

Dispositivos para la resonancia del espacio y tiempo basado en la teoría ECE

Horst Eckardt*

Alpha Institute for Advanced Studies (A.I.A.S.)

www.aias.us

Resumen

Recientemente se desarrolló un modelo de ingeniería para la teoría de Einstein Cartan Evans (ECE). Esto permite el diseño de dispositivos electromagnéticos que incluyan efectos de resonancia del espaciotiempo. Se logrará resonancia mediante la conexión de espín, la cual no Fig. en el modelo establecido de ingeniería eléctrica (teoría de Maxwell-Heaviside). En este artículo se presentan diseños basados en la así-llamada conexión vectorial de espín, y se desarrollan tres modelos matemáticos. Se estudian los modelos a través de métodos analíticos y numéricos. Los resultados muestran que las resonancias de espaciotiempo pueden evocarse mediante estos dispositivos de diversas formas, con el objeto de extraer energía eléctrica del espaciotiempo. Se proponen algunos ejemplos para su realización.

Palabras clave: teoría de campo de Einstein Cartan Evans (ECE); resonancia por conexión de espín; ecuaciones de campo de ECE: modelo de simulación.

Publication Date: 18 Febr. 2008

1 Introducción

Luego de un largo período de estancamiento, la relatividad general ha recibido un fuerte estímulo a través de la teoría de Einstein-Cartan-Evans (ECE) desarrollada por Myron Evans [1]– [4]. Se considera al espaciotiempo como el origen no sólo de la gravedad sino de todas las fuerzas presentes en la naturaleza, en particular del electromagnetismo. Además de la curvatura introducida por Einstein, la torsión de la geometría de Cartan desempeña en la teoría ECE un papel con una importancia similar. En la geometría de Cartan se considera que todos los campos electromagnéticos son componentes del tensor de torsión. A partir de esta geometría se tienen dos ecuaciones de campo, las cuales son formalmente idénticas a las bien conocidas ecuaciones de Maxwell-Heaviside en el límite del espaciotiempo plano. Por lo tanto, las ecuaciones de ECE constituyen

*e-mail: horsteck@aol.com

una extensión natural para la teoría electromagnética conocida durante más de 150 años.

Existen tres niveles de representación matemática para las ecuaciones de campo de ECE. El nivel más elegante y abstracto es mediante el empleo de notación en forma diferencial. Esto puede llevarse a una forma tensorial, comparable con el formalismo utilizado por Einstein para su célebre ecuación. Esta representación puede aún re-expresarse a través de una forma vectorial tridimensional. En esta última forma se pierde la formulación independiente de las coordenadas, pero las ecuaciones resultan rápidamente comprensibles para la gran mayoría de los científicos e ingenieros que no están familiarizados con el cálculo tensorial. La geometría original de Cartan concede libertad para la definición de un sistema de coordenadas adicional, que describe tres direcciones espaciales y una polarización temporal (el así-llamado espacio tangencial). Por lo tanto, los vectores del campo \mathbf{E} y \mathbf{B} poseen un índice adicional para esta base de coordenadas, denotado como “a”:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}^a &= (E_x^a, E_y^a, E_z^a), \\ \mathbf{B}^a &= (B_x^a, B_y^a, B_z^a), \\ a &= 0 \dots 3.\end{aligned}\tag{1}$$

Esta complicación puede evitarse mediante el empleo de un sistema ordinario de coordenadas cartesianas (o esférico/cilíndrico) como base para las direcciones de polarización, de modo tal que los vectores base de polarización resultan idénticos a los vectores unitarios del espaciotiempo mismo. Entonces, $a = 1$ puede identificarse con la componente x , y $a = 2, 3$ con las componentes y y z , respectivamente. La componente 0 (que representa la coordenada del tiempo en la teoría ECE) se reserva para la densidad de carga. A través de esta simplificación llegamos a la definición vectorial ordinaria

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= (E_x, E_y, E_z), \\ \mathbf{B} &= (B_x, B_y, B_z),\end{aligned}\tag{2}$$

y las ecuaciones de campo de ECE resultan formalmente idénticas a la teoría de Maxwell-Heaviside:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0,\tag{3}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0,\tag{4}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0},\tag{5}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{J}.\tag{6}$$

La diferencia entre la teoría ECE y la establecida surge a través de los potenciales. La dependencia de los campos E y B respecto del vector potencial \mathbf{A} y el potencial escalar ϕ viene dada por

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi - c\omega^0 \mathbf{A} + \phi \boldsymbol{\omega},\tag{7}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A} \quad (8)$$

donde $\boldsymbol{\omega}$ es la conexión vectorial de espín y ω^0 es la conexión escalar de espín. Estos parámetros entran en juego debido a la torsión y curvatura del espaciotiempo de la geometría de Cartan. Sin ellos, las ecuaciones anteriores resultarían idénticas a las de Maxwell-Heaviside. Las conexiones de espín prohíben un revaloramiento arbitrario del potencial, de manera que los potenciales poseen un significado físico en la teoría ECE.

2 La ley resonante de Coulomb

Pueden obtenerse soluciones para las ecuaciones de campo (3-6) al insertar en las mismas los términos que describen los potenciales (7-8). Esto da como resultado un conjunto de ocho ecuaciones no lineales para un total de ocho incógnitas. Tal como se estableció inicialmente en el Capítulo 8 del Volumen III de la serie de libros sobre la teoría ECE [1], algunas de estas ecuaciones poseen la forma de un ecuación de resonancia, la cual es un ecuación diferencial para una función $\varphi(x)$ de la forma

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + 2\beta \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \kappa_0^2 \varphi = f(x) \quad (9)$$

tal como se comenta, por ejemplo, en [10] (también se ha incluido una explicación de divulgación en [5]). En la Ec. (9), β constituye el término de amortiguación, $f(x)$ es la fuerza impulsora, y κ_0 es la eigenfrecuencia del sistema, la cual resulta idéntica a la frecuencia de resonancia para una amortiguación decreciente [10]:

$$\kappa_R = \sqrt{\kappa_0^2 - 2\beta^2}. \quad (10)$$

a partir de las ecuaciones (5) y (7) obtenemos para el caso puramente eléctrico ($A = 0$):

$$-\Delta \phi + \nabla \cdot (\boldsymbol{\omega} \phi) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (11)$$

ó

$$\Delta \phi - \boldsymbol{\omega} \cdot (\nabla \phi) - (\nabla \cdot \boldsymbol{\omega}) \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (12)$$

Esta es una ecuación para el potencial ϕ y para la conexión del espín vectorial. A partir del Ec. (12) observamos que la frecuencia de resonancia debe identificarse con la divergencia de la conexión de espín:

$$\kappa_0^2 = -\nabla \cdot \boldsymbol{\omega}. \quad (13)$$

por lo tanto, se necesita un valor de $\boldsymbol{\omega}$ no constante a fin de obtener algún efecto de resonancia. En el apéndice de [7] se mostró que ambas variables, $\boldsymbol{\omega}$ y ϕ pueden obtenerse a partir de la resolución de la ecuación anterior mediante la ecuación de Faraday (4). Aquí simplificamos la situación al requerir una disposición experimental que cree una conexión vectorial de espín con la forma

deseada. Según la teoría ECE, la conexión vectorial de espín debe de interpretarse como un vector en rotación de un campo magnético. Esta situación puede llevarse a cabo en varias formas diferentes, por ejemplo, mediante la rotación de una barra imantada, un solenoide o un voltaje de CA con muchas fases.

La situación se complica por el hecho de que necesitamos una conexión de espín que varíe en el espacio. Podemos lograr esto en dos formas diferentes: variando ω en el tiempo y utilizando la propagación de onda de ω para una oscilación en el espacio, o creando un gradiente en una dirección a través de una variación del campo magnético. Los arreglos experimentales se discutirán posteriormente.

2.1 Modelo 1: modelo oscilatorio

En los análisis que siguen restringiremos nuestra consideración a sólo una dimensión espacial, z . Comenzando con una conexión de espín oscilatoria, establecemos

$$\omega_z = \omega_1 \cos(\kappa_1 z) \quad (14)$$

Con una amplitud ω_1 y un número de onda κ_1 . Entonces, la Ec. (12) deviene

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \omega_1 \cos(\kappa_1 z) \frac{\partial \phi}{\partial z} + \omega_1 \kappa_1 \sin(\kappa_1 z) \phi = f(z) \quad (15)$$

Con $f(z)$ como la función a la derecha del signo de igualdad en (12). Si comparamos esta ecuación con las ecuaciones (9) y (10), la frecuencia de resonancia resulta

$$\kappa_R = \sqrt{\omega_1 \kappa_1 \sin(\kappa_1 z) - \frac{1}{2} \omega_1^2 \cos^2(\kappa_1 z)} \quad (16)$$

la cual queda definida sólo para una expresión positiva bajo la raíz cuadrada. En consecuencia, la condición para la existencia de resonancia es

$$\omega_1 \kappa_1 \sin(\kappa_1 z) - \frac{1}{2} \omega_1^2 \cos^2(\kappa_1 z) > 0 \quad (17)$$

ó

$$\kappa_1 \tan(\kappa_1 z) > \frac{1}{2} \omega_1 \cos(\kappa_1 z). \quad (18)$$

Esta ecuación puede cumplirse para ciertos intervalos de valores de z , según cuáles sean los valores de ω_1 y κ_1 . Se representan gráficamente algunos ejemplos en la Fig. 1. La solución analítica para la Ec. (15), hallada mediante álgebra computacional es

$$\begin{aligned} \phi(z) = & -f(z) e^{\frac{\omega_1 \sin(\kappa_1 z)}{\kappa_1}} \int \int e^{-\frac{\omega_1 \sin(\kappa_1 z)}{\kappa_1}} dz dz \\ & + f(z) z e^{\frac{\omega_1 \sin(\kappa_1 z)}{\kappa_1}} \int e^{-\frac{\omega_1 \sin(\kappa_1 z)}{\kappa_1}} dz \\ & + k_1 e^{\frac{\omega_1 \sin(\kappa_1 z)}{\kappa_1}} \int e^{-\frac{\omega_1 \sin(\kappa_1 z)}{\kappa_1}} dz \\ & + k_2 e^{\frac{\omega_1 \sin(\kappa_1 z)}{\kappa_1}} \end{aligned} \quad (19)$$

Con las constantes k_1 y k_2 . El segundo término representa una función ilimitada en z . Las integrales no pueden resolverse analíticamente, de manera que presentamos una solución numérica en la Fig. 2. Utilizamos una fuerza impulsora oscilante

$$f(z) = \rho_0 \cos(\kappa z). \quad (20)$$

para los valores paramétricos $\kappa_1 = 1$, $\omega_1 = 1$ un incremento resonante para ϕ se encuentra para el caso de $\kappa = 1$, oscilando con una longitud de onda mayor. Estas oscilaciones también pueden observarse para los valores de κ no resonantes, pero con longitudes de onda mucho más pequeñas. El efecto de oscilación de la fuerza impulsora puede eliminarse al fijarlo a una constante: $f = 1$. La Fig. 3 nos muestra la solución para semejante fuerza impulsora constante. Esta es una oscilación no amortiguada, probablemente el comportamiento más buscado.

Las diferencias de amplitud máxima de ϕ luego de 30 periodos se representan en la Fig. 4. Se utilizó nuevamente la fuerza impulsora oscilante. Existe un máximo de resonancia para una frecuencia impulsora κ de alrededor de 0.1 unidades. Otros valores máximos aparecen a valores enteros de κ que probablemente se relacionan con el valor elegido para $\kappa_1 = 1$.

2.2 Modelo 2: modelo de distancia

A continuación, consideramos una conexión de espín que decrece según $1/z$:

$$\omega_z = a_1/z \quad (21)$$

Con un factor adimensional a_1 . Esto corresponde a una región espacial vecina a una construcción de un campo magnético adecuado (véase la siguiente Sección). Se ha utilizado un modelo similar para cálculos de estructura atómica [6], [7]. En virtud de que el potencial de una carga puntual disminuye según $1/z$, suponemos el mismo comportamiento aquí para la conexión de espín. Entonces la Ec. (12) deviene

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{a_1}{z} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{a_1}{z^2} \phi = f(z). \quad (22)$$

Para $z \rightarrow 0$ la ecuación contiene valores singulares, pero la solución analítica

$$\phi(z) = k_1 z^{\frac{\sqrt{a_1^2 - 2a_1 + 1} + a_1 + 1}{2}} + k_2 z^{\frac{a_1 + 1}{2} - \frac{\sqrt{a_1^2 - 2a_1 + 1}}{2}} - \frac{f(z) z^2}{a_1 - 2} \quad (23)$$

muestra que no hay una asíntota infinita para $z = 0$ en todos los casos. El último término muestra que existe una resonancia para $a_1 \rightarrow 2$. Si $f(z)$ no disminuye más rápidamente que $1/z$, la solución crece más allá de todos los límites para $z \rightarrow \infty$. La solución contiene partes oscilatorias a partir de los dos primeros términos para $a_1 < 1$.

En la Fig. 5, puede observarse el desarrollo uniforme de la solución para $z = 0$ ($a_1 = 1$). En el caso $a_1 = -1$ (Fig. 6) sin duda ha y un polo si z se aproxima a cero. En ambos casos utilizamos $f = 1$.

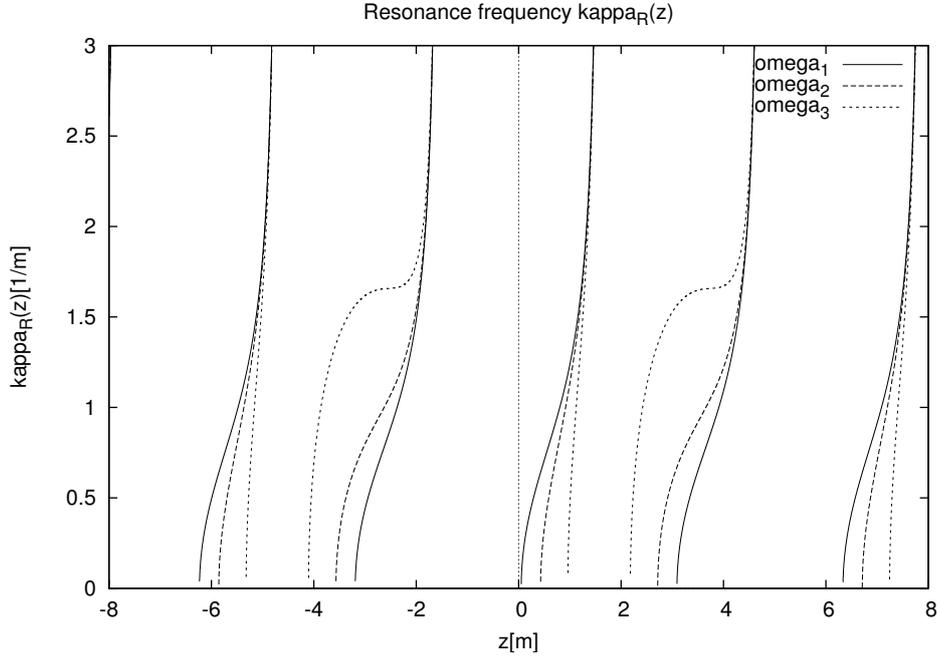


Figure 1: Intervalos de frecuencias resonantes (modelo 1) para $\omega_1 = 0.1$, $\omega_2 = 1$, y $\omega_3 = 5$ con $\kappa_1 = 1$.

2.3 Modelo 3: modelo lineal

Un tercer modelo supone una conexión de espín con variación lineal. En la 3 se propondrá una realización técnica. Supongamos

$$\omega_z = \gamma_1 z \quad (24)$$

con un factor $\gamma_1 > 0$, el cual posee unidades de inversa de metros cuadrados. Entonces, la Ec. (12) deviene

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \gamma_1 z \frac{\partial \phi}{\partial z} - \gamma_1 \phi = f(z). \quad (25)$$

La solución analítica es

$$\phi(z) = -k_1 \frac{\sqrt{2\pi} e^{-\frac{\gamma_1}{2} z^2} \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{-\gamma_1}{2}} z\right)}{2\sqrt{-\gamma_1}} + k_2 e^{-\frac{\gamma_1}{2} z^2} + \frac{f(z)}{\gamma_1} \quad (26)$$

El comportamiento de esta función puede estudiarse mejor a partir de las gráficas (Figs. 7 y 8). Para $\gamma_1 > 0$ la solución es compleja. La parte real es una función gaussiana con un máximo en $z = 0$. La altura de este máximo depende de las condiciones iniciales (seleccionadas para el límite izquierdo en todos los casos). En todos los ejemplos gráficos utilizamos

$$\phi(z_{min}) = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z}(z_{min}) = 0.1. \quad (27)$$

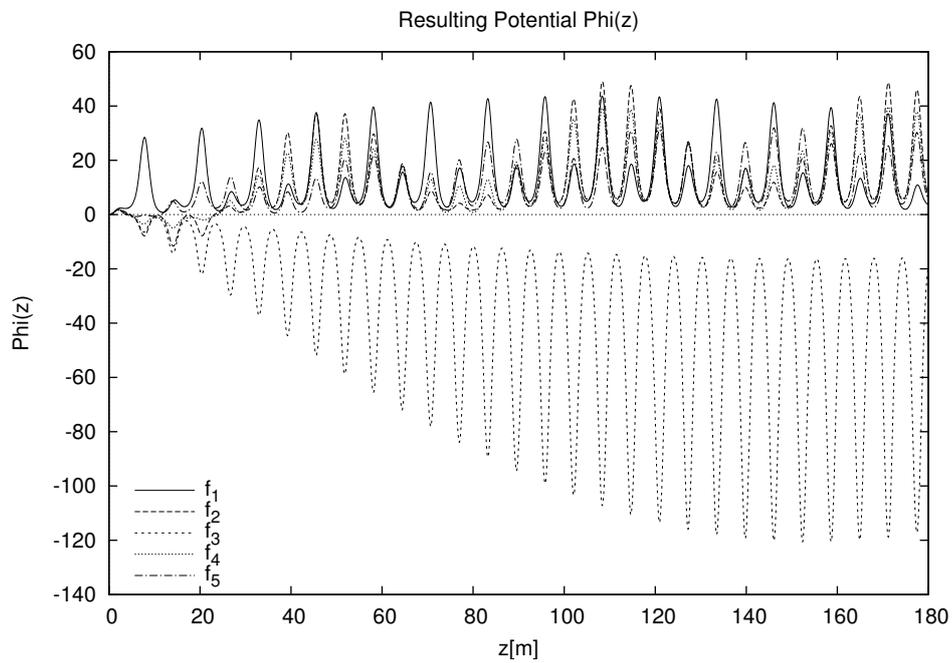


Figure 2: Dependencia respecto de z del potencial (modelo 1) para varias frecuencias $\kappa = 0.5, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2$.

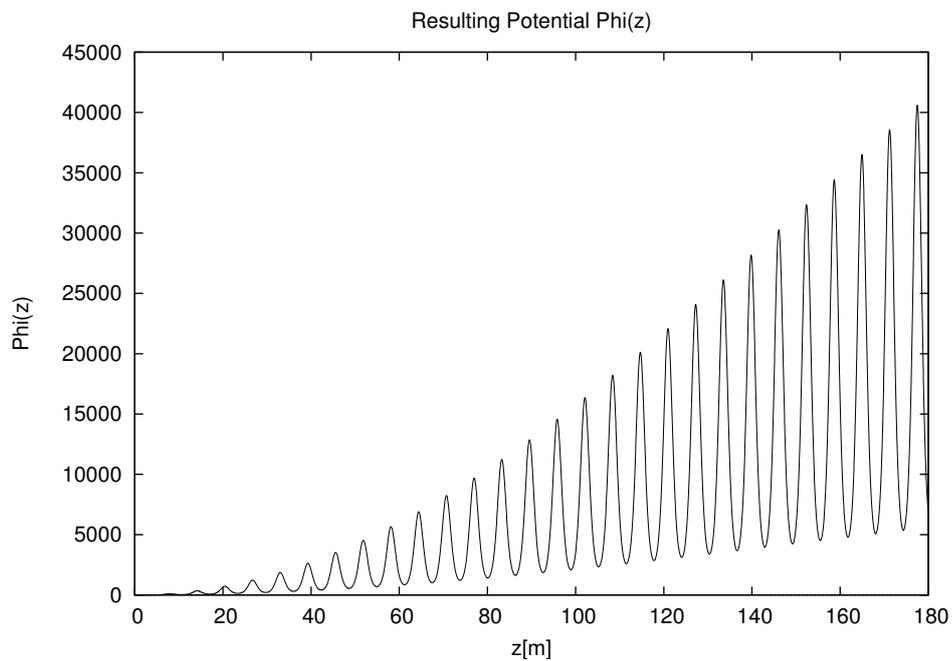


Figure 3: Dependencia respecto de z del potencial (modelo 1) para una fuerza impulsora no oscilante ($f = 1$).

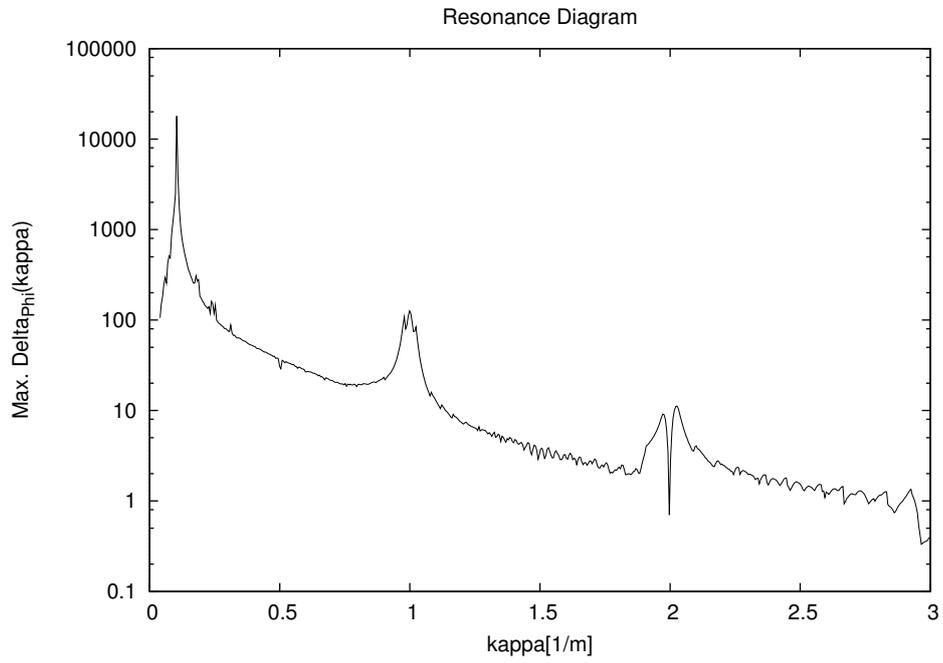


Figure 4: Diagrama de resonancia (diferencias de amplitud máxima) del modelo 1.

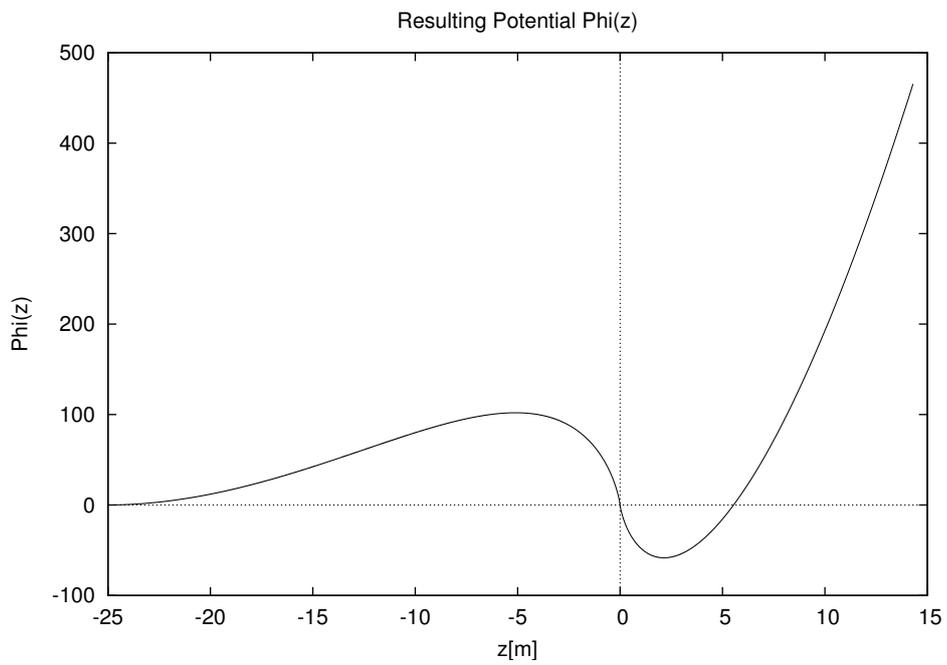


Figure 5: Solución del modelo 2 para $a_1 = 1$.

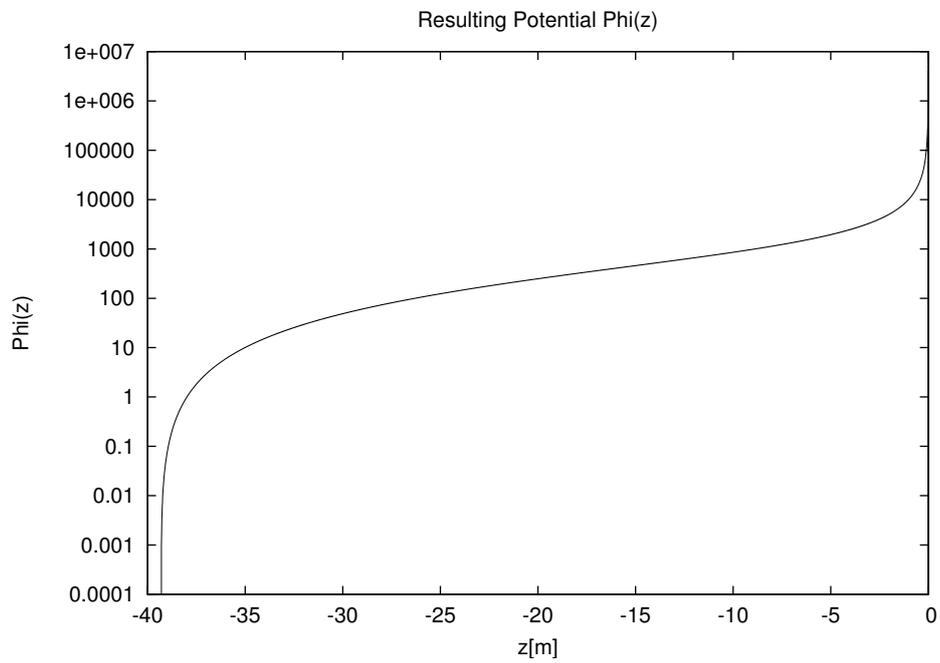


Figure 6: Solución del modelo 2 para $a_1 = -1$, escala logarítmica.

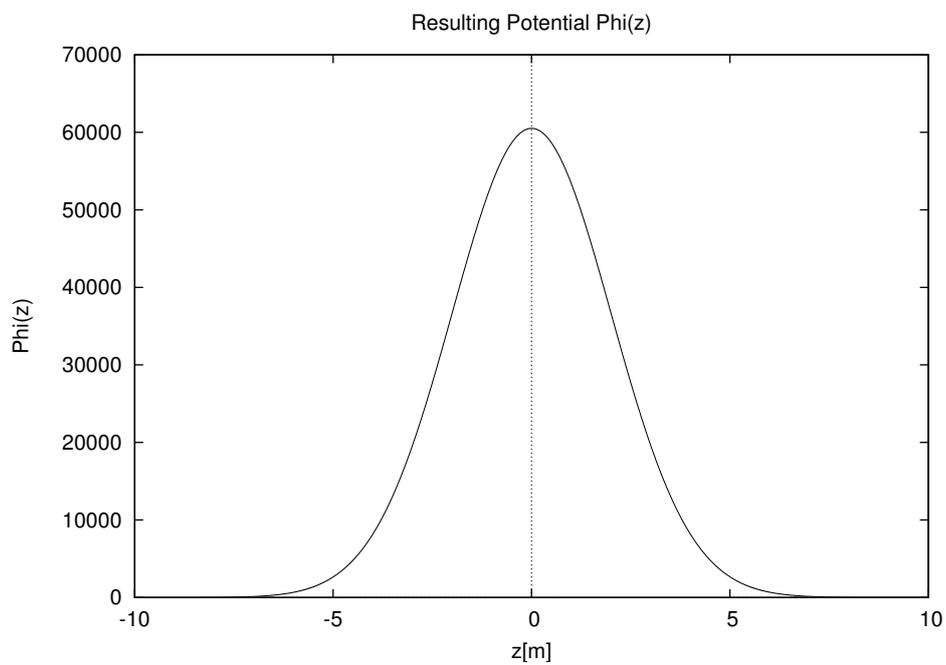


Figure 7: Solución del modelo tres para $\gamma_1 = 0.25$.

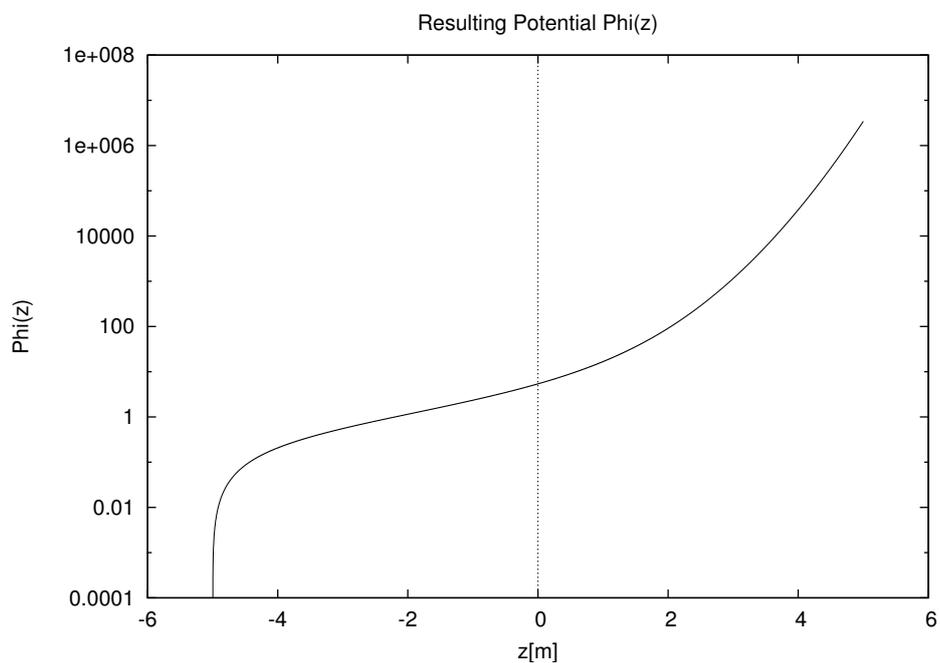


Figure 8: $\gamma_1 = -1.0$, escala logarítmica.

Realización de una conexión vectorial de espín

La conexión vectorial de espín ω representa la rotación del plano del potencial A

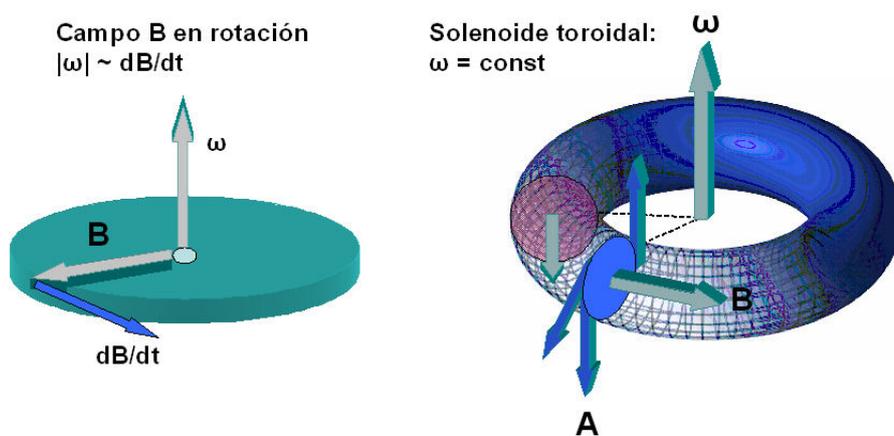


Figure 9: Realizaciones de una conexión vectorial de espín mediante campos magnéticos.

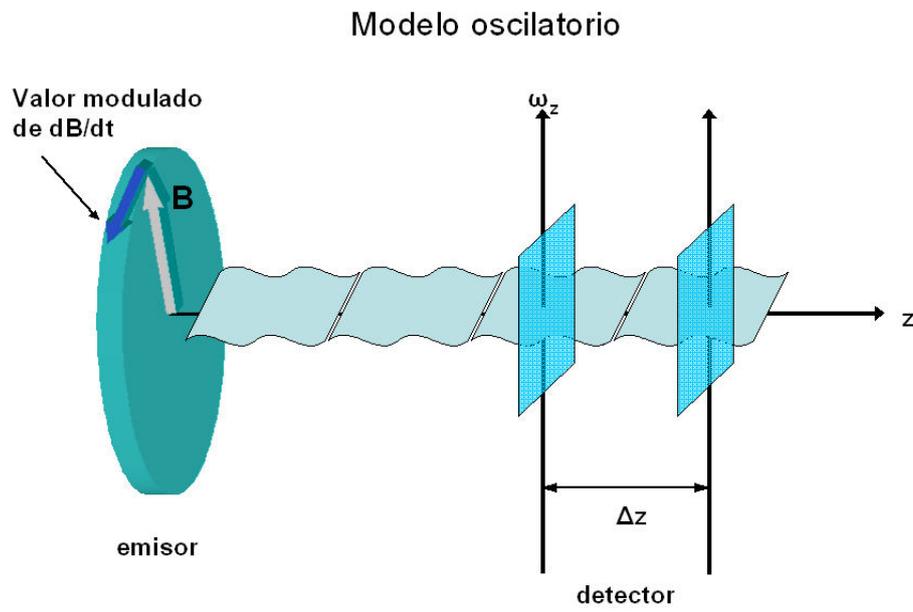


Figure 10: Realización del modelo 1 (modelo oscilatorio).

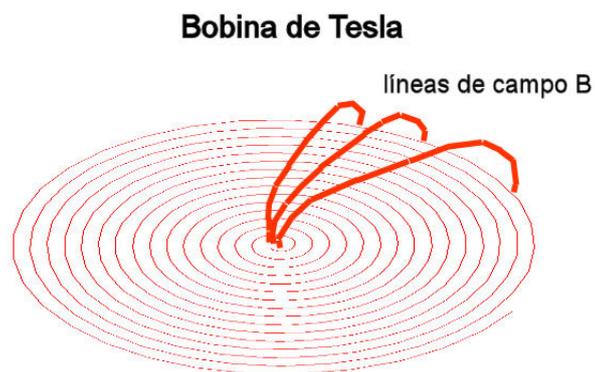


Figure 11: Campo magnético de una bobina de Tesla.

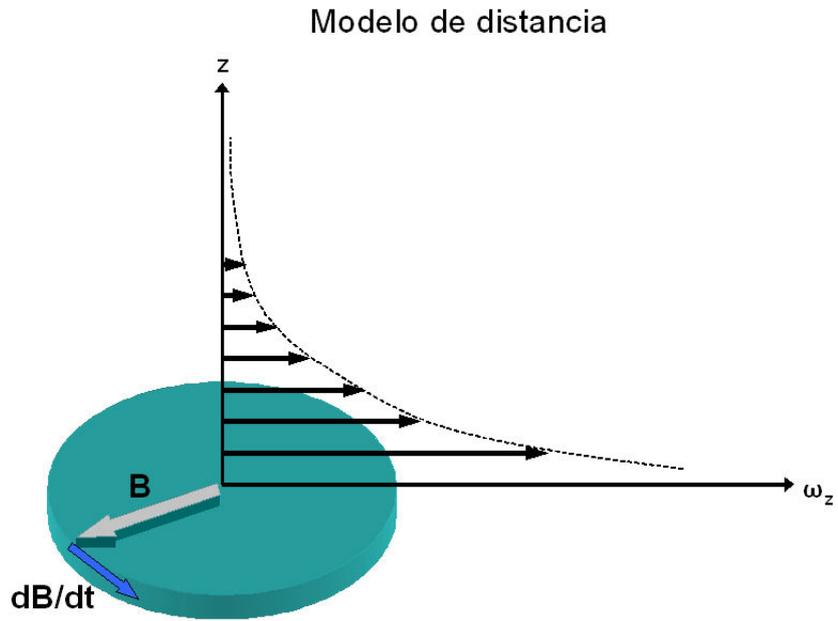


Figure 12: Realización del modelo 2 (modelo de distancia).

Modelo lineal con dos campos B en contra-rotación

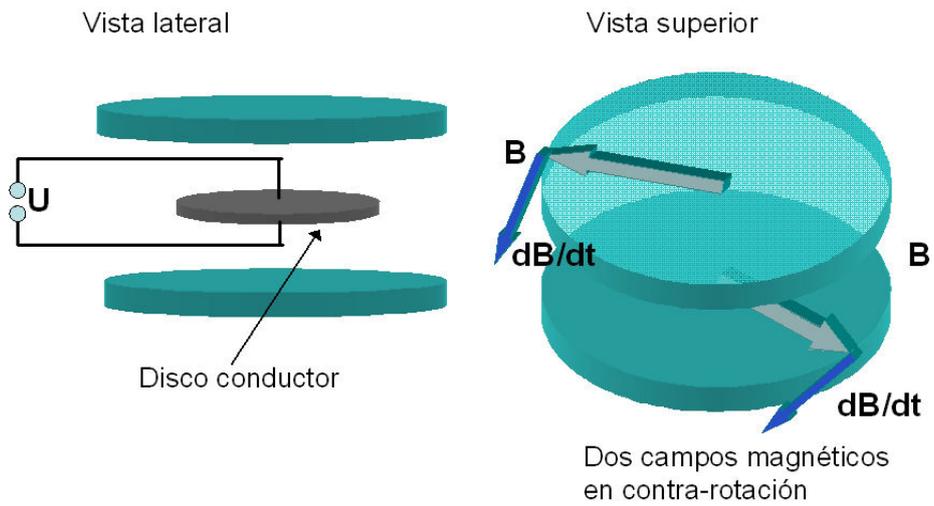


Figure 13: Realización del modelo 3 (modelo lineal) con dos campos B en contra-rotación.

Conexión de Espín de dos campos B en contra-rotación

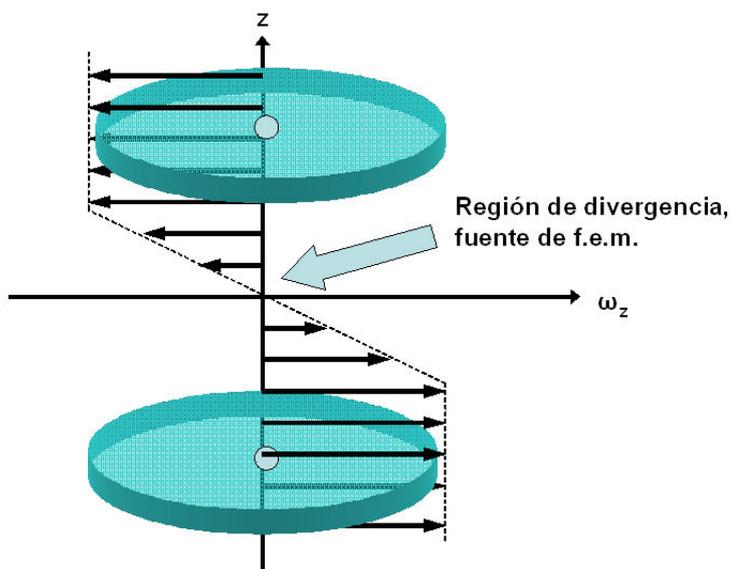


Figure 14: Conexión de espín para 2 campos B en contra-rotación.

Para $\gamma_1 < 0$ los términos gaussianos poseen exponentes positivos, y la solución crece en forma sobre-exponencial para $z \rightarrow \infty$. Esta es una resonancia gigante. La fuerza impulsora no desempeña un papel en este modelo, pero puede (en combinación con las condiciones iniciales) conducir a un cambio de signo de la resonancia.

3 Propuestas para realizaciones experimentales

Luego de que se ha mostrado que los tres modelos son candidatos para obtener efectos de resonancia, en esta sección se propone una realización técnica de estos modelos. Esto consiste principalmente en cómo construir una conexión de espín tal como se utilizan en los modelos. La conexión vectorial de espín ω puede considerarse como un vector en rotación del plano del vector potencial a partir del cual se genera el campo magnético. Por ejemplo, una bobina toroidal o un solenoide exhiben una rotación constante del plano A por unidad de ángulo, y por lo tanto crea una conexión de espín constante, véase la Fig. 9 del lado derecho. Una bobina lineal no produce una conexión de espín, en virtud de que los lectores de campo magnético son paralelos y el plano de A no cambia.

Como un método alternativo, la rotación del plano A puede agregarse mediante un campo magnético en rotación, véase la Fig. 9 del lado izquierdo. La frecuencia temporal de la rotación ω_t puede relacionarse con la componente z de la conexión de espín ω_z mediante

$$\omega_t = c\omega_z. \quad (28)$$

Esto debe de confirmarse experimentalmente, pero se adopta aquí como una hipótesis de trabajo. Entonces puede crearse una conexión de espín mediante un campo magnético en rotación, que se utiliza en motores comerciales eléctricos de CA de tres fases.

Modelo 1

En la Fig. 10 puede observarse una aplicación del modelo 1. Debe variarse periódicamente la velocidad de rotación del campo B . La conexión de espín oscilante resulta por el hecho de que es proporcional a la derivada temporal del vector B :

$$\omega_z \propto \left| \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right|. \quad (29)$$

Si dos placas conductoras se ubican en una distancia Δz que corresponde a una cuarta parte de la longitud de onda en las Figs 2 ó 2, puede inducirse una señal eléctrica incrementada. Esto correspondería a un “transmisor aumentado por el espaciotiempo” tal como se informa que fuera construido por Nicola Tesla. Para elaborar esta idea un poco más, en la Fig. 11 se muestra una bobina de Tesla. Las líneas de campo magnético de este dispositivo - aún cuando nunca se muestran en la literatura - debe de tener la forma indicada en la Fig. 11. Obviamente esta es una imagen estática de un campo en rotación en las Figs 9/10. Esto puede considerarse como una fuerte sugerencia de que Tesla utilizaba efectos de la conexión de espín para sus inusuales experimentos, anticipándose 100 años al desarrollo teórico.

Modelo 2

Un efecto de distancia similar puede obtenerse mediante el modelo 2. Aquí, la conexión de espín disminuye en forma inversamente proporcional a la distancia desde el campo de generación (Fig. 12). De acuerdo con la Fig. 5, es posible un incremento del potencial eléctrico para $a_1 > 0$. En caso de que $a_1 < 0$ (Fig. 6) no se obtiene incremento alguno. No resulta claro cómo pueden obtenerse experimentalmente estas condiciones de signo. En el caso más sencillo, corresponden a dos lados del campo rotacional en donde las conexiones de espín apuntan en direcciones diferentes, visto desde el centro. Resultarían útiles pruebas con una bobina de Tesla. Los comentarios anteriores respecto de la bobina de Tesla también aplican a este modelo.

Modelo 3

Los efectos más interesantes pueden esperarse a partir del modelo 3. Este puede llevarse a cabo mediante dos campos B que rotan en planos paralelos pero en direcciones opuestas. Véase la Fig. 13. El desarrollo de la conexión de espín cambia entonces de signo en el centro entre los planos, tal como se ilustra en la Fig. 14. A partir de la Fig. 7 esperamos que el potencial adopte la forma de una función gaussiana resonante para $\gamma_1 > 0$. Por lo tanto, un disco dieléctrico o conductor centrado entre los planos de rotación debiera alcanzar un alto voltaje comparado con el potencial de la tierra. A diferencia del modelo 2, resulta muy claro cómo puede lograrse el caso para $\gamma_1 < 0$. La dirección de rotación debe revertirse en ambos planos. La Fig. 8 nos enseña que entonces obtendremos un

alto voltaje entre ambas caras del disco, si es lo suficientemente grueso (véase también la parte izquierda de la Fig. 13). Según la Fig. 14, la “fuente de energía del espaciotiempo” puede ubicarse muy bien en este caso: es la región en donde ω cambia de signo. A partir de la Ec. 13 tenemos la condición

$$\nabla \cdot \omega \neq 0, \quad (30)$$

En otras palabras, la divergencia de la conexión de espín actúa como una fuente de voltaje. El término de divergencia actúa como una densidad de carga del espacio y tiempo mismo. El mecanismo es ya sea una oscilación forzada o una solución divergentes de la ley generalizada de Coulomb en la teoría ECE. Comparada con el dispositivo de espaciotiempo verificado de Bedini [9], el cual recientemente ha sido explicado mediante el empleo de la teoría ECE [8], las realizaciones descritas en este artículo son de una naturaleza mucho más simple. Por lo tanto, un diseño cuantitativo de estas máquinas propuestas parece factible.

Los resultados de este artículo son propiedad intelectual del autor y disponibles públicamente bajo la Licencia AIAS tal como se encuentra publicado en www.aias.us.

4 Reconocimientos

Se agradece al grupo de AIAS, y en particular a M.W.Evans, por muchas discusiones interesantes.

References

- [1] M.W.Evans, “Generally Covariant Unified Field Theory” (Abramis, Suffolk, 2005 y sigs.), volúmenes uno a cuatro, volumen cinco en preparación. (Artículos 71 a 93 en www.aias.us).
- [2] L. Felker. “The Evans Equations of Unified Field Theory” (Abramis, Suffolk, 2007). (En la Sección en español de www.aias.us existen ya varios capítulos traducidos de este libro).
- [3] H. Eckardt, L.Felker, ‘Einstein, Cartan, Rvans - ¿Inicio de una Nueva Era en la Física?’, www.aias.us, 2005
- [4] H. Eckardt, “ECE Engineering Model (Conjunto de diapositivas)”, www.aias.us, 2008.
- [5] H. Eckardt, “¿Cómo funcionan los dispositivos que utilizan energía espacial?”, www.aias.us, 2007.
- [6] M.W.Evans y H.Eckardt, Artículo 61 en www.aias.us, publicado en el volumen cuatro de la ref. [1].
- [7] M.W.Evans y H.Eckardt, Artículo 63 en www.aias.us, publicado en el volumen cuatro de la ref. [1].
- [8] M.W.Evans y H.Eckardt, Artículo 94 en www.aias.us, a publicarse en el volumen seis de la ref. [1].

- [9] J. Bedini, Patentes de USA para los dispositivos de Bedini: US Patent No. 6,392,370 (2002), 6,545,444 (2004), 20020097013 (2002), 20020130633 (2002), reporte de prueba de certificación industrial (TUV alemana, 2002) bajo <http://www.icehouse.net/john34/bedinibearden.html>.
- [10] J. B. Marion and S. T. Thornton, Classical Dynamics of Particles and Systems (Saunders College Publishing, Fort Worth Philadelphia, fourth Ed., 1995).