En el intervalo considerado, la misma aumenta hasta un valor efectivo de alrededor de 100W (que es igual a la mitad de los valores pico). La amplitud de corriente del circuito resonante con una capacitancia fija puede observarse cómo la línea azul en la Fig. 5(a), para fines comparativos. Puede observarse claramente que se excede el intervalo de conservación de energía.

Hasta este momento se impulsó el circuito paramétrico con la frecuencia de resonancia $F_{\text{res}} = 2,346.6 \text{ Hz}$. Con el objeto de utilizar técnicamente este efecto, debe limitarse el crecimiento de la corriente, pues de lo contrario se dañará el circuito en una cuestión de fracciones de segundo. Por lo tanto se requiere de un sofisticado sistema electrónico de control. Sin embargo, es posible reducir considerablemente este esfuerzo si se impulsa el circuito con una frecuencia ligeramente diferente de aquella de resonancia. Utilizando una frecuencia $F = 0.97 f_0$, la cual es sólo 3% por debajo del valor de resonancia, la corriente aumenta sólo hasta un límite superior, como puede observarse en la Fig. 6(a). En consecuencia, la pérdida de energía permanece finita, y de alrededor de un valor efectivo de 400 W en el caso aquí considerado (Fig. 6(b)).

Hasta este punto se ha utilizado una capacitancia paramétrica con una frecuencia igual al doble de aquella del voltaje impulsor y con una diferencia de fase $\varphi = 0$. El cambio de fase puede optimizarse, tal como se observa en las Figs. 7(a), 7(b). Alcanza un máximo para $\varphi = -\pi/2$. Dado que la pérdida de energía $P = I^2 R$ depende en forma cuadrática de la corriente I , resulta mucho más elevada en este caso, alcanzando aproximadamente un valor efectivo de 1.5 kW (Fig. 7(b)). Entonces, los voltajes para la inductancia y la capacitancia son de alrededor de 4000 V, lo cual resulta técnicamente factible. Con una señal pico de

5 V para el voltaje impulsor, fluye a través de la fuente de voltaje una corriente de 10 A, y esto podría considerarse como una entrada de energía de 50 W comparada con un pico de energía máxima de salida de 4 kW. Esto significa un sorprendente coeficiente de operación de 200. El diseño propuesto resulta adecuado para un pequeño generador domiciliario, por ejemplo. Se propuso una frecuencia duplicada para la capacitancia paramétrica en [3]- [4] y que allí fue explicada. Nuestra simulación en computadora confirma este diseño.

3.2 Diseño con la frecuencia original de resonancia.

Alternativamente, simulamos configuraciones en las que la frecuencia paramétrica de la capacitancia era idéntica a la frecuencia de resonancia

$$\omega_1 = \omega_0 \quad (37)$$

En dicho caso la señal paramétrica debe de tener forma de pulso, ya que una onda sinusoidal no produce en este caso el alto valor de coeficiente de operación. Seleccionamos dos formas de onda, una con pulsos suaves y otra señal con forma rectangular. En el primer caso definimos

$$C_{ef} = C (1 + a_0 \text{sen}^7(\omega_1 t + \varphi)) \quad (38)$$

Para obtener una corriente creciente, se debió elegir una frecuencia $F = 1.07 f_0$. Los resultados se representaron gráficamente en las Figs. 8(a), 8(b). La corriente crece exponencialmente. La señal paramétrica se muestra en la Fig. 8(b), junto con la carga Q que comienza a oscilar en el intervalo temporal que se muestra. Resulta interesante señalar que los resultados fueron independientes del cambio en la fase. La oscilación de carga se adapta de manera tal que se produce el comportamiento mostrado en la Fig. 8(b). Podría interpretarse como una especie de "auto organización" descrita algunas veces en relación con sistemas con altos valores de coeficiente de operación.

La interpretación de este comportamiento se vuelve más obvia cuando se utiliza una señal rectangular, tal como la que se muestra en la Fig. 9(a). En tanto la capacitancia es alta (región superior del pulso), la oscilación de carga se incrementa. Esto puede observarse a partir del hecho de que la amplitud en la mitad superior del período es mayor que durante la mitad inferior del período precedente de Q . En el intervalo de caída, Q cae exactamente al negativo del valor de amplitud positiva, y en este caso no hubo incremento. El segundo intervalo es más corto debido a que aquí se minimiza la capacidad. En [4] la conducta observada se comparó agradablemente con el columpio de un niño que recibe impulso desde un lado. El caso con la frecuencia paramétrica duplicada puede compararse en esta imagen con la situación en la que la persona se encuentra de pie sobre el columpio y se "impulsa hacia abajo y hacia arriba durante cada semi-período". El impulso hacia abajo aparece con la frecuencia duplicada del columpio.

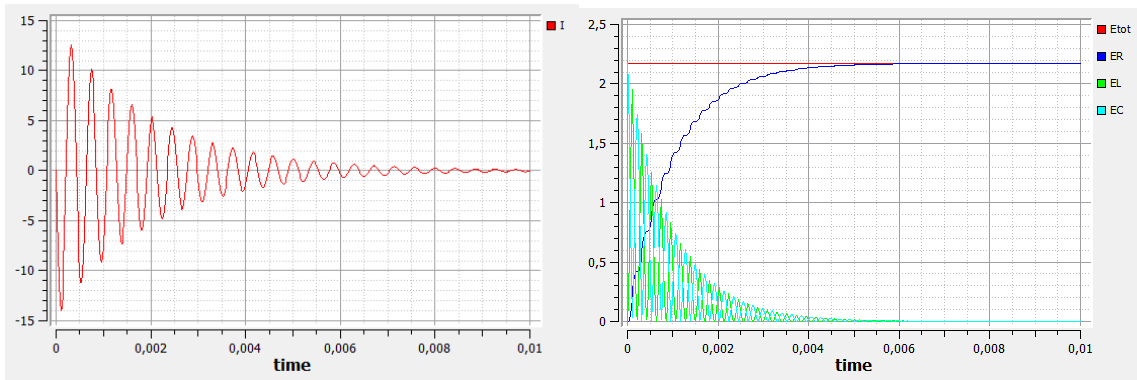
Finalmente se observó otro efecto sorprendente. El voltaje impulsor puede desconectarse luego de uno o dos períodos (Fig. 9(b)). Incluso es posible omitir por completo el voltaje impulsor y dar inicialmente al circuito sólo un pequeño pulso de corriente o separación de carga. Entonces, la oscilación de la capacitancia resulta suficiente para iniciar la oscilación del circuito y llevar al sistema al régimen de alto valor de coeficiente de operación. Esto muestra nuevamente que el sistema se auto-organiza de una manera estable. Los resultados concuerdan con la solución (17), donde un circuito en serie que no está siendo impulsado por una fuente externa puede mostrar una corriente creciente. No hay alimentación de energía en este tipo de cambio de capacitor, excepto un pequeño valor de energía en la conexión, la cual no se incluye en los cálculos y que sin duda será inferior a 10 W, en tanto que la producción de energía será de alrededor de 2 kW. En este caso, el coeficiente de operación es aún mayor que en el primer diseño.

4. Conclusiones

Se ha diseñado y simulado una versión en estado sólido de un capacitor paramétrico mecánico en un circuito resonante. El cambio paramétrico puede efectuarse mediante transistores, lo cual conduce a un diseño integralmente en estado sólido. Una recomendación es el empleo de diodos MOSFET ideales a fin de obtener mayores frecuencias de cambio, en tanto que otros diseños merecen un estudio más profundo. Es conocido el hecho de que cuanto mayor es la frecuencia, más pequeños necesitan ser los componentes electrónicos. Sin embargo, vale la pena mencionar aquí que se pierde la capacidad de manejo de mayor energía al utilizarse componentes más pequeños. De cualquier manera, los diseños descritos en este artículo son buenos candidatos para la construcción de dispositivos de energía renovable de estado sólido, los cuales son capaces de extraer energía del campo temporal.

Como fue posible observar a partir de las simulaciones en computadora aquí incluidas, el manejo de elementos paramétricos en una forma no lineal nos permite obtener energía nueva y útil. Osamu también ha observado este efecto en el ritmo de cambio de flujo magnético mediante el uso de pulsos no lineales en un transformador [7], [8].

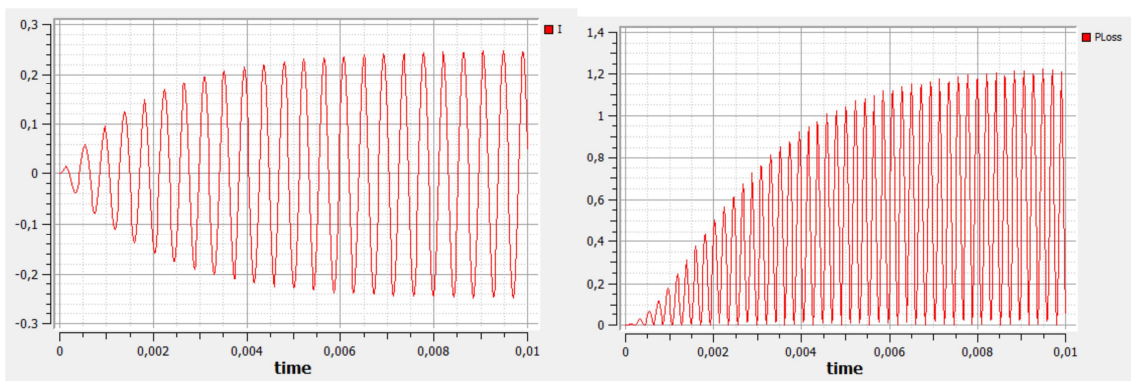
Análogamente, el manejo de un capacitor paramétrico en forma no lineal nos dará un resultado similar pero aplicado al ritmo de cambio de flujo eléctrico.



(a) Corriente (A)

(b) Energía total (J)

Figura 3: (a) Corriente de un circuito oscilador amortiguado clásico sin voltaje externo. (b) Energía total en un circuito oscilador amortiguado clásico sin voltaje externo, $E_{tot} = E_R + E_L + E_C$.



(a) Corriente (A)

(b) Pérdida de energía (W)

Figura 4: Corriente (a) y energía disipada (b) en un circuito oscilador amortiguado clásico con voltaje impulsor en resonancia.

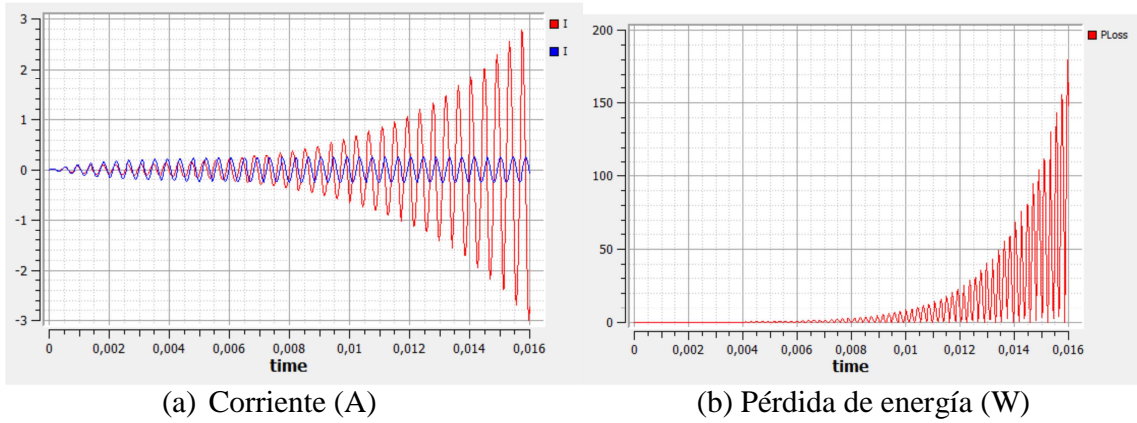


Figura 5: (a) Corriente del circuito paramétrico descrito por los parámetros de las Ecs.(28-36). Para comparación: amplitud de corriente del circuito oscilatorio libre original de la Fig. 3a (curva azul).
 (b) Energía disipada por la resistencia ohmica.

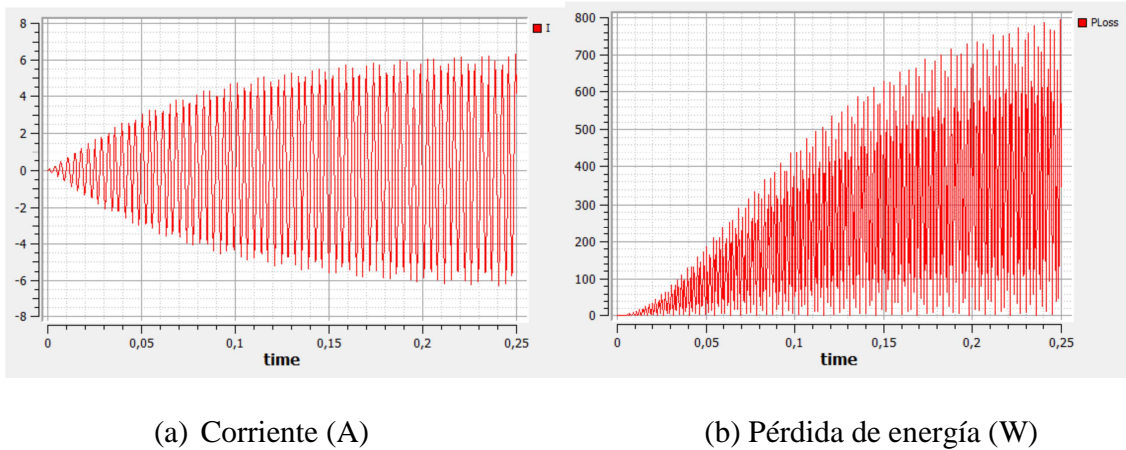
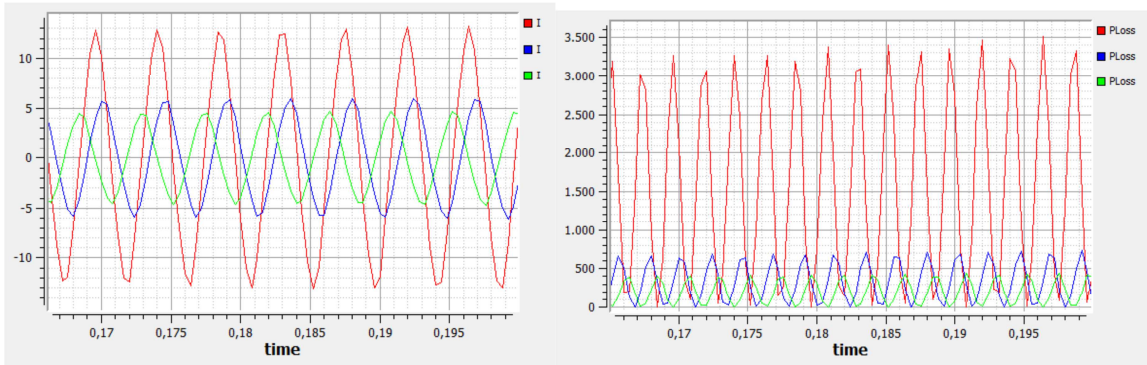


Figura 6: Corriente (a) y energía disipada (b) del circuito paramétrico para una frecuencia $f = 0.97 f_0$.

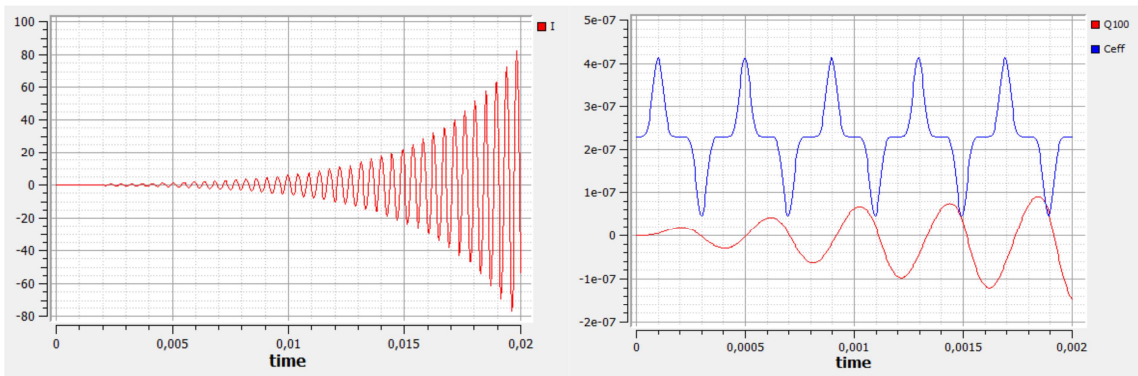


(a) Corriente (A)

(b) Pérdida de energía (W)

Figura 7: (a) Corrientes para distintas fases entre U y C_{ef} con $f = 0.97 f_0$; rojo: $\varphi = -\pi/2$; azul: $\varphi = 0$; verde: $\varphi = \pi/2$.

(b) Energía disipada para cambios de fase de (a).

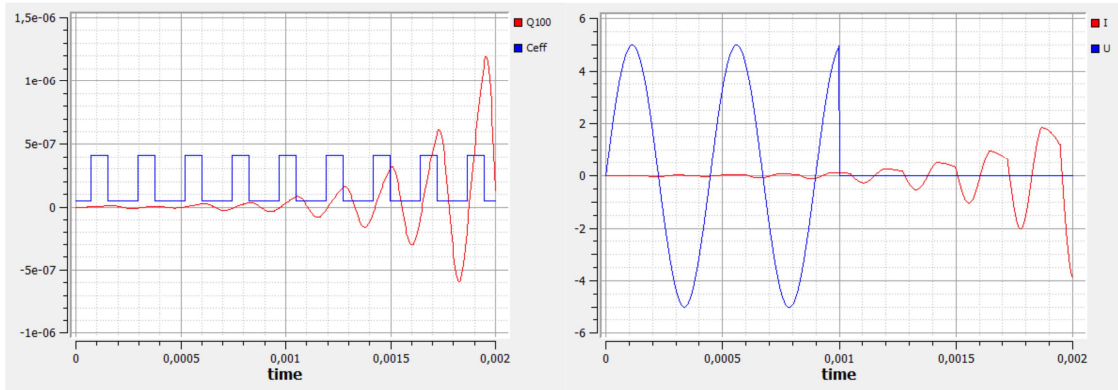


(a) Corriente (A)

(b) C_{ef} (F) y Carga (Q)/100 (C)

Figura 8: (a) Corriente para el modelo con pulsos sen^7 , $f = 1.07 f_0$; $\omega_1 = \omega_0$.

(b) C_{ef} y $Q/100$ para este modelo.



(a) C_{ef} (F) y Carga $Q/100$ (C)

(b) U (V) y I (A)

Figura 9: (a) C_{ef} y $Q/100$ para el modelo con pulsos rectangulares, $f = 0.95 f_0$; $\omega_1 = \omega_0$.
 (b) Voltaje impulsor interrumpido U y corriente I para este modelo.

Referencias

- [1] M. W. Evans et al., Generally Covariant Unified Field Theory (Abramis, Suffolk, 2005 en adelante), vol. 1-7 (ver también www.aias.us, sección docs. UFT).
- [2] http://en.wikipedia.org/wiki/RLC_circuit.
- [3] L. Mandelstam, N. Papalex, A. Andronov, S. Chaikin y A. Witt, Report on Recent Research on Nonlinear Oscillations, NASA TT F-12,678, 20546, 1969. Traducción de Exposé Des Recherches Recentes Sur Les Oscillations Non Lineaires, Technical Physics of the USSR, Leningrad, Vol. 2, pp. 81-134, 1935.
- [4] Yoshihisa Yamamoto, NII Quantum Information Science, Lecture Notes Chapter 12, Parametric Amplifiers and Oscillators, http://www.qis.ex.nii.ac.jp/qis/documents_YY/y3_02chp12_txt.pdf.
- [5] Open Modelica paquete de simulación de acceso libre con interfase gráfica, OMEdit, versión 1.8.0, <http://www.openmodelica.org/>.
- [6] Kouril, F. & Vrba, K., Non-Linear and Parametric Circuits: Principles, Theory and Applications, Ellis Horwood Limited, 1a Ed, 1988, Cap 10.2.
- [7] Osamu, Ide, Increased voltage phenomenon in a resonance circuit of unconventional magnetic configuration, J. Appl. Phys., Vol. 77, No. 11 (1 junio, 1995)

[8] Osamu, Ide, Possibility of Existence of Non-Linear Electromotive Force (EMF), NASA/CP-2000-210291, dic. 1999. Fifth International Symposium on Magnetic Suspension Technology.

[9] Nahvi, M. y Edminister, J. Schaum's Outline of Electric Circuits, McGraw-Hill, 4a Ed., dic. 2002., Cap. 8.

[10] Maxwell, James Clerk, On Mr. Grove's 'Experiment in Magneto-Electric Induction'. En una carta a W.R.Grove, F.R.S, Phil. Mag., vol. 35, pp.360-363; mayo, 1868. Scientific Papers, vol. 2, pp. 121-124

[11] Thomson, William, On Transient Electric Currents, Phil. Mag., vol. 5, pp.393-405; junio, 1853. Mathematical And Physical Papers, vol. 1, pp.540-553.

[12] Steinmetz, Charles Proteus, Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena, Electrical World and Engineer, 3a Ed., enero 1900, Cap. 21.

[13] Mandelstam, Von L. & Papalexi, N. Uber die Erregung Von Eletrischen Schwingungen Durch Parameteraenderung, J. Zeitschrift Fur, 1934.